自 动 控 制 元 件

（飞行器自动控制专业用）

郭秀中　林燕珊　韩智修　等编

南京航空航天大学

1995.12

目 录

2008047617

第一章　陀螺传感器

§1－1　陀螺仪概述

陀螺仪是飞行自动控制系统的重要组成部分，在飞机上用来测量飞机俯仰角、倾斜角、航向角和角速度等参数。

飞机在空中飞行，不论由飞行员驾驶，还是由自动驾驶仪驾驶，都必须测量出飞机的姿态角（俯仰角和倾斜角），航向角和角速度等参数，才能正确地操纵飞机，完成飞行和作战任务。

测量飞机姿态角的陀螺仪称为垂直陀螺仪或陀螺地平仪；测量飞机航向角的陀螺仪称为航向陀螺仪或陀螺半罗盘；测量飞机角速度的陀螺仪称为角速度陀螺仪或简称速率陀螺仪。在近代飞机中，常把垂直陀螺仪与航向陀螺仪组合成一个仪表而称为全姿态组合陀螺仪，或者，采用陀螺稳定平台来测量飞机的姿态角和航向角。

陀螺仪所测量的飞机的姿态角、航向角或角速度，利用传感器转换成电气信号，并输送给自动驾驶仪的电子线路，这样的陀螺仪又叫陀螺传感器。陀螺仪也可以直接给出指示，供驾驶员判读，这样的陀螺仪则是陀螺指示仪表。本章主要介绍目前自动驾驶仪中常用的几种陀螺仪。通过学习，重点应了解这些陀螺仪的基本工作原理和使用特性。

一、陀螺仪的基本组成

陀螺仪的核心是一个绕转子轴（又称自转轴或陀螺主轴）作高速旋转的转子。为了测量飞机的姿态和航向及其变化，必须把转子安装在万向支架上或特殊支承上，使转子相对基座具有两个或三个转动自由度。该装置总体便构成陀螺仪。陀螺仪也常称为陀螺。

按照转子所具有转动自由度数目，可分为三自由度陀螺仪和二自由度陀螺仪。若不计转子自转的转动自由度，则分为双自由度陀螺仪和单自由度陀螺仪。后者实际上是按照转子轴所具有转动自由度的数目来分类的。这是目前常用的两种分类方法，但在本章中所采用的是后一种分类方法。

双自由度陀螺仪的基本组成如图*1－1*所示。转子借助转子轴上一对轴承安装于内环中，内环借助内环轴上一对轴承安装于外环中，外环借助外环轴上一对轴承安装于基座上。由内环和外环组成的支架通常称为万向支架。转子轴线与内环轴线垂直且相交，内环轴线与外环轴线垂直且相交；这三根轴线相交于一点时，该交点称为万向支点。转子由驱动装置使之绕转子轴高速旋转，转子连同内环可绕内环轴转动，转子连同内环和外环又可绕外环轴转动。转子相对基座而言，具有绕转子轴、内环轴和外环轴这三个轴转动的自由度。转子轴相对基座而言，具有绕内环轴和外环轴这两个轴转动的自由度。这样组成的陀螺仪称为双自由度陀螺仪。

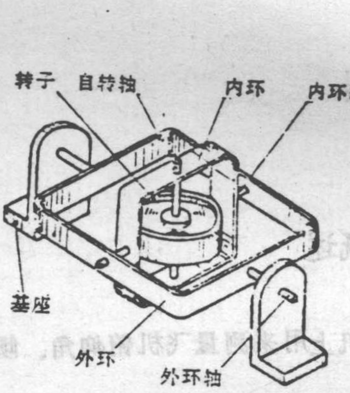

图 1－1 双自由度陀螺仪的基本组成

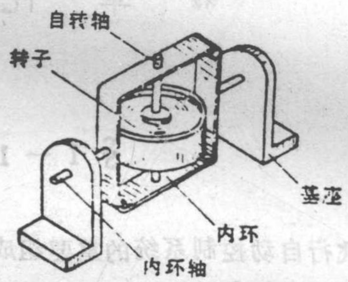

图 1－2 单自由度陀螺仪的基本组成

若去掉外环而把内环直接支承在基座上如图 1－2所示，则转子相对基座而言，仅具有绕转子轴和内环轴这两个轴转动的自由度。而转子轴相对基座而言，仅具有绕内环轴这一个轴转动的自由度。这样组成的陀螺仪称为单自由度陀螺仪。

在实际应用的陀螺仪中，转子一般采用高比重金属材料例如不锈钢、黄铜或钨镍铜合金等，做成空心圆柱体或实心圆柱体形状，并由陀螺电动机驱动使之绕转子轴高速旋转。磁滞陀螺电动机驱动时转子的转速一般为每分钟24000转，异步陀螺电动机驱动时则略低于该数值。内环一般采用铝合金、钢或铍合金，做成方框形薄壁框架或圆柱形、球形薄壁壳体的内环又常叫做陀螺房。外环一般也采用铝合金、钢或铍合金，做成方框形或钟罩形薄壁壳体。

二、陀螺仪重要的特性参数——陀螺转子动量矩

陀螺仪工作时其转子绕转子轴作高速旋转，另外，转子连同内环还要绕内环轴作所需要的转动，或者，转子连同内环和外环还要绕外环轴作所需要的转动。由于转子、内环或外环具有转动惯量，而且具有角速度，所以就具有动量矩或说具有角动量。

在研究陀螺仪运动时，我们可以把转子、内环或外环当成刚体。从力学基本知识可知，对于定轴转动的刚体，其动量矩表示如下：

$$H_l = J_l \omega_l \qquad (1-1)$$

式中 H_l ——刚体对轴 l的动量矩；

J_l ——刚体对轴 l的转动惯量；

ω_l —— 刚体绕轴 l的转动角速度。

对于定点转动的刚体，当各座标轴取得与刚体的惯性主轴相重合时，其动量矩表示如下：

$$\overline{H_0} = J_x\omega_x \overline{i} + J_y\omega_y \overline{j} + J_z\omega_z \overline{K} \qquad (1-2)$$

式中 $\overline{H}_0$ ——刚体对点O的动量矩矢量;

J_x、J_y、J_z ——刚体对座标轴 x、y、z的转动惯量;

ω_x、ω_y、ω_z ——刚体绕座标轴 x、y、z的转动角速度;

$\overline{i}$、$\overline{j}$、$\overline{K}$——沿座标轴 x、y、z的单位矢量。

陀螺仪中转子的运动可看成是转子绕万向支点的转动，这显然是属于刚体绕定点转动的情况。设取座标轴 z与转子轴重合，座标轴 x与内环轴重合，座标轴 y与外环轴重合，并且 x、y和 z组成右手座标系。又设转子对 x、y、z轴的转动惯量分别为 J_x、J_y、J_z，转子绕 x、y、z轴的转动角速度分别为ω_x、ω_y、Ω 这样，可把转子动量矩表示成为:

$$\overline{H}= J_x\omega_x\overline{i}+ J_y\omega_y\overline{j}+ J_z\Omega\overline{K} \qquad (1-3)$$

当陀螺进入正常工作状态时，转子绕转子轴的转速一般达到每分钟22000～24000转，即自转角速度Ω约为每分钟2300～2500弧度；而转子绕内、外环轴的转动角速度（进动角速度）一般都在每分钟几度以内，即ω_x和ω_y一般仅为每秒千分之几弧度以内。因转子角速度Ω比ω_x和ω_y大好几个数量级，而转子转动惯量 J_z 与 J_x 和 J_y 具有同一个数量级（在陀螺仪的实际结构中 J_x 或 J_y 与 J_z 之比约为0.6左右），故（1-3）式等号右边一、二两项同第三项相比成为微量可予以忽略。因此，陀螺转子动量矩可以采用下式表示:

$$\overline{H}= J_z\Omega\overline{K} \qquad (1-4)$$

由此得到一个基本概念：陀螺转子动量矩的大小，就等于转子对转子轴的转动惯量与转子自转角速度的乘积，即

$$H= J_x\Omega \qquad (1-5)$$

其方向就沿着转子轴并与转子自转角速度矢量的方向一致。

转子动量矩的单位目前常用的有实用单位制和高斯单位制（CGS单位制）两种。在实用单位制中，转子转动惯量的单位是克·厘米·秒^2，转子角速度的单位是弧度/秒，转子动量矩的单位是克·厘米·秒。在高斯单位制中，转子转动惯量的单位是克·厘米^2，转子角速度的单位是弧度/秒，转子动量矩的单位是克·厘米^2 /秒。

应该注意，实用单位制中的克系指克力或克重量，高斯单位制中的克系指克质量。两种单位制表示的动量矩其换算关系是:

$$1\text{克·厘米·秒}= 980\text{克·厘米}^2/\text{秒}$$

$$1\text{克·厘米}^2/\text{秒}=\frac{1}{980}\text{克·厘米·秒}$$

还应注意，通常给出的往往是转子的转速，其单位以转/分表示；但在应用（1-5）式计算动量矩时，转子自转角速度须以弧度/秒为单位代入计算。两者的换算关系是:

$$1\text{转/分}=\frac{2\pi}{60}\text{弧度/秒}$$

〔例〕设转子对转子轴的转动惯量 $J_z=1.75$ 克·厘米·秒^2，转子绕转子轴的转速 $n=22000$ 转/分。我们可计算出自转角速度为

$$\Omega=\frac{\pi n}{30}=\frac{\pi\times 22000}{30}\approx 2300\ \text{弧度/秒}$$

据此可计算出该转子动量矩为

$$H=J_z\Omega=1.75\times 2300\approx 4000\ \text{克·厘米·秒}$$

转子动量矩是陀螺仪重要的特性参数。只有当转子高速旋转即具有一定的动量矩时，陀螺仪的特性才会表现出来。

实际上，陀螺仪中的内环具有对内、外环轴的转动惯量和绕内、外环轴的转动角速度，外环具有对外环轴的转动惯量和绕外环轴的转动角速度，也就是说，内环具有对内、外环轴的动量矩，外环具有对外环轴的动量矩。但因内、外环的转动惯量与转子的转动惯量具有同一个数量级，而内、外环的转动角速度却比转子自转角速度小好几个数量级，所以当陀螺仪进入正常工作状态时，可将内、外环的动量矩加以忽略而不会影响研究问题的精度。

§1－2 陀螺仪的基本特性

双自由度陀螺仪的基本特性是进动性和稳定性（也常称定轴性）。单自由度陀螺仪的基本特性是能够感受绕其缺少自由度轴线方向转动的特性。

一、双自由度陀螺仪的进动性

1. 陀螺仪的进动性及其规律

当双自由度陀螺仪的转子不旋转时，若绕外环轴（或内环轴）作用一个力矩，则陀螺仪将按动力学第二定律绕外环轴（或内环轴）作角加速转动。这就是说，当转子不旋转时，陀螺仪的运动规律与一般刚体相同。但当转子高速旋转即具有一定的动量矩时，陀螺仪的运动规律与一般刚体有很大的区别。这时，如果绕外环轴作用一个力矩，陀螺仪并不绕外环轴作角加速转动，而是绕内环轴作等角速转动，如图1－3 a所示。同样，如果绕内环轴作用一个力矩，陀螺仪也不绕内环轴作角加速转动，如图1－3 b所示。

陀螺仪的转动方向与外力矩的作用方向不一致，而是与外力矩作用方向相垂直的特性，叫做陀螺仪的进动性。进动性是双自由度陀螺仪的一个基本特性。

为了同一般刚体的转动相区分，我们把陀螺仪这种绕着与外力矩方向相垂直方向的转动叫做进动，其转动角速度叫做进动角速度，有时还把陀螺仪进动所绕的轴叫做进动轴。

陀螺进动角速度的方向，取决于动量矩的方向和外力矩的方向。其规律见图1－4。动量矩矢量$\overline{H}$沿最短途径趋向外力矩矢量$\overline{M}$转动的方向，即为陀螺进动的方向。或者说，从动量矩矢量$\overline{H}$沿最短途径握向外力矩矢量$\overline{M}$的右手旋进方向，即为进动角速度$\overline{\omega}$的方向。例如，在图1－3中应用这个规则可判断出：外力矩绕外环轴的正向作用，陀螺仪是绕内环轴的负向进动；外力矩绕内环轴的正向作用，陀螺仪是绕外环轴的正向进动。

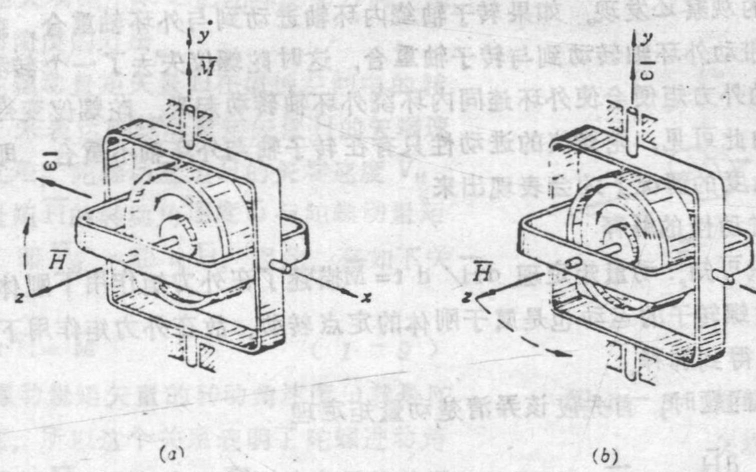

图 *1 - 3* 外力矩作用下陀螺仪的进动

陀螺进动角速度的大小，取决于动量矩的大小和外力矩的大小。其计算式如下：

$$\omega = \frac{M}{H} \qquad (1-6)$$

上式表明：当动量矩为一定值时，外力矩愈大则进动角速度愈大，外力矩愈小则进动角速度愈小，即进动角速度的大小与外力矩的大小成正比。但外力矩为一定值时，动量矩愈大则进动角速度愈小，动量矩愈小则进动角速度愈大，即进动角速度的大小与动量矩的大小成反比。当动量矩和外力矩均为一定值时，进动角速度也保持为一定值。

在应用（ *1 - 6* ）式计算进动角速度时，外力矩和动量矩必须采用同一单位制的单位代入才对。由此计算出进动角速度的单位是弧度／秒。但在实际应用中，进动角速度的单位一般采用度／分或度／小时来表示，它们之间的换算关系是：

$$1 \text{弧度／秒} = 3.44\times10^{3}\text{度／分}$$
$$= 2.06\times10^{5}\text{度／小时}$$

〔例〕设陀螺动量矩H＝ *4000* 克·厘米·秒，绕内环轴作用的外力矩M＝ *1* 克·厘米，则陀螺仪绕外环轴的进动角速度为

$$\omega = \frac{M}{H} = \frac{1}{4000} = 2.5\times10^{4}\text{弧度／秒} = 0.86\text{度／分} = 51.6\text{度／小时}$$

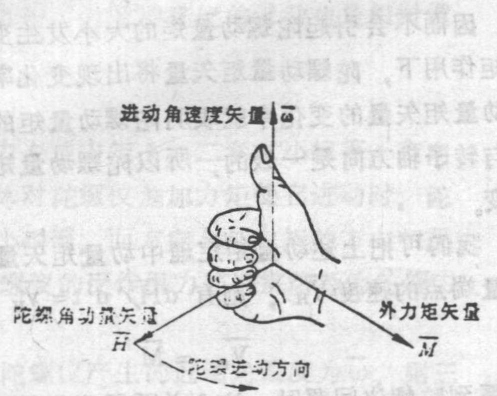

图 *1 - 4* 陀螺进动的方向

从实际的观察还发现，陀螺仪的进动是在外力矩加上的瞬间立即发生，并在外力矩去除的瞬间立即消失；外力矩的大小或方向改变。也就是说，陀螺仪的进动好象是“无

惯性”似的。

此外，从实际的观察还发现，如果转子轴绕内环轴进动到与外环轴重合，或者其基座内环轴方向转动带动外环轴转动到与转子轴重合，这时陀螺仪失去了一个转动自由度，那么绕外环轴作用的外力矩便会使外环连同内环绕外环轴转动起来，陀螺仪变得与一般刚体没有区别了。由此可见，陀螺仪的进动性只有在转子轴与外环轴不重合，即陀螺仪不失去一个转动自由度的情况下才会表现出来。

2．对陀螺仪进动性的解释

从力学基本知识可知，动量矩定理 $d\overline{H}/dt=\overline{M}$描述了在外力矩作用下刚体定点转动所遵循的规律。陀螺转子的运动也是属于刚体的定点转动，故在外力矩作用下其运动规律可从动量矩定理得到解释。

在联系到陀螺仪问题时，首先应该弄清楚动量矩定理

$$\frac{d\overline{H}}{dt}=\overline{M} \qquad (1-7)$$

当中各项符号所对应的具体含义：

$\overline{H}$——表示陀螺动量矩矢量；

$\frac{d\overline{H}}{dt}$——表示在惯性空间中陀螺动量矩矢量H对时间的矢导数，即陀螺动量矩矢量$\overline{H}$在惯性空间中的变化率；

$\overline{M}$——表示作用在陀螺仪上的外力矩矢量。

这样，动量矩定理在这里所表示的具体含义就是：陀螺动量矩矢量$\overline{H}$在惯性空间中的变化率 $d\overline{H}/dt$，等于作用在陀螺仪上的外力矩矢量$\overline{M}$。

陀螺动量矩是由陀螺电动机驱动转子高速旋转而产生的，当转子达到额定转速的正常工作状态时，陀螺动量矩的大小保持不变。如果外力矩绕内环轴或外环轴作用在陀螺仪上，由于万向支架的结构特点，这个外力矩不会绕转子轴传递到转子上使它的转速改变，因而不会引起陀螺动量矩的大小发生变化。但是从动量矩定理显然看出，在这个外力矩作用下，陀螺动量矩矢量将出现变化率。既然陀螺动量矩的大小保持不变，那么陀螺动量矩矢量的变化率就表明陀螺动量矩的方向发生改变了。上已述及，陀螺动量矩方向与转子轴方向是一致的，所以陀螺动量矩的方向发生改变就是表明转子轴的方向发生改变。

我们可把上述动量矩定理中动量矩矢量H对时间的矢导数 $d\overline{H}/dt$，看成是动量矩矢量端点的速度$\overline{V}_H$，则有 $d\overline{H}/dt=\overline{V}_H$。这样，得到动量矩定理的另一表达形式：

$$\overline{V}_H=\overline{M} \qquad (1-8)$$

联系到陀螺仪问题时，这个关系所表示的具体含义就是：陀螺动量矩H的矢端速度$\overline{V}_H$，等于作用在陀螺仪上的外力矩矢量$\overline{M}$。两者不仅大小相等，而且方向相同，在图1－5中表示了这个关系。根据陀螺动量矩$\overline{H}$矢端速度$\overline{V}_H$的方向与外力矩$\overline{M}$的方向相一致的关系，便可确定出陀螺动量矩的方向变化，从而也就确定出陀螺进动的方向了。这与上

述的判断规则完全一致。但我们利用“外力矩矢量拉着动量矩矢端跑”来记忆陀螺进动方向，更是一种形象而简便的方法。

现在用陀螺动量矩矢量$\overline{H}$在惯性空间中的转动角速度$\overline{\omega}$，来表达陀螺动量矩矢量H的矢端速度$\overline{V}_H$。这就是：陀螺动量矩$\overline{H}$的矢端速度$\overline{V}_H$，等于陀螺动量矩$\overline{H}$的转动角速度$\overline{\omega}$与陀螺动量矩H的矢量积，即$\overline{V}_H=\overline{\omega}\times\overline{H}$。因此，有如下关系成立：

$$\overline{\omega}\times\overline{H}=\overline{M} \qquad (1-9)$$

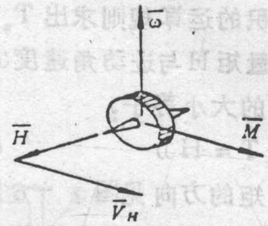

图1－5　陀螺动量矩的矢端速度

很显然，陀螺动量矩矢量的转动角速度$\overline{\omega}$就是陀螺进动角速度，所以这个关系表明了陀螺进动角速度$\overline{\omega}$与动量矩$\overline{H}$以及外力矩$\overline{M}$三者之间的关系。若已知动量矩$\overline{H}$和外力矩$\overline{M}$，则根据矢量积的运算规则，可确定出进动角速度$\overline{\omega}$的大小和方向。上述关于进动角速度大小的计算式即（1－6）式，可以从（1－9）式导出。（1－9）式就是以矢量形式表示的陀螺仪进动方程式。

从动量矩定理还可看到陀螺仪进动的“无惯性”。外力矩加在陀螺仪的瞬间，陀螺动量矩矢量立刻出现变化率而相对惯性空间改变方向，因而陀螺仪也立刻出现进动。外力矩去除的瞬间，陀螺动量矩矢量的变化率立刻为零而相对惯性空间保持方向不变，因而陀螺仪也立刻停止进动。

通过以上解释应当明确：陀螺仪进动的内因是转子的高速旋转即动量矩的存在，外因则是外力矩的作用；外力矩之所以会使陀螺仪产生进动，是因为外力矩改变了陀螺动量矩方向的结果。如果转子没有旋转即动量矩为零，或者作用于陀螺仪的外力矩为零，或者外力矩矢量与动量矩矢量共线（例如转子轴与外环轴重合时，沿外环轴的外力矩矢量便与动量矩矢量共线），那么陀螺仪就不会表现出进动性。而且还应明确：在外力矩作用下陀螺动量矩矢量的变化率是相对惯性空间而言的，因此陀螺仪的进动也是相对惯性空间而言的。

3．陀螺仪进动的反作用力矩——陀螺力矩

我们知道，有作用力（或力矩），必有反作用力（或力矩）；二者大小相等，方向相反，但分别作用在两个不同的物体上。当某个物体对陀螺仪施加力矩使它进动时，陀螺仪也必然存在反作用力矩，其大小与外力矩的大小相等，而方向与外力矩的方向相反，并且是作用在给陀螺仪施加力矩的那个物体上。陀螺仪的反作用力矩通常简称为陀螺力矩。

设陀螺动量矩为$\overline{H}$，作用的外力矩为$\overline{M}$，它使陀螺仪产生的进动角速度为$\overline{\omega}$，则三者之间的关系如（1－9）式表示，即有$\overline{M}=\overline{\omega}\times\overline{H}$。陀螺仪进动时的反作用力矩即陀螺力矩$\overline{T}$与外力矩$\overline{M}$之间的关系显然是$\overline{T}=-\overline{M}$，因此可得：

$$\overline{T}=\overline{H}\times\overline{\omega} \qquad (1-10)$$

也就是说，陀螺力矩$\overline{T}$等于动量矩$\overline{H}$与进动角速度ω的矢量积。只要已知H和ω，则可按照矢量积的运算规则求出T。

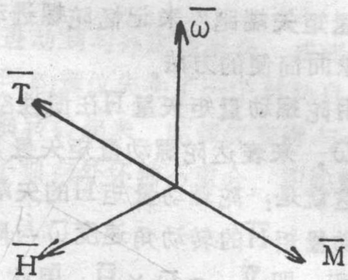

图 *1 − 6*　陀螺力矩的方向

当动量矩H与进动角速度ω相垂直时，陀螺力矩的大小等于：

$$T = H\omega \qquad (1-11)$$

而陀螺力矩的方向见图 *1 − 6* 所示。从动量矩矢量$\overline{H}$沿最短途径握向进动角速度$\overline{\omega}$的右手旋进方向，即为陀螺力矩$\overline{T}$的方向。

下面说明陀螺仪进动时的陀螺力矩是如何形成的。陀螺仪的转子作高速旋转，在外力矩作用下还产生进动。我们可以看成是两种运动的合成：一是转子对万向支架的相对运动，另一是转子连同万向支架对基座的牵连运动，并且该牵连运动为转动。

根据力学知识可知，一个复合运动的质点或物体，当其牵连运动为转动时，必然存在哥氏加速度。哥氏加速度的方向见图 *1 − 7* 所示。哥氏加速度 $\overline{a_c}$，垂直于牵连角速度$\overline{\omega}$与相对速度$\overline{V_r}$所组成的平面，从$\overline{\omega}$沿最短途径握向$\overline{V_r}$的右手旋进方向即为 $\overline{a_c}$ 的方向。哥氏加速度的大小则为：

$$a_c = 2\omega V_r \sin(\widehat{\omega, V_r}) \qquad (1-12)$$

参看图 *1 − 8*（这里从转子轴 z 的正向俯视陀螺仪），设转子绕转子轴 z 的正向以角速度Ω相对内环转动，转子又连同内、外环绕外环轴 y 的正向以角速度ω，相对基座转动。这时转子上各质点具有相对速度V_r和牵连转动角速度ω_y，由于相对运动与牵连转动的相互影响，转子上各质点也必然存在哥氏加速度。

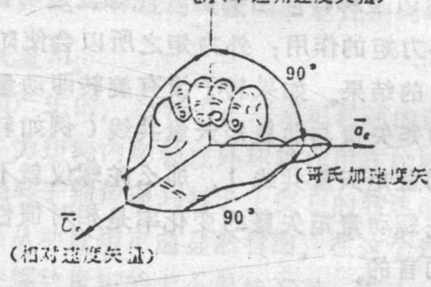

图 *1 − 7*　哥氏加速度的方向

转子上各质点哥氏加速度的方向和大小可按上述确定，在第一和第二象限中，各质点哥氏加速度方向垂直于转子的旋转平面且矢端朝上，图中用⊙表示；在第三和第四象限中，各质点哥氏加速度方向也垂直于转子的旋转平面但矢端朝下，图中用⊗表示。考虑到转子各质点相对速度的大小为 $V_r = r\Omega$，牵连角速度的大小为ω_y，两者之间的夹角为θ，将这些代入（*1 − 12*）式，得到各质点哥氏加速度的大小为：

$$a_c = 2\omega_y \Omega\, r \sin\theta \qquad (1-13)$$

显然，各质点哥氏加速度的方向，是与外力矩引起的作用在各质点上的力而产生的。根据惯性力的基本概念，转子各质点受到外力作用使之产生哥氏加速度的同时，必然因

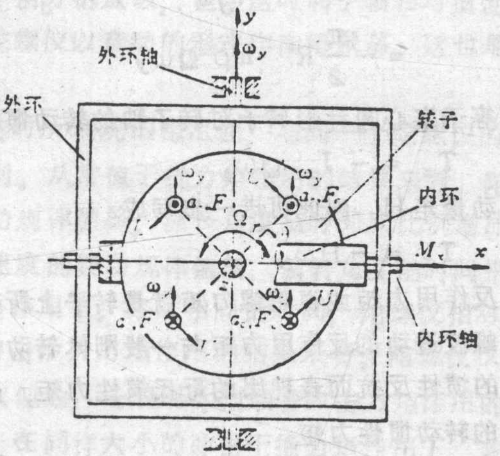

图 *1* － *8*　转子绕外环轴进动时各质点的哥氏加速度

惯性而表现出它的反抗，即必然存在有哥氏惯性力，其方向与作用力的方向即哥氏加速度的方向相反，而大小与作用力的大小相等。

不难看出，转子上各质点的哥氏惯性力都平行于转子轴，故对转子轴之矩为零；而且转子具有对称性，故对外环轴之矩的总和也为零；但对内环轴之矩都是同方向的，故对内环轴就有力矩了。转子上所有质点的哥氏惯性力对内环轴之矩的总和，便是整个转子的哥氏惯性力矩。

现以均质对称的实心圆柱形转子为例。设其半径为 R，高度为 h，材料的质量密度为ρ。在转子上半径为 r 处取一个如图 *1* － *9* 所示的微体积，它沿径向的边长为 dr，沿圆周的边长为 rdθ，厚度为 dh，可得其体积为：

$$dv = r\,d\theta\,dr\,dh$$

该微体积的质量为：

$$dm = \rho\,dv = \rho\,r\,d\theta\,dr\,dh$$

该微质量的哥氏惯性力为：

$$dF_c = -a_c\,dm$$

$$= -2\rho\omega_y\Omega r^2\,dr\sin\theta\,d\theta\,dh$$

图 *1* － *9*　转子上的一个微体积

该惯性力到内环轴的距离为 $r\sin\theta$，故哥氏惯性力 dF_c 对内环轴之矩等于：

$$dT_x = r\sin\theta\, dF_c = -2\rho\,\omega_y\Omega\, r^3\; dr\sin^2\theta\; r\,d\theta\; dh$$

这就是转子上一个微质量的哥氏惯性力矩。整个转子的哥氏惯性力矩可由积分得到：

$$T_x = -2\rho\omega_y\int_0^R r^3\, dr\int_0^{2\pi}\sin^2\theta\, d\theta\int_{-h/2}^{-h/2} dh$$

$$= -\frac{\pi}{2}R^4\; h\rho\,\Omega\omega_y$$

式中 $\pi R^4\; h\rho/2$ 等于实心圆柱形转子对转子轴的转动惯量 J_x，这样可把上式写成：

$$T_x = -J_x\;\Omega\omega_y$$

式中 $J_x\;\Omega$ 等于陀螺动量矩H，因此可进一步写成：

$$T_x = -H\omega_y \qquad (1-14)$$

由此可见，陀螺反作用力矩或说陀螺力矩就是转子上所有质点的哥氏惯性力所形成的哥氏惯性力矩。陀螺仪进动的反作用力矩与一般刚体转动的反作用力矩不同之点在于前者是陀螺仪进动时的惯性反抗而表现出的哥氏惯性力矩，后者则是刚体角加速转动时的惯性反抗而表现出的转动惯性力矩。

必须强调指出，陀螺力矩并不是作用在转子本身上，而是作用在向陀螺仪施加力矩的那个物体上。例如，我们用手绕外环轴对陀螺仪施加力矩，这个力矩是通过外环传到内环轴上的一对轴承，再通过内环传到转子轴上的一对轴承而传到转子，这样才使转子产生绕内环轴的进动。转子绕内环轴进动的同时所产生的绕外环轴的陀螺力矩，则是通过转子轴上的一对轴承传到内环，再通过内环轴上的一对轴承传到外环而反作用到手上。

因此，对陀螺仪中的转子而言，它仅受到外力矩的作用，转子是处于进动状态，而不是处于平衡状态。

二、双自由度陀螺仪的稳定性（定轴性）

1．陀螺仪的稳定性及其表现

当双自由度陀螺仪的转子不旋转时，若对陀螺仪作用一个冲击力矩，则陀螺仪将顺着冲击力矩的方向转动起来；若转动安装陀螺仪的基座，则内、外环轴上轴承的摩擦力矩很可能引起陀螺仪出现转动。但当转子高速旋转即具有一定的动量矩时，冲击力矩仅仅使陀螺仪出现微小的振荡运动，转子轴的方位并没有明显的改变；转动基座时轴承摩擦力矩仅仅使陀螺仪出现缓慢的进动，转子轴的方位改变也不易觉察出来。

陀螺仪具有抵抗干扰力矩，力图保持其转子轴相对惯性空间方位稳定的特性，叫做陀螺仪的稳定性，也常叫做陀螺仪的定轴性。稳定性或定轴性是双自由度陀螺仪的又一个基本特性。

当然，陀螺仪的稳定性并不是意味着转子轴相对惯性空间的方位绝对地保持不变。在实际的陀螺仪结构中，总是不可避免地存在着干扰力矩，例如内、外环轴上轴承的摩擦力矩、陀螺组合件的不平衡力矩以及其它因素引起的干扰力矩。在干扰力矩作用下，陀螺仪将产生进动，使转子轴偏离原来的惯性空间方位。由干扰力矩所引起的陀螺仪的进动，通常称为漂移。虽然在干扰力矩作用下陀螺仪会产生漂移，但因漂移是一种很缓

慢的运动，故在一定时间内转子轴相对惯性空间的方位改变就很微小。在干扰力矩作用下陀螺仪以进动的形式作缓慢漂移，这就是陀螺仪稳定性的一种表现。

当作用于陀螺仪的干扰力矩是冲击力矩时，转子轴将在原来的空间方位附近作锥形振荡运动。陀螺仪的这种振荡运动，通常称为章动。虽然在冲击力矩作用下陀螺仪会产生章动，但只要陀螺动量矩比较大，那末章动的频率就很高，一般达每秒数百次以上，而振幅却很小，一般为小于角分的量级，也即这时转子轴相对惯性空间的方位改变极为微小。在冲击力矩作用下陀螺仪以章动的形式作微幅振荡，这也是陀螺仪稳定性的一种表现。

陀螺仪的转子高速旋转时所表现的稳定性，与同一个陀螺仪的转子不旋转时（即为一般刚体）相比有很大区别。从常值干扰力矩作用的结果来看，陀螺仪是绕与外力矩相垂直的轴按等角速度的进动规律漂移，漂移角度随时间成比例增加；一般刚体则绕与外力矩同方向的轴按等角加速度的转动规律偏转，偏转角度随时间平方成比例增加。因此，在同样大小的常值干扰力矩作用下，经过相同的时间，陀螺仪相对惯性空间的方位改变远比一般刚体小得多。从冲击干扰力矩作用的结果来看，陀螺仪仅是作高频微幅的章动，好象冲击力矩冲不动陀螺仪似的；一般刚体则顺着冲击力矩作用的方向转动，转动角度随时间成比例增加。因此，在同样大小的冲击干扰力矩作用下，陀螺仪相对惯性空间的方位改变也远比一般刚体小得多。现通过两个例子来具体比较它们的量值。

〔例1〕设陀螺动量矩 $H=4000$ 克·厘米·秒，陀螺仪对内、外环轴的转动惯量 $J_x=J_y=2$ 克·厘米·秒^2。又设绕外环轴的常值干扰力矩 $M_y=2$ 克·厘米，作用时间 $t=60$ 秒，则陀螺仪绕内环轴漂移角度为

$$\theta_x=\frac{M_y}{H}t=\frac{2}{4000}\times 60=3\times 10^{-2}\text{ 弧度}=1.72\text{度}$$

若转子不旋转即为一般刚体时，则在同一干扰力矩作用下，所引起的绕外环轴偏转角度为

$$\theta_y=\frac{1}{2}\frac{M_y}{J_y}t^2=\frac{1}{2}\times\frac{2}{2}\times 60^2=1800\text{弧度}$$

〔例2〕设陀螺仪的参数与上例相同。又设绕外环轴的冲击干扰力矩 $M_y=100$ 克·厘米，作用时间 $\Delta t=0.01$ 秒，则陀螺仪的章动频率和振幅（其表达式推导可参阅有关的陀螺书籍）分别为

$$f_n=\frac{1}{2\pi}\frac{H}{\sqrt{J_x J_y}}=\frac{1}{2\pi}\frac{4000}{\sqrt{2\times 2}}=318\text{赫}$$

$$\theta_n=\frac{M_y\Delta t}{H}=\frac{100\times 0.01}{4000}=2.5\times 10^{-4}\text{ 弧度}$$
$$=0.86\text{角分}$$

若转子不旋转即为一般刚体时，则在同一干扰力矩作用下，经过时间 t（这里设 $t=60$ 秒）所引起的绕外环轴偏转角度为

$$\theta_y=\frac{M_y\Delta t}{J_y}t=\frac{100\times 0.01}{2}\times 60=30\text{弧度}$$

2．衡量陀螺仪精度的主要指标——陀螺漂移率

实际的陀螺仪总是存在着漂移或章动，使转子轴相对惯性空间改变方位。只有在陀螺漂移很缓慢和章动振幅很微小的情况下，转子轴才会相对惯性空间保持很高的方位稳定精度。但在漂移和章动这两种形式的运动中，我们更为关心的是陀螺漂移的影响，因为它将造成转子轴相对原来惯性空间方位的偏角随时间增加，而陀螺章动仅使转子轴在原来的惯性空间方位附近作振荡运动。

陀螺漂移的快慢是用单位时间内漂移角度，即用漂移角速度来表示。漂移角速度的量值通常称为漂移率。显而易见，陀螺漂移率愈小，转子轴相对惯性空间的方位稳定精度也愈高。当需要施加控制力矩使转子轴跟踪空间某一变动的方位时，陀螺漂移率愈小，其方位跟踪精度也愈高。因此，陀螺漂移率是衡量陀螺仪精度的最主要指标。

设陀螺动量矩为H，作用于陀螺仪的干扰力矩为M_d，则陀螺漂移率的计算式为：

$$\omega_d = \frac{M_d}{H} \qquad (1-15)$$

陀螺漂移率的大小取决干扰力矩的大小和动量矩的大小，它与干扰力矩的大小成正比，而与动量矩的大小成反比。陀螺漂移率的单位一般采用度／小时或度／分来表示。

〔例〕设陀螺动量矩H＝4000克·厘米·秒，当干扰力矩M_d＝0．5克·厘米时，则陀螺漂移率为

$$\omega_d = \frac{M_d}{H} = \frac{0.5}{4000}\text{弧度／秒} = 0.43\text{度／分}$$

$$= 25.8\text{度／小时}$$

当干扰力矩M_d＝0．1克·厘米时，则陀螺漂移率为ω_d＝5．16度／小时。若干扰力矩仍是M_d＝0．1克·厘米，但陀螺动量矩H＝8000克·厘米·秒，则陀螺漂移率为ω_d＝2．58度／小时。

在飞机自动驾驶仪中应用的陀螺仪，其漂移率一般为每小时几度至几十度。例如，速率陀螺仪一般为150～10度／小时，垂直陀螺仪一般为30～10度／小时，航向陀螺仪一般为12～1度／小时。在惯性导航系统中应用的陀螺仪，其漂移率一般需要达到0．01～0．001度／小时甚至更小。

为了降低陀螺漂移率，应当尽量减小干扰力矩。在陀螺仪中造成干扰力矩的因素很多，例如内、外环轴上轴承的摩擦、陀螺组合件的不平衡、结构的不等弹性、电磁元件的电磁干扰、热变形和热对流干扰以及制造工艺上的误差，等等。在陀螺仪的设计、结构、材料和工艺等方面，都应该尽量减小造成干扰力矩的各种因素。例如，内、外环轴上的轴承采用低摩擦的轴承以减小轴承摩擦力矩，陀螺组合件进行精细的静平衡以减小不平衡力矩，各构件采用刚性大的材料并尽可能设计成等弹性结构以减小不等弹性力矩，等等。

为了降低陀螺漂移率，还必须适当增加陀螺动量矩，从H＝$J_x\Omega$看出，这可通过适当增大转子的转动惯量J_x和自转角速度Ω来实现。但应注意，只是在一定的范围内增大动量矩，对降低漂移率的效果才较为明显。过多增大动量矩会带来陀螺体积、重量、

功耗和发热都相应增大得较多，而且干扰力矩例如与陀螺重量成比例的摩擦力矩、由陀螺发热而引起热变形或热对流力矩等也相应增大较多，使得增加动量矩的效果在很大程度上被干扰力矩的增大所抵消，所以过多增大动量矩对降低漂移率并无明显效果，甚至还会适得其反。由于这个原因，陀螺动量矩多选取在小于几千克·厘米·秒的范围内。

3．陀螺仪相对地球的表观运动

陀螺仪具有相对惯性空间保持方位稳定的特性。所谓惯性空间，是指静止的或作匀速直线运动的空间。在研究陀螺仪运动时，通常选取相对太阳没有转动的空间作为惯性空间。我们知道，地球绕自转轴（极轴）作自转运动，并且近似地沿着一个椭圆轨道绕太阳作公转运动。地球相对于太阳自转一周所需的时间（太阳日）是24小时，其转动角速度为：

$$\omega_c = 15\text{度／小时} = 7.29\times10^{-5}\ \text{弧度／秒}$$

如果陀螺仪的漂移率足够小，例如达到0.1度／小时或更小的量级，则其转子轴相对惯性空间的方位改变是很微小的；同地球自转所引起的地球相对惯性空间的方位改变相比较，便可认为陀螺转子轴相对惯性空间的方位是不改变的。由于陀螺转子轴相对惯性空间保持方位稳定，而地球以自转角速度相对惯性空间转动，因此出现陀螺仪相对地球的转动。观察者以地球作为参考基准所看到的这种相对运动，叫做陀螺仪的表现运动。

例如，在地球北极处放置一个精密的陀螺仪，并使其外环轴处于垂直位置，转子轴处于水平位置（见图1－10），我们俯视陀螺仪将会看到：陀螺转子轴在水平面内相对地球作顺时针转动，每24小时转动一周。

图1－10　在地球北极处陀螺仪的表现运动

又例如，在地球任意纬度处放置这个陀螺仪，并使其转子轴处于当地地垂线位置（见图1－11 a），我们将会看到：陀螺转子轴逐渐偏离当地地垂线，而相对地球作圆锥轨迹的转动，每24小时转动一周。若使其转子轴处于当地子午线位置（见图1－11 b），我们将会看到：陀螺转子轴逐渐偏离当地子午线，而相对地球作圆锥轨迹的转动，每24小时转动一周。

这种表观运动所引起的陀螺转子轴偏离当地地垂线或子午线的误差，叫做陀螺仪的表观误差。显然可见，若要使陀螺转子轴始终保持在当地地垂线或子午线方位，则必须对陀螺仪施加一定的控制力矩，使它的转子轴以当地地垂线或子午线的转动角速度相对惯性空间进动。

三、单自由度陀螺仪的基本特性

单自由度陀螺仪的结构组成与双自由度陀螺仪相比，其区别是少了一个外环，故