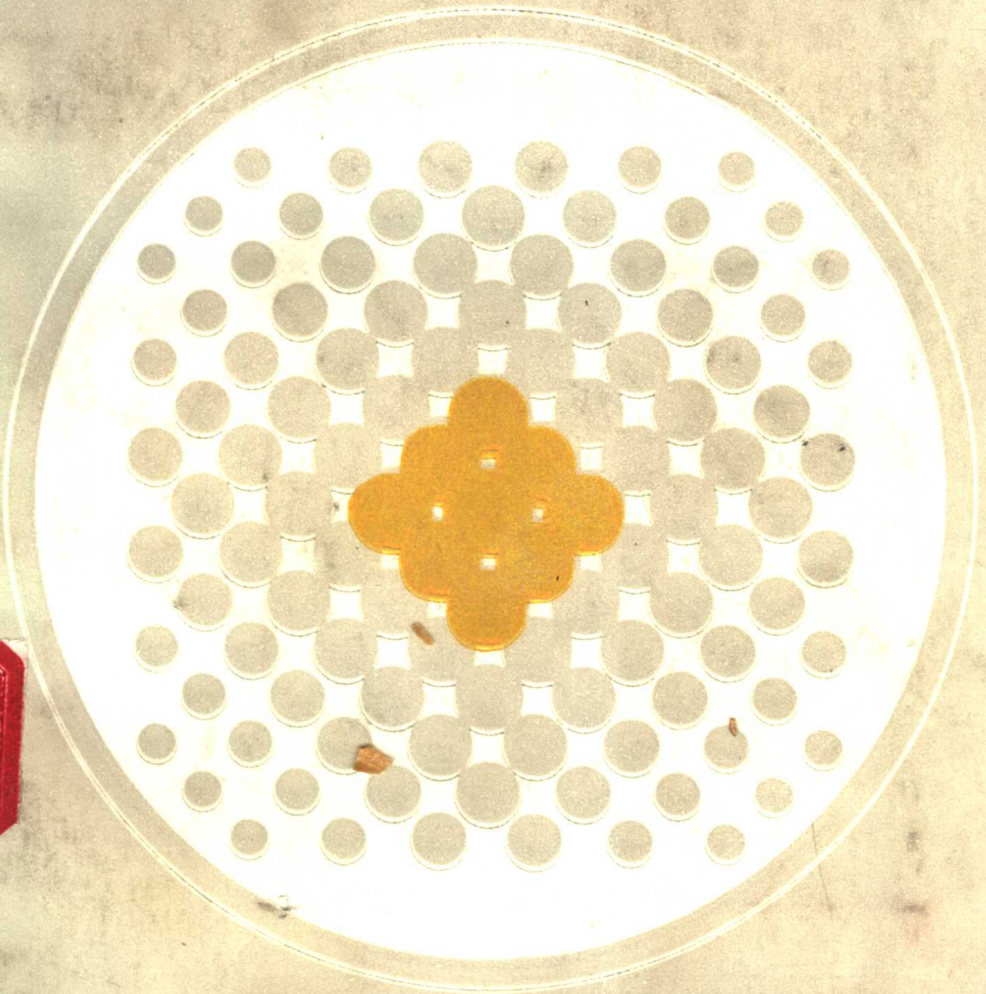


原子能出版社

核反应堆动力学

傅龙舟 编著



核反应堆动力学

傅龙舟 编著

原子能出版社

内 容 简 介

本书讨论了与反应堆动态过程有关的基本问题及其研究方法。特别着重从控制论的观点研究裂变反应堆的动力学行为。全书共分六章。前三章讨论了反应堆的传递函数及其线性和非线性稳定性问题。第四章介绍了核动力厂动态特性研究的集中参数和分布参数分析方法。第五至六章研究了状态空间法和优化理论在核系统中的应用。

本书可供从事核工程工作的工程技术人员和科学工作者参考，并供大学有关专业的教师、高年级学生和研究生阅读。

核反应堆动力学

傅 龙 舟 编著

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

北京市通县电子外文印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本850×1168 1/32·印张9.5·字数208千字

1988年11月北京第一版·1988年11月北京第一次印刷

印数1—670

统一书号：15175·856 定价：3.45元

ISBN 7-5022-0002-9/TL·1

前 言

核反应堆动力学研究裂变反应堆动态过程中的动力学行为，它与反应堆物理、热工、结构和控制问题的研究密切相联，是一门综合性很强的边缘学科。研究反应堆动力学对整个核系统的安全性和经济性都有特别重要的意义。反应堆系统是一个具有内在反馈的系统，因而很早以前，控制理论中许多卓有成效的方法，就被用来研究反应堆的动力学问题。也可以说，反应堆动力学的进展深深地打上了控制论的烙印。

本书从控制论的观点讨论了反应堆动力学的若干问题。第一章由反应堆中子动力学方程导出了反应堆的传递函数。第二和第三章着重讨论了反应堆的稳定性问题及其评价方法。与研究任何其他动力学系统一样，稳定性问题的研究极为重要，反应堆的安全首先要依赖于堆本身的稳定性。第四章简要地介绍了核动力厂动态特性的研究方法。传递函数方法在核系统动力学的研究工作中显得十分有用。第五至第六章讨论了现代控制理论在反应堆动力学中的应用。近十年来这个领域的研究工作非常活跃，无论是时域法还是频域法，都大有用武之地。

本书的原稿承张永钱、田和春、温鸿钧、马大园诸同志分章细心审阅，提出了许多宝贵意见，使本书内容得到改进，这里对他们表示衷心谢意。

作者水平有限，对于书中的缺点和错误，请读者批评指正。

17A0286/03

目 录

第一章	反应堆中子动力学方程和传递函数 ·····	(1)
1-1	中子动力学方程·····	(1)
1-2	零功率反应堆的传递函数·····	(4)
1-3	点堆动态方程的矩阵表示法·····	(10)
1-4	零功率堆中子动态方程求解·····	(13)
第二章	反应堆线性系统稳定性 ·····	(14)
2-1	具有反馈的线性系统·····	(14)
2-2	动态系统的稳定性·····	(16)
2-3	劳斯稳定性准则·····	(20)
2-4	根轨迹法·····	(29)
2-5	乃魁斯特稳定性准则·····	(45)
2-6	反应堆稳定性分析·····	(53)
第三章	反应堆非线性系统稳定性 ·····	(81)
3-1	引言·····	(81)
3-2	相平面法·····	(82)
3-3	反应堆系统相轨迹的研究·····	(93)
3-4	谅布诺夫稳定性分析方法·····	(100)
3-5	谅布诺夫第二方法在反应堆系统稳定性分析中的应用·····	(107)
3-6	变量-梯度法·····	(115)
3-7	鲁里叶问题·····	(125)
第四章	核动力厂的动态特性 ·····	(134)
4-1	核动力厂稳态调节方案·····	(134)
4-2	具有集中参数的核动力厂的动态特性·····	(139)
4-3	简单核动力厂的动态特性分析·····	(149)
4-4	具有分布参数核动力厂的传递函数研究方法·····	(153)
第五章	状态空间法 ·····	(166)
5-1	引言·····	(166)
5-2	状态方程·····	(167)
5-3	系统在状态空间的表示法·····	(170)

5-4	由系统状态方程求传递矩阵	(175)
5-5	特征值的不变性	(176)
5-6	矩阵的对角线化	(177)
5-7	线性定常系统状态方程求解	(182)
5-8	线性时变系统状态方程求解	(188)
5-9	状态变量反馈设计方法	(192)
5-10	核系统状态变量反馈设计	(204)
第六章	最佳控制理论和应用	(218)
6-1	引言	(218)
6-2	线性定常系统的可控性	(219)
6-3	线性定常系统的可观测性	(221)
6-4	变分法	(226)
6-5	Понтрягин 状态函数	(233)
6-6	通用最佳控制问题	(241)
6-7	极大值原理在核系统中的应用	(246)
6-8	Hamilton-Jacobi 方程	(262)
6-9	基于二次型性能指标的最佳控制系统	(267)
参考文献		(291)

第一章 反应堆中子动力学

方程和传递函数

1-1 中子动力学方程

在核反应堆物理分析教科书中，我们研究了点堆动力学方程及其在各种典型扰动下的解，导出了零功率反应堆的传递函数，并应用频域法初步分析了核反应堆的稳定性问题。在本章中为了节省篇幅和避免重复，我们只扼要地讨论具有分布参数核反应堆的中子动力学方程以及空间相关的反应堆传递函数等问题。

下面我们应用单群中子扩散模型来推导具有分布参数的反应堆动态方程。

如果活性区中点 r 处的中子密度为 $N(r, t)$ 厘米⁻³，则体积 V 中其数量为 $\int_V N(r, t) dr$ ，而随时间的变化率为 $-\frac{\partial}{\partial t} \int_V N(r, t) dr$ ，则中子平衡方程主要各项可分别叙述如下：

1. 一定数量的中子通过表面积 S 从体积 V 中泄漏出去。其大小与中子密度梯度成正比。比例系数 D 称为扩散系数。在直角坐标系中每秒平方厘米的表面积泄漏出去的中子数为 $D \text{grad} N(r, t)$ ，则体积 V 中，因泄漏而引起的中子数变化率为 $D \int_S \text{grad} N(r, t) dS$ 。表面积分可用体积分代换：

$$D \int_S \text{grad} N dS = D \int_V \nabla^2 N dr$$

其中的 ∇^2 在直角坐标系中为

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$\nabla^2 = \text{div grad}$ 称为拉氏算子

2. 某种数量的中子在体积中亦即在燃料元件、慢化剂、载热剂和结构材料中被吸收。如果用 l_{∞} 表示无限介质中子寿命，则在体积 V 中由于吸收作用中子数量发生变化的速度为 $\frac{1}{l_{\infty}} \int_V N(r, t) dr$ 。

3. 在 r 附近，由于活性区介质的倍增性质，每吸收一个中子而有 $K_{\infty}(r, t)$ 个中子产生。这里， $K_{\infty}(r, t)$ 为无限介质（其性质与时刻 t 点 r 外介质的性质相同）的增殖因数。于是因倍增效应引起的中子数变化率为

$$\frac{K_{\infty}}{l_{\infty}} \int_V N(r, t) dr$$

4. 如果 β 为各组缓发中子所占的总份额，而每一个缓发中子先驱核衰变时放出一个中子，则所有缓发中子先驱核形成的速度为

$$\frac{\beta K_{\infty}}{l_{\infty}} \int_V N(r, t) dr$$

5. 通常我们考虑六组缓发中子的衰变核，它们的衰变常数各不相同。如果用 $C'_i(r, t)$ 表示时刻 t 在 r 附近每立方厘米中第

i 组先驱核的浓度，则在体积 V 中，各种先驱核的总数为 $\int_V \sum_{i=1}^6$

$C'_i(r, t) dr$ ，它们都是在 t 时刻以前形成的。

若 λ_i 为第 i 组缓发中子先驱核的衰变常数，则由各组缓发中子先驱核在单位时间内放出的中子数为

$$\int_V \sum_{i=1}^6 \lambda_i C'_i(r, t) dr$$

考虑上述各项因素以后，容易写出系统的中子平衡方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V N dr = D \int_V \nabla^2 N dr - \frac{1}{l_{\infty}} \int_V N dr$$

$$+ \frac{K_{\infty}}{l_{\infty}} \int_V N dr - \frac{K_{\infty} \beta}{l_{\infty}} \int_V N dr + \int_V \sum_{i=1}^6 \lambda_i C'_i(r, t) dr$$

因为上述方程对于任何体积 V 都是正确的，则单位体积中中子数变化率为

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} = & \frac{K_{\infty}(r, t) - 1}{l_{\infty}} N - \frac{\beta K_{\infty}(r, t)}{l_{\infty}} N \\ & + D \nabla^2 N + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C'_i(r, t) \end{aligned} \quad (1-1)$$

对于各组缓发中子的先驱核可以写出

$$\frac{\partial C'_i}{\partial t} = \frac{K_{\infty}}{l_{\infty}} \beta_i N - \lambda_i C'_i \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (1-2)$$

其中 $K_{\infty} \beta_i N / l_{\infty}$ 为第 i 组缓发中子先驱核在裂变反应中的直接生成率，而 $\lambda_i C'_i$ 为其衰变率。

由上述方程求得 $\lambda_i C'_i$ 并代入中子平衡方程以后，可得

$$l_{\infty} \frac{\partial N}{\partial t} = (K_{\infty} - 1) N + M^2 \nabla^2 N - l_{\infty} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial C'_i}{\partial t}$$

$$l_{\infty} \frac{\partial C'_i}{\partial t} = K_{\infty} \beta_i N - l_{\infty} \lambda_i C'_i \quad i = 1, 2, \dots, 6.$$

其中 $M^2 = l_{\infty} D$ 称为中子徙动面积。为简单起见，上式和以下各式中，自变量 r 和 t 常不标出。

令中子通量 $\phi = Nv$ ，而 v 为中子速度，对于单群扩散模型来说，前述中子平衡方程各项乘以 v 后可得

$$l_{\infty} \frac{\partial \phi}{\partial t} = (K_{\infty} - 1) \phi + M^2 \nabla^2 \phi - l_{\infty} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial C_i}{\partial t} \quad (1-3)$$

$$l_{\infty} \frac{\partial C_i}{\partial t} = K_{\infty} \beta_i \phi - l_{\infty} \lambda_i C_i \quad (1-4)$$

其中 $C_i = C'_i v$ 。方程(1-3)和(1-4)为反应堆活性区的中子动力学方程。

当反应堆偏离临界状态不远时，由方程(1-1)和(1-2)可以导出点堆模型的中子动态方程式为

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{l} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \quad (1-5)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l} n - \lambda_i C_i \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (1-6)$$

其中 n 为中子密度； ρ 为反应性； β 为缓发中子的总份额， C_i 为第 i 组缓发中子份额。

而
$$l = \frac{l_0}{K}$$

$$l_0 = \frac{l_\infty}{1 + B^2 M^2}, \quad K = \frac{K_\infty}{1 + M^2 B^2}$$

式(1-5)和式(1-6)中， n 和 C_i 仅为时间的函数。

其余符号均为一般文献中常用符号。对于多数实际情况来说， l (一些文献中用 A 表示) 与 l_0 之间的差别可以忽略。

1-2 零功率反应堆的传递函数

一个线性动力学系统的传递函数的定义是：在零值初始条件下，系统输出的拉氏变换和输入的拉氏变换之比。在文献[1]第十二章中，导出零功率点堆的传递函数为

$$\frac{\delta n(s)}{\delta \rho(s)} = \frac{n_0}{l} \left[\frac{1}{S \left(1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{l(S + \lambda_i)} \right)} \right] \quad (1-7)$$

下面我们求空间相关的反应堆传递函数。将输入量与输出量各自表示为稳态值与扰动值之和：

$\phi = \phi_0 + \Delta \phi$, $K_\infty = K_\infty^0 + \Delta K$, $C_i = C_{i0} + \Delta C_i$
 将上述值代入方程(1-3)和(1-4),并考虑到稳态情况下

$$\nabla^2 \phi_0 + (K_\infty^0 - 1) \phi_0 / M^2 = 0 \quad (1-8)$$

$$\beta_i \phi_0 / l_\infty - \lambda_i C_{i0} = 0 \quad (1-9)$$

可以求得

$$\frac{\partial \Delta \phi}{\partial t} = \frac{\phi_0 \Delta K}{l_\infty} + \frac{K_\infty^0 - 1}{l_\infty} \Delta \phi + \frac{M^2}{l_\infty} \nabla^2 (\Delta \phi) - \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \Delta C_i}{\partial t} \quad (1-10)$$

$$\frac{\partial \Delta C_i}{\partial t} = \frac{\beta_i \Delta \phi}{l_\infty} - \lambda_i \Delta C_i \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (1-11)$$

为了寻求 j 次谐波中子通量和增殖因数微扰量之间的关系,可以将方程(1-10)与(1-11)的有关变量用正交本征函数来表示:

$$\Delta \phi = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta \phi_n(t) \psi_n(\mathbf{r}) \quad (1-12)$$

$$\phi_0 \Delta K = \bar{\phi} \sum_{n=0}^{\infty} \Delta K_n(t) \psi_n(\mathbf{r}) \quad (1-13)$$

$$\Delta C_i = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta C_{i,n}(t) \psi_n(\mathbf{r}) \quad (1-14)$$

如将上述三个方程式两边分别乘以 $\psi_j(\mathbf{r})$, 然后对整个反应堆体积进行积分,并考虑正交本征函数的下述性质:

$$\int_V \psi_j(\mathbf{r}) \psi_n(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \delta_{jn} = \begin{cases} 0; & \text{当 } j \neq n \\ 1; & \text{当 } j = n \end{cases} \quad (1-15)$$

则可以求得系数 $\Delta \phi_n(t)$, $\Delta K_n(t)$ 和 $\Delta C_{i,n}(t)$ 。例如,对于 $\Delta K_j(t)$

$$\Delta K_j(t) = \int_V \Delta K(r, t) \psi_0(r) \psi_j(r) dr \quad (1-16)$$

按照下述步骤对式(1-10)和式(1-11)进行变换, 可以求得具有 j 次谐波的反应堆的传递函数。

1. 将有关变量写成式(1-12)–(1-14)的形式。

2. 变换中考虑下述关系式:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi_n + B^2 \psi_n + \alpha_n^2 \psi_n &= 0 \quad n = 0, 1, 2, \dots, \infty \\ \text{或 } \nabla^2 \psi_n + (K^0 - 1) \psi_n / M^2 &= -\alpha_n^2 \psi_n \end{aligned} \quad (1-17)$$

3. 将被变换方程式的各项乘以 ψ_j 并对整个反应堆体积进行积分。同时考虑式(1-15)中所表示的正交本征函数的特性。

4. 将得到的新方程式进行拉氏变换后, 则有

$$\begin{aligned} s \Delta \phi_j(s) &= \frac{\bar{\phi}}{l_\infty} \Delta K_j(s) - \frac{M^2 \alpha^2}{l_\infty} \Delta \phi_j(s) \\ &\quad - s \sum_{i=1}^6 C_{ij}(s) \end{aligned} \quad (1-18)$$

$$s C_{ij}(s) = (\beta_i / l_\infty) \Delta \phi_j(s) - \lambda_i C_{ij}(s) \quad (1-19)$$

由式(1-19)求得

$$C_{ij}(s) = \beta_i \Delta \phi_j(s) / [l_\infty (s + \lambda_i)]$$

由式(1-18)中消去 $C_{ij}(s)$ 得

$$l_\infty s \Delta \phi_j(s) = \bar{\phi} \Delta K_j(s) - M^2 \alpha^2 \Delta \phi_j(s) -$$

$$s \Delta \phi_j(s) \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{s + \lambda_i}$$

于是可得 j 次谐波的传递函数为

$$W_j(s) = \frac{\Delta \phi_j(s)}{\Delta K_j(s)} =$$

$$\frac{\phi}{l_{\infty}} \left\{ s \left[1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{l_{\infty}(s + \lambda_i)} \right] + \frac{\alpha_j^2 M^2}{l_{\infty}} \right\}^{-1} \quad (1-20)$$

由于 $\alpha_j^2 = [(j+1)^2 - 1] \frac{\pi^2}{H^2}$

对于基波, $j=0$, $\alpha_j^2=0$, 则上式变为

$$W_0(s) = \frac{\Delta \phi_{j=0}(s)}{\Delta K_{j=0}(s)} =$$

$$\frac{\bar{\phi}}{l_{\infty}} \left\{ \frac{1}{s \left[1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{l_{\infty}(s + \lambda_i)} \right]} \right\} \quad (1-21)$$

方程(1-21)与点堆传递函数方程(1-7)形式上相同。当式(1-20)和(1-21)的传递函数表示成无因次形式时, 则分别可得

$$W_j(s) = \frac{\Delta \phi_j(s) / \bar{\phi}}{\Delta K_j(s) / \beta} =$$

$$\frac{\beta}{\alpha_j^2 M^2} \left\{ \frac{l_{\infty}}{\alpha_j^2 M^2} s \left[1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{l_{\infty}(s + \lambda_i)} \right] + 1 \right\}^{-1} \quad (1-22)$$

$$W_0(s) = \frac{\Delta \phi_0(s) / \bar{\phi}}{\Delta K_0(s) / \beta} =$$

$$\beta / \left\{ l_{\infty} s \left[1 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{l_{\infty}(s + \lambda_i)} \right] \right\} \quad (1-23)$$

当采用有效单组缓发中子模型时, 可用

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i ;$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^6 \beta_i / \lambda_i}{\sum_{i=1}^6 \beta_i} \quad (1-24)$$

此时式(1-22)变为

$$W_j(s) = \frac{\beta}{\alpha_j^2 M^2} \left[\frac{s/\lambda + 1}{(l_\infty / \alpha_j^2 M^2 \lambda) s^2 + \left(\beta / \lambda \alpha_j^2 M^2 + \frac{1}{\lambda} + \frac{l_\infty}{\alpha_j^2 M^2} \right) s + 1} \right] \quad (1-25)$$

或者写成近似式:

$$W_j(s) = K_j (T_0 s + 1) / [(T'_j s + 1)(T_j s + 1)] \quad (1-26)$$

其中

$$K_j = \frac{\beta}{\alpha_j^2 M^2}; \quad T_0 = \frac{1}{\lambda}$$

$$T'_j = \frac{l_\infty}{\beta + \alpha_j^2 M^2}; \quad T_j = \frac{1 + K_j}{\lambda} \quad (1-27)$$

同样, 对于有效单组缓发中子模型, 式(1-23)变为

$$W_0(s) = \frac{\frac{1}{\lambda} s + 1}{\frac{1}{\lambda} s \left(\frac{l_\infty}{\beta} s + 1 \right)} = \frac{T_0 s + 1}{T_0 s (T'_0 s + 1)} \quad (1-28)$$

其中

$$T_0 = \frac{1}{\lambda}; \quad T'_0 = \frac{l_\infty}{\beta}$$

式(1-28)也可以从式(1-26)求得, 因为 $j = 0$ 时, $\alpha_0^2 = 0$ 。

与量 $B^2 M^2$ 相似, $\alpha_j^2 M^2$ 相应于(对 j 次谐波而言)中子自反应堆产生的泄漏, 它与反应堆尺寸和徙动面积之间的比值有关。

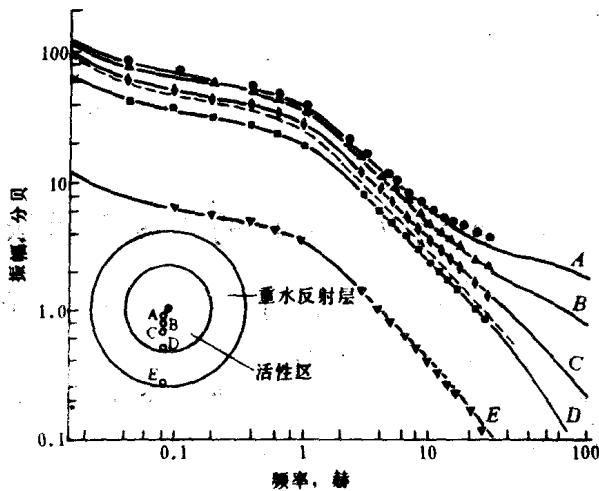
关于小型研究性反应堆，对任意 j 次谐波，关于大型动力堆， j 从 3 算起时， β 与 $\alpha_j^2 M^2$ 比较起来可予忽略。这种情况下，式 (1-26) 可简化为

$$W_j(s) = \frac{\beta}{\alpha_j^2 M^2} \left[\frac{1}{(I_\infty / \alpha_j^2 M^2) s + 1} \right] \quad (1-29)$$

这个传递函数反映了反应堆内的高频过程。当忽略缓发中子的效应时，式 (1-29) 可以从式 (1-25) 推出。

当研究大型反应堆或者研究瞬发中子寿命值较大的小型反应堆的传递函数时，必须考虑空间效应。图 1-1 表示 NORA 反应堆的振幅频率曲线和相位频率曲线。这是一个重水慢化的浓缩铀临界装置。活性区直径为 120 厘米，高 110 厘米，重水反射层厚 53 厘米。由振荡控制棒装置使反应性输入信号呈正弦曲线变化，反应性由 A, B, C, D, E 不同地点引入，在同一引入处分别用裂变室测定中子通量的响应。

显而易见，当频率大于 1 赫以上时，传递函数的空间效应就开始显露出来。



(a)

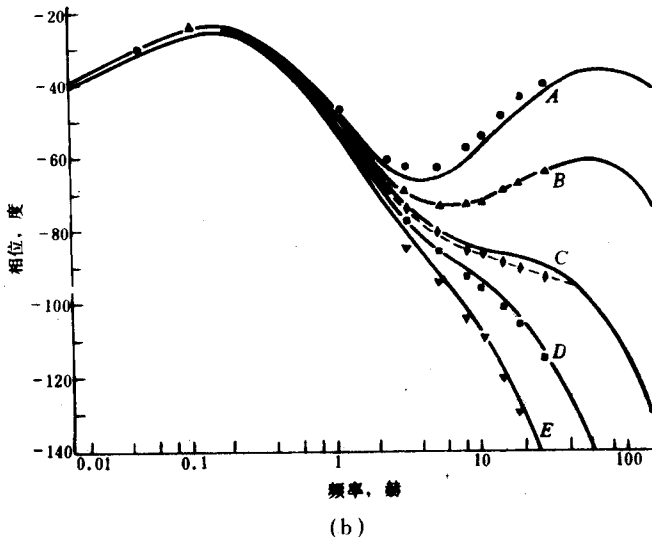


图1-1 重水临界装置NORA的振幅频率特性和
相位频率特性曲线

A离开中心7.9厘米，B离开中心17.7厘米，C离开中心37.6厘米，
D离开中心62.5厘米，E离开中心114.2厘米。

● ▲ ◆ ■ ▼为实验值，

——按双群扩散理论计算得到的曲线，

-----按点堆模型计算得到的曲线。

1-3 点堆动态方程的矩阵表示法

把反应堆动态方程表示为矩阵形式及用矩阵方法求得反应堆的传递函数，有时显得十分方便。

我们研究具有单组缓发中子的点堆动态方程。由式(1-5)和(1-6)可以写出

$$\dot{n} = \frac{\rho - \beta}{l} n + \lambda C \quad (1-30)$$

$$\dot{C} = \frac{\beta}{l} n - \lambda C \quad (1-31)$$

其中 C 为单组缓发中子先驱核密度，而 λ 为其衰变常数。
在反应性 ρ 作微小变化后

$$\begin{aligned} n &= n_0 + \delta n \\ C &= C_0 + \delta C \end{aligned}$$

则式(1-30)和(1-31)可写成

$$\delta \dot{n} = \frac{\delta \rho - \beta}{l} (n_0 + \delta n) + \lambda (C_0 + \delta C) \quad (1-32)$$

和

$$\delta \dot{C} = \frac{\beta}{l} (n_0 + \delta n) - \lambda (C_0 + \delta C) \quad (1-33)$$

其中 $\rho_0 = 0$ ； $\delta \dot{n}$ 和 $\delta \dot{C}$ 分别表示 δn 和 δC 的微分。
在平衡情况下，由式(1-33)得

$$\frac{\beta}{l} n_0 = \lambda C_0 \quad (1-34)$$

将式(1-32)和(1-33)展开得

$$\begin{aligned} \delta \dot{n} &= \frac{n_0}{l} \delta \rho + \frac{\delta \rho}{l} \delta n - \frac{\beta n_0}{l} - \frac{\beta}{l} \delta n + \lambda C_0 + \lambda \delta C \\ \delta \dot{C} &= \frac{\beta}{l} n_0 + \frac{\beta}{l} \delta n - \lambda C_0 - \lambda \delta C \end{aligned}$$

利用关系式(1-34)并忽略二阶无穷小项后得线性化零功率点堆动力学方程

$$\delta \dot{n} = -\frac{\beta}{l} \delta n + \lambda \delta C + \frac{n_0}{l} \delta \rho \quad (1-35)$$

$$\delta \dot{C} = \frac{\beta}{l} \delta n - \lambda \delta C \quad (1-36)$$

式(1-35)和(1-36)写成矩阵形式为