

火箭发动机喷管 的准一维气体动力学

410812

国防工业出版社

引言 喷管的结构方案及其 气动计算的任务

1. 拉伐尔喷管

目前，在各类火箭发动机和发动机装置中只有轴对称拉伐尔喷管得到了实际应用，这是由于这种喷管经过了全面的研究已经达到了相当完善的程度。

这种喷管的造型方法是，先进行喷管亚音速、跨音速和超音速区域的无粘性气体的流动计算，然后再进一步考虑在边界层中的摩擦和传热。这种流动模型（无粘性气体和边界层）在无气流分离时（图 1.1a）可以足够精确地设计出给定结构要求（尺寸、重量、推力）的最佳喷管。

更复杂的流动模型，即包括喷管内外以及火箭底部的分离流动的计算，暂时还只具有半经验的性质。

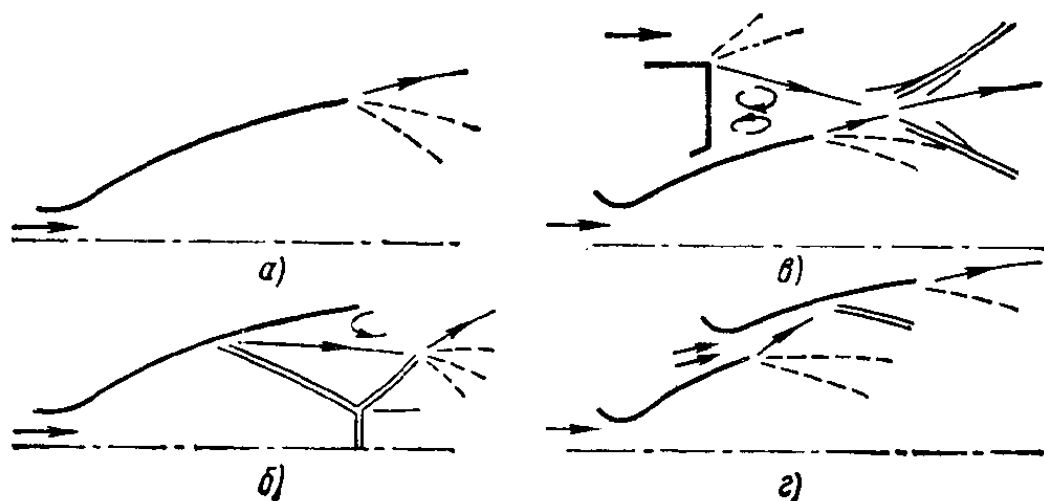


图 1.1

拉伐尔喷管的主要缺点是长度长(质量大)以及在过膨胀时效率低,这种缺点在大膨胀比喷管中特别明显,这时喷管的尺寸和重量可以比燃烧室的尺寸和重量大一个量级,而由于过膨胀引起的推力损失可达50%。在大大低于设计高度上采用高空拉伐尔喷管(大膨胀比喷管)时,会引起热交换的强化和由于气流分离而形成脉动(图1.16),甚至还会由于外界压力引起喷管直接破坏的危险。

应用拉伐尔喷管还存在着不能充分利用火箭尾部面积作为膨胀表面的问题,因而产生底部推力损失。这个损失由射流和外部气流的相互作用确定(图1.16)。

目前,拉伐尔喷管从结构上已完善地应用于火箭发动机总的系统。为了减轻质量,喷管尾部作成不冷却的延伸段,为了保护壁面不受高温核心气流的作用,可以通入较低温度的气体(涡轮废气)以形成冷却膜。为减少高空喷管的长度,这个延伸段可以做成可伸缩的,在发动机起动瞬时伸出。为了减少过膨胀引起的损失,这种喷管可以作成双工位,这时在通气截面上型面的间隙由主流和二次流的粘性相互作用所确定(图1.17)。

因此,对于给定的火箭,选择最佳的拉伐尔喷管在一般情况下是很复杂的问题,这和喷管内粘性和无粘性流的气动计算有关,并要考虑其与外部气流的相互作用。

2. 环 形 喷 管

从五十年代末开始,具有环形临界截面和中心体的喷管引起了设计人员愈来愈大的注意^[71, 166],因为这种喷管没有拉伐尔喷管所固有的某些缺点,例如环形喷管的长度比拉伐尔喷管小一半,由于过膨胀引起的推力损失要小一个量级(5%

代替 50%), 还有, 这种喷管可以利用火箭尾部的全部面积以得到有效推力。但是这种喷管至今还没有得到实际应用, 这是由于, 例如必须要研制新的(环形)燃烧室。目前只有有关这种(远景)火箭发动机的设计方案报导。由于带环形喷管的火箭发动机与火箭尾部能更自然地配合、更灵活地选择喷管形状、以及在制动和降落时更有效地使用这种喷管, 因而扩大了设计人员研制新型火箭的可能性。

实际上适宜采用截得很短的环形喷管, 因此计算这种喷管的推力明显地和计算中心体端面后的分离流动有关, 同样也和膨胀表面(中心体或外型面)上半有限射流中的粘性流动有关(图 1.2)。对于环形喷管, 在沿喷管型面上的压力分布和外界介质压力有关时流动状态的计算, 较之拉伐尔喷管具有更大意义, 因为在拉伐尔喷管中只有在喷管内出现气流分离时喷管型面上的压力分布才和外界压力有关, 而对拉伐尔喷管通常是避开这种工作状态的。

和在拉伐尔喷管中一样, 宜于将蒸汽燃气(涡轮工质)送入环形喷管的尾部, 特别是送进截短中心体的端面, 该处也可通入化学活性的工质, 这样可显著提高底部压力。在底部区具有二次流的环形喷管或称为空气动力喷管的计算(图 1.2б)是新的气动问题。

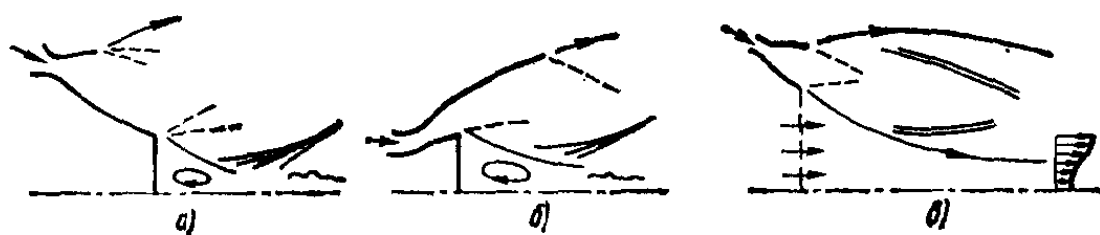


图 1.2

还应提到类似的空间环形喷管, 它们适宜应用于利用升阻比的飞行器上, 这种飞行器的尾部具有空间外形。

3. 组合发动机装置的喷管

现代火箭发动机装置常是单台火箭发动机的捆绑或组合。即使在不远的将来,这种类型的动力装置对于宇航火箭来说也会是主要的。给定动力装置的气动计算在于确定从各个单台发动机喷管出来的射流之间的相互作用,这种相互作用可能导致形成底部推力损失和火箭底部过热。

今后,研制高效率发动机装置时,将利用原型发动机的各种合理组合,并用一共同的膨胀表面联合起来,环形喷管即可作为这种发动机装置的喷管^[105]。这种发动机装置喷管的特点是可以简单地解决在单台发动机喷管中临界截面冷却的困难,同时还可利用火箭尾部外壳作为上升时的膨胀表面和软着陆时的制动表面。

由于可能实现很大的膨胀比和具有高空补偿的性能,这类喷管适用于巨型火箭第一级的动力装置和单级轨道或宇航火箭^[87, 98, 174]。

图 1.3 给出了由单台火箭发动机环形捆绑组成的一种大

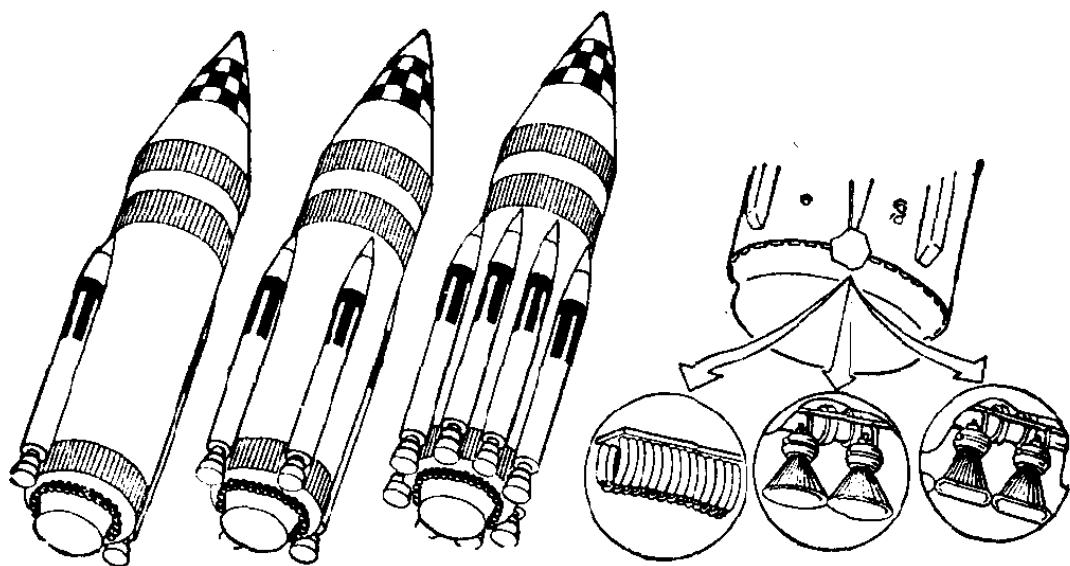


图 1.3

推力发动机装置的方案——里面为带共用中心体的环形喷管,外面为装在悬挂贮箱上的火箭发动机^[174]。

如图 1.3 右面所示,可以采用带拉伐尔喷管的普通火箭发动机,也可采用环形管束式燃烧室结构,其中预膨胀的缝隙式喷管可以用变化管子的形状来造成。为了减少由于气流不均匀性造成的推力损失和局部表面过热,适宜改变单个圆形拉伐尔喷管的形状。这时必须要进行簇式共用喷管和单台喷管以及考虑空间效应时相互配合条件的气动计算。另一个气动计算问题是计算内环和外环捆绑件气流的相互作用,由于这种作用,可能使发动机装置的实际推力明显变化。

4. 气动力控制和火箭制动

发动机装置的推力向量控制通常是用专用的游动火箭发动机或者主发动机的摇摆、利用舵或者使簇式发动机中各个单台火箭发动机推力不一致等方法来实现。

最近,对于向火箭喷管中横向通气的推力向量气动力控制法给予很大注意。由于主流和二次流的相互作用,这种相互作用导致分离区的形成(图 1.4a)和通气孔附近局部压力增加,这时全部横向作用力的合力比侧向喷管的推力要大两倍。气动方法控制推力向量的有效性取决于通气口的位置、形状以及很多其它决定气流相互作用特性的因素。具有共用中心体或喷管外型面的环形簇式发动机形成的动力装置,其推力向量的控制也是一个有意义的气动问题,在这样的发动机装置中,对其中一台火箭发动机(它的偏离或节流)进行调节几乎产生不了侧向推力分量,这是由于相应于这台火箭发动机附近的环形簇式发动机共用喷管型面上的压力要进行重新分配。

当用专门的火箭发动机控制火箭以及在级分离或着陆时的制动, 会产生相类似的外部问题(图 1.46, θ)。流入外流的超音速射流造成压力增加和降低的分离区, 因此通气加力系数大于 1。但是也可能有这样情况(图 1.42), 通气加力系数小于 1, 即开动制动发动机导致阻力降低。

应当指出, 空间分离流动的研究目前还只是定性的, 因此上述气动问题的解还只基于平面流动所得到的数据和累积的实验数据。

因此, 喷管的类型既取决于火箭的任务, 而且也 and 其在尾部的布置、火箭发动机的参数和推进剂种类有关。喷管的气体动力学在很大程度上决定了发动机装置的有效推力、在飞行中控制火箭的有效性以及返航和着陆时的制动。

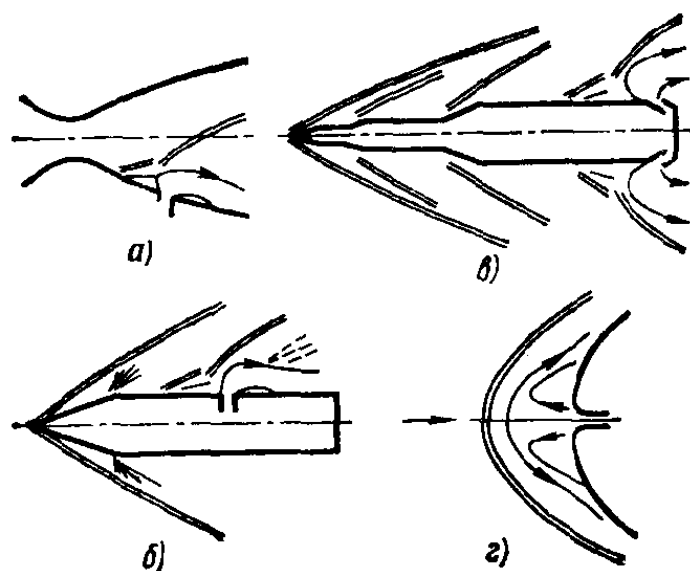


图 1.4

第一章 无粘性气体的流动

§ 1 喷管的气体动力学分类

前面已经指出,最近几年随着火箭发动机新的喷管方案,主要是环形和空间喷管方案的研究,超音速喷管的范畴明显地扩大了。

有一系列的著作论述各种不同类型环形喷管的计算,其中既有特征线法在电子计算机上精确计算的解^[67],也有具有一定实用意义的近似算法^[27, 36, 67]。

与在喷管出口具有均匀特性、并由一个参数(例如马赫数 M_0)决定的普通圆截面拉伐尔喷管不同,环形喷管还要用临界截面相对半径值 r_*/r_0 和底部相对半径值 r^0/r_0 , 以及与这些喷管中流动特点有关的其它参数来表征。因此,有必要以统一的观点重点地研究轴对称超音速喷管的主要特点,并利用,例如平面和环形喷管中流动的相似性,对这些喷管进行分类^[27]。

和拉伐尔喷管相比环形喷管中流动的特点如下:第一,靠近临界截面流动区域的横向尺寸和离轴线的距离比较起来很小,因而就可以认为在这个区域中的流动为平面流;第二,轴线附近的流动区域可不予考虑,因为靠近轴线区的实际气体流动,和无粘性气体等熵流本来就有很大的不同(实际上中心体的底部是截短的)。因而在环形喷管中的流动和平面喷管中的流动是类似的。

为了对喷管进行分类,我们现在利用平面流动的外摆线

图来研究带角点和均匀特性的最短理想喷管中流动的主要形式(图 1.5)。

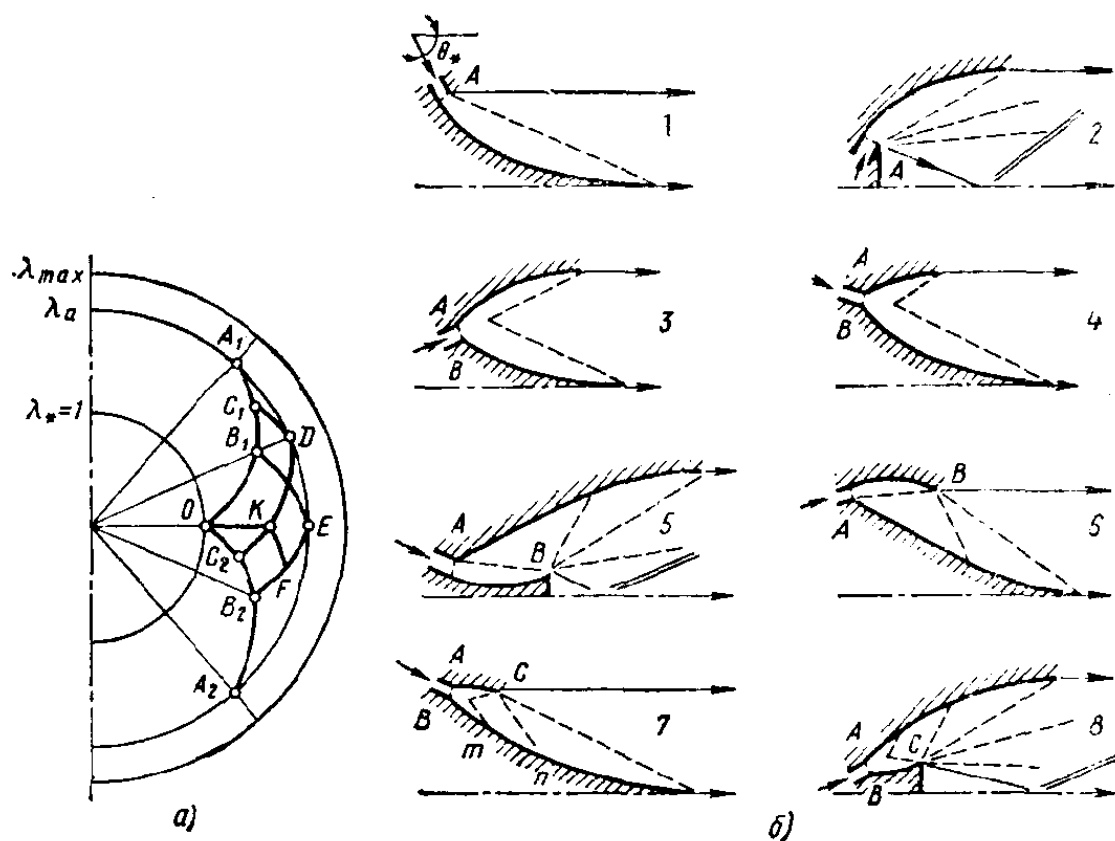


图 1.5

按给定膨胀比(马赫数 M_a 或者速度系数 λ_a)计算的理想喷管出口截面上的气体状态,是由外摆线图上半径为 $R = \lambda_a$ 的圆和相应于临界截面 $M_* = \lambda_* = 1$ 气体状态的 O 点引出的第一族和第二族外摆线的交点 A_1 和 A_2 之间圆弧段上的点所决定。气体达到 λ_a 的状态,是由共心的简单膨胀波对气流作用的结果,膨胀波的数目和角点在物理平面上的位置,决定了喷管形状和气流在临界截面和出口截面上的方向间夹角 θ_* 。当膨胀是由两个同样强度的简单共心波同时作用而产生的情况(在图 1.5a 速端平面上的 OB_1 和 OB_2)时,在速端平面上的流线映象位于平面四边形 OB_1EB_2 内;在物理平面上,这种流动就相应于在带两个角点的平面对称拉伐尔喷管中的

流动。

当同时作用在气流上的是两个不同强度的简单共心波时(在图 1.5 *a* 速端平面上的 OC_1 和 OC_2)，流线映象位于平行四边形 OC_1DC_2 ；在物理平面上则为带两个角点和在临界截面和出口截面上气流方向的夹角 θ_* 不等于零的平面不对称喷管。当两个强度不同的简单波(速端平面上的 OB_1 和 KF)未同时作用在气流上时，流线的映象位于五边形 OB_1EFK 内；在物理平面上则为角点推移(离开喷管轴的垂直线)的平面不对称喷管；它的环形类比已在文献[67]中研究过。带角点推移的喷管长度(这种喷管的临界截面附近区的气体膨胀发生在共心和反射的膨胀波中)稍大于相应的在临界截面上带两个角点、膨胀只产生于共心波中的喷管长度。当气流的膨胀相应于速端平面上外摆线所描述的共心简单波的连续作用时，在物理平面上得到被均匀流动区域分隔的带角点的普朗特-迈耶流动。

根据上面所述，最短的理想平面喷管以及环形喷管可以分为带一个、二个或三个角点的喷管 $\ominus$ 。

对于带一个角点 A 的喷管(图 1.56 上的 1 和 2)，所有给定的计算膨胀比只在绕该点流动时实现，而喷管型面可由给定的两个参数——马赫数 M_a 和底部 r^0/r_0 比值决定。在带两个角点 A 和 B 的喷管中(图 1.56 上的 3、4、5 和 6)，为决定型面，在一般情况下必须给出角 θ_* 和角点相对于临界截面的推移量。带三个角点 A 、 B 和 C (图 1.56 上的 7 和 8)的喷管同样要用三个参数来表征——预膨胀马赫数 M_1 (或角 θ_*)，马赫数 M_a 和比值 r^0/r_0 。

类型 1、6 和 7(图 1.56)的环形喷管通常称为带中心体

$\ominus$ 同样可以研究带更多角点的喷管，但这些喷管是没有实际意义的。

的喷管、类型 2、5 和 8 称为盘式喷管(或称膨胀-偏转喷管), 而类型 3 和 4 则简称环形喷管。

§ 2 按特征线法造型的理想喷管

超音速喷管的造型通常用特征线法按给定的临界截面 ($M_* = 1$) 和出口截面(在终了特征线上)的条件计算无粘性气体在超音速区的流动求得。

为了计算带角点的最短喷管, $M_* = 1$ 的过渡区形状认为是平面的。过渡区附近更精确的流动可由相应的跨音速计算问题解出。

按已知初始数据计算绕角点的膨胀流动, 然后再计算均衡区的流动。后者是按照已知的扇形膨胀区的特征线和给定的出口截面均匀流动的理想喷管的终了(直线)特征线, 由柯西问题求解。喷管型面就是一条从角点出发的流线。对于平面流动的情况, 超音速喷管的计算可利用外摆线图用近似的图解分析法求出^[88], 而对于轴对称流动, 可用特征线的数值计算方法在电子计算机上求出^[46]。

考虑实际气体性质而改进的特征线方法可参阅文献[47, 68, 131]。在文献[95]中列出了莫斯科大学计算心得出的对于轴对称喷管多次数值计算的工作综述。

考虑到要应用电子计算机的工作量, 以及缺乏对各种不同类型喷管计算的标准程序, 为了进行评定, 利用近似造型方法是重要的, 特别是对环形喷管的多参数族更是如此。

所有环形喷管的近似造型均可用直线特征线的一次近似进行^[24]。这种计算理想气体超音速流动方法的主要思路是, 在由流线和特征线族之一组成的坐标系统中采取逐次近似方法对运动方程进行积分。

当解喷管型面的反问题时, 利用第一次近似给出的特征线族; 在环形喷管的情况则给出类似于平面流动的特征线。在绘制流线时, 从每一根流管的连续方程出发, 要引进对轴对称流的修正。利用沿每一流管的一维关系, 可以对特征线的方向场等作第二次近似。由于环形和平面喷管之间的类似性, 可以假定, 而环形喷管的精确计算结果也证明^[67], 在环形喷管中相当于平面喷管中简单波的特征线曲率较小, 因而环形喷管中流动的计算适宜于由接近实际特征线的直线方向和流线所组成的半固定网格上进行。

沿着直线方向(这些直线方向的选择是按类似于平面流动的特征线进行的)流动参数之间的微分关系与通常的连续方程和沿轴对称特征线的一致性不同, 它具有更高阶的微量 $\delta \ll 1$ (δ ——选定的直线和实际特征线方向间的夹角)。

众所周知, 相对于主流微弱扰动气流参数的一致性方程是用于线化特征线方法中的^[88]。因为线化特征线方法在以后要用来直接衡量喷管中小偏差的影响, 所以下面我们对其作一概述。

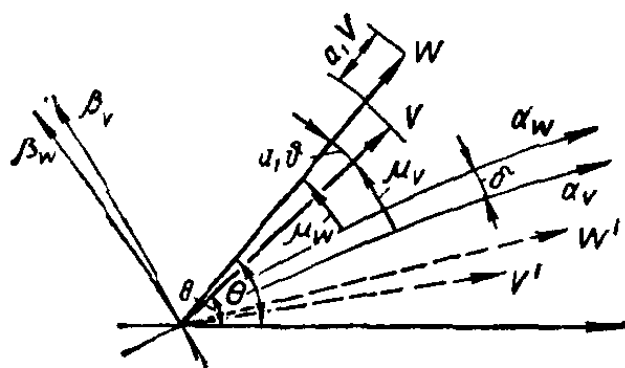


图 1.6

线化特征线方法 这种方法的原理是, 假定速度分量相对于某一参数 a_1 的变化认为是小量。这时用速度向量的绝对值 $W(x, y)$ 和速度向量与轴线的夹角 $\Theta(x, y)$ 表征的位流可以用基本的非线性流动和

线性流动之和来表示(图 1.6)

$$W = V + a_1 v \quad (1.1)$$

$$\Theta = \theta + a_1 \vartheta \quad (1.2)$$

由伯努利方程可写出

$$\sin^2 \mu = \frac{\gamma-1}{2} \frac{1-C^2}{C^2} \quad (1.3)$$

式中 μ ——马赫角, $C = (u/u_{\max})$ 应精确到二阶微量,

$$\mu_v - \mu_w = 2a_1 \frac{v}{V} \frac{\sin^2 \mu + \frac{\nu-1}{2}}{\sin 2\mu} \quad (1.4)$$

因而在扰动流动(W, Θ)和基本流动(V, θ)特征线间的夹角 δ 为

$$\delta = (\Theta \pm \mu_w) - (\theta \pm \mu_v) = a_1 \left(\vartheta \mp 2 \frac{v}{V} \frac{\sin^2 \mu + \frac{\nu-1}{2}}{\sin 2\mu} \right) \quad (1.5)$$

式中(并在以后)写在上面的运算符号对应于第一族特征线, 而下面的符号对应于第二族特征线。例如, 当预先知道特征线的曲率很小时, 可用接近于实际流动特征线的直线来代替。线化参数 a_1 正比于所选直线和特征线方向之间的夹角。

为了得到沿所选直线方向考虑一阶微量项的一致性方程, 将扰动流动(W, Θ)方程投影到主流动(V, θ)的特征线上。

如 α 和 β ——直角曲线坐标系; h_α 和 h_β ——相应的拉梅(Ламе)系数; x_α 和 x_β ——坐标线的曲率, 则对于理想气体的动量方程、连续方程和等熵方程可以写成以下形式:

$$\frac{w_\alpha \partial w_\alpha}{h_\alpha \partial \alpha} + \frac{w_\beta \partial w_\alpha}{h_\beta \partial \beta} + w_\alpha w_\beta x_\alpha - w_\beta^2 x_\beta = -\frac{1}{\rho h_\alpha} \frac{\partial p}{\partial \alpha} \quad (1.6)$$

$$\frac{w_\alpha \partial w_\beta}{h_\alpha \partial \alpha} + \frac{w_\beta \partial w_\beta}{h_\beta \partial \beta} - w_\alpha^2 x_\alpha + w_\alpha w_\beta x_\beta = -\frac{1}{\rho h_\beta} \frac{\partial p}{\partial \beta} \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial(\rho w_\alpha)}{h_\alpha \partial \alpha} + \frac{\partial(\rho w_\beta)}{h_\beta \partial \beta} + \rho w_\alpha x_\beta + \rho w_\beta x_\alpha = -\frac{\rho W}{r} \sin \Theta \quad (1.8)$$

$$\frac{w_\alpha \partial S}{h_\alpha \partial \alpha} + \frac{w_\beta \partial S}{h_\beta \partial \beta} = 0 \quad (1.9)$$

方程组(1.6)~(1.9)经过不复杂的交换, 就可得到

$$\left\{ \frac{\partial}{h_\alpha \partial \alpha} \left(\frac{w_\alpha}{w_\beta} \right) + \left[\left(\frac{w_\alpha}{w_\beta} \right)^2 + 1 \right] x + \frac{W}{w_\beta} \frac{\sin \Theta}{r} \right\} \frac{a^2}{W^2} + \left(\frac{w_\alpha}{w_\beta} \right) \frac{1}{\rho W^2} \frac{\partial p}{h_\alpha \partial \alpha} - \left[\left(\frac{a}{w_\beta} \right)^2 - 1 \right] \frac{1}{\rho W^2} - \frac{\partial p}{h_\beta \partial \beta} = 0 \quad (1.10)$$

式中 a ——音速;

$$x = - \frac{\partial}{h_\alpha \partial \alpha} (\theta \pm \mu);$$

r ——到对称轴的距离。

现在在两个坐标系统中研究方程(1.10), 坐标系 (α_w, β_w) , 其中 α_w 和方程组(1.6)~(1.9)的特征线重合, 因而 $w_\beta = a_1$, 而坐标系 (α_v, β_v) 相对于坐标系 (α_w, β_w) 转过一个由方程(1.5)所决定的 $\delta \ll 1$ 的小角。在坐标系 (α_w, β_w) 中, 方程(1.10)具有沿着向量 W' (图1.6)的第一族特征线 α_w 和 W 的第二族特征线一致性的一般方程型式。在坐标系 (α_v, β_v) 中, 考虑到 $\delta \ll \mu < 1$ 其精确度到二阶微量, 存在以下辅助关系(下标“ v ”略掉)

$$\left. \begin{aligned} w_\alpha &= V \cos \mu \left[1 + a_1 \left(\frac{v}{V} \pm \vartheta \operatorname{tg} \mu \right) \right]; \\ w_\beta &= \mp V \sin \mu \left[1 + a_1 \left(\frac{v}{V} \mp \vartheta \operatorname{ctg} \mu \right) \right]; \\ \frac{a^2}{W^2} &= \sin^2 \mu \left(1 - 2a_1 \frac{v}{V} \right) - 2a_1 \frac{v}{V} \frac{\gamma-1}{2}; \\ \sin \Theta &= \sin \theta + a_1 \vartheta \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

考虑到(1.11)的关系, 从方程(1.10)可以得到

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial \theta}{h_\alpha \partial \alpha} \mp \frac{\sin \theta \sin \mu}{r} \pm \operatorname{ctg} \mu \frac{\partial \ln V}{h_\alpha \partial \alpha} - a_1 \left\{ \frac{\partial \vartheta}{h_\alpha \partial \alpha} \mp \operatorname{ctg} \mu \frac{\partial v}{h_\alpha \partial \alpha} \right. \\ & \left. - \frac{\sin(\theta \mp \mu)}{r} \vartheta + \left[\vartheta \frac{\cos 2\mu}{\sin^2 \mu} \mp \frac{v}{V} \left(\operatorname{ctg} \mu + \frac{\gamma-1}{\sin^2 \mu} \operatorname{ctg} \mu \right) \right] \frac{\partial \ln V}{h_\alpha \partial \alpha} \right. \\ & \left. + \left[\mp 2\vartheta \operatorname{ctg} \mu + 2 \frac{v}{V} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2 \sin^2 \mu} \right) \right] \frac{\partial \ln V}{h_\beta \partial \beta} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1.12)$$

式中头三项之和根据沿主流特征线一致性方程严格等于零。考虑这一情况, 同样再利用另一族特征线导数

$$\operatorname{ctg} 2\mu \frac{\partial \ln V}{h_\alpha \partial \alpha} \mp \frac{\partial \ln V}{h_\beta \partial \beta} = \frac{\cos(\theta \mp \alpha)}{\sin 2\mu} \left(\frac{\partial \ln V}{\partial x} \right)_\beta \quad (1.13)$$

来代替垂直于特征线的 β 方向的导数及转换到沿 x 方向的导数

$$\left(h_\alpha d\alpha = \frac{dx}{\cos(\theta \pm \mu)}\right),$$

最后得到

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_{l_1} \pm \frac{\sin \theta \sin \mu}{\cos(\theta \pm \mu)} \frac{1}{r} \mp \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{l_1} \\ & + a_1 \operatorname{ctg} \mu \left[\operatorname{tg} \mu \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{l_1} \mp \frac{1}{V} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{l_1} \pm \vartheta B + \frac{v}{V} C \right] = 0 \quad (1.14) \end{aligned}$$

或者, 同样, 对于基本流和沿基本流特征线的线化气流参数的一致性方程

$$dy/dx = \operatorname{tg}(\theta \pm \mu); \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \pm \frac{\sin \theta \sin \mu}{\cos(\theta \pm \mu)r} \pm \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \quad (1.16)$$

$$\operatorname{tg} \mu \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \mp \frac{1}{V} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \mp \vartheta B + \frac{v}{V} C = 0 \quad (1.17)$$

式中

$$B = \frac{1}{\cos \mu \cos(\theta \pm \mu)} \left[\mp \frac{\sin \mu \sin(\theta \mp \mu)}{r} \pm \frac{\cos(\theta \mp \mu)}{\sin \mu} \left(\frac{\partial \ln V}{\partial x}\right)_{l_1} \right];$$

$$C = \mp \left[\left(\frac{\partial \ln V}{\partial x}\right)_{l_1} \cdot \left(\operatorname{tg}^2 \mu + \frac{\gamma - 1}{2 \sin^2 \mu \cos^2 \mu}\right) \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial x}\right)_{l_1} \frac{\cos(\theta \mp \mu)}{\cos(\theta \pm \mu)} \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2 \sin^2 \mu}}{\cos^2 \mu} \right];$$

$$\nu = \int \operatorname{ctg} \mu d \ln V \text{——普朗特-迈耶函数。}$$

沿基本流特征线(1.15)的扰动气流的连续方程可写成下列形式:

$$d\psi = q_w \frac{\sin(\mu_v \mp a_1 \vartheta)}{\sin(\theta_v \pm \alpha_v)} dr^2 \quad (1.18)$$

式中

$$q_w = \rho W / (\rho W)_*$$

由于

$$q_w = q_v \left[1 + a_1 \frac{v}{V} (M^2 - 1) \right]$$

则方程(1.18)精确到二阶微量时可以写成(下标“V”略掉):

$$d\psi = q \frac{\sin \mu dr^2}{\sin(\theta \pm \mu)} + a_1 \frac{q \sin \mu}{\sin(\theta \pm \mu)} \left[(M^2 - 1) \frac{v}{V} \mp \delta \operatorname{ctg} \mu \right] dr^2 \quad (1.19)$$

为了一次近似求出环形喷管的型面, 可以沿直线特征线积分连续方程(1.19), 这个直线特征线的方向用下式表示:

$$\begin{aligned} dr/dx &= \operatorname{tg} \Phi = \operatorname{tg}(\theta \pm \mu) \\ \psi_2 - \psi_1 &= q \frac{\sin \mu}{\sin(\theta \pm \mu)} (r_2^2 - r_1^2) \end{aligned} \quad (1.20)$$

式中 r_1 和 r_2 ——参量 θ 和 μ 为常数的直线特征线末端的径向坐标;

ψ_1 和 ψ_2 ——特征线末端的流函数。

方程(1.16)和(1.17)对于得到第二次和以后逐次近似来讲是主要方程, 这时 δ 阶项可用来估算误差。

带一个角点的环形喷管 气流在角点附近的膨胀是以简单波形式发生的, 在临界截面上的速度向量倾角为

$$\theta_* = \nu(M_*).$$

直线特征线的倾角 Φ 是由这个特征线上的 M 数决定的, 对于第一族特征线

$$\Phi = \theta + \mu = \nu(M_a) - \nu(M) + \mu(M) \quad (1.21)$$

带一个角点的环形喷管的流动图象示于图 1.7, 图中 1 表示带中心体的喷管对称轴, 而 2 表示盘式(膨胀-偏转)喷管的对称轴。

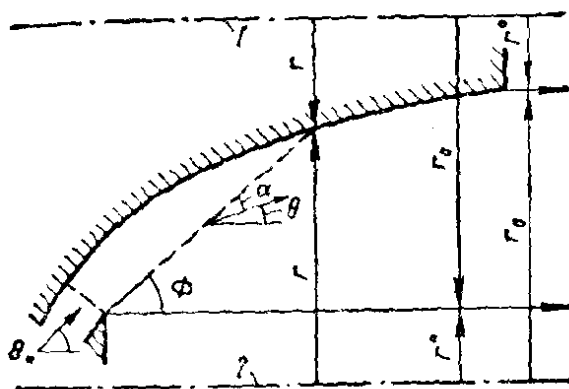


图 1.7

每条特征线上的气体流量等于流过喷管的总流量, 因此公式(1.20)可以化成下列形式:

$$q_0(r_0^2 - r_*^2) = q(M) \frac{\sin \mu}{\sin(\theta + \mu)} (r^2 - r_*^2)$$

式中 r_* ——角点的半径, 对于带中心体的喷管 $r_* = r_0$ (见图 1.5, 1), 而对于盘式喷管 $r_* = r^0$ (见图 1.5, 2)。

由此得到确定环形喷管型面各点坐标的公式:

——对于带中心体的喷管

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 &= 1 - \frac{q_0}{q(M)} \frac{\sin \Phi}{\sin \mu} \left[1 - \left(\frac{r^0}{r_0}\right)^2\right]; \\ \frac{x}{r_0} &= \left(1 - \frac{r}{r_0}\right) \operatorname{ctg} \Phi; \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

——对于盘式喷管

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{r}{r^0}\right)^2 &= 1 + \frac{q_0}{q(M)} \frac{\sin \Phi}{\sin \mu} \frac{1 - (r^0/r_0)^2}{(r^0/r_0)^2}; \\ \frac{x}{r^0} &= \left(\frac{r}{r^0} - 1\right) \operatorname{ctg} \Phi \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

应用公式(1.22)和(1.23)可以一次近似地确定出对给定值 M_0 数和根据 M 数 ($1 \ll M \ll M_0$) 而定的底部半径 $\frac{r^0}{r_0}$ 的带一个角点的环形喷管的型面。

带两个角点的环形喷管 在制作带两个角点喷管的轴对称流动时(图 1.5, 3 和 4), 也和上面一样, 应根据在简单波相互作用区域相类同的平面流动。在图 1.8 a 上画出了在马赫数 $M_0 = 5.35$ ($\gamma = 1.4$) 的带两个角点的喷管中的四个平面膨胀扇, 为了加快计算速度, 利用了速度向量转过 10° 的外摆线。在临界截面和出口截面上气流方向的夹角 θ_* 用下列公式计算