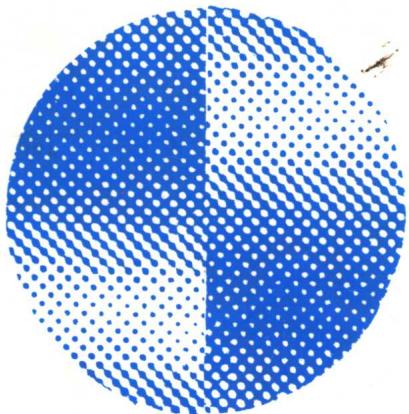


MODULES IN APPLIED MATHEMATICS

# 函数与系统模型

(美) WILLIAM F. LUCAS 编



■ 国防科技大学出版社

MODULES IN APPLIED MATHEMATICS

# 离散与系统模型

(美)WILLIAM F. LUCAS 主编

国防科技大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

离散与系统模型/(美)W. F. LUCAS 主编;成礼智,王炎生,  
何袁平,孟实华,余滨译;沙基昌校.一长沙:国防科技大学出版  
社,1996.12

ISBN 7-81024-406-X

I 离散与系统模型

II Lucas, W. F.

III ①离散模型 ②系统模型

IV O29

责任编辑:张 静 石少平

责任校对:何 晋

封面设计:陆荣斌

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4555681 邮政编码 410073

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 14.25 字数 358 千

1996年12月第1版第1次印刷 印数 3000 册

ISBN 7-81024-406-X

O · 58 定价:25.00 元

## 内 容 简 介

本书是美国应用数学权威 W. F. 卢卡斯教授主编的四卷本应用数学丛书的第三卷。本卷以离散模型与系统模型为主线,探讨了建立数学模型中的睿智、存储问题、交通问题、最优路径与最小覆盖问题、电站功率扩张问题、层次分析方法、多选测验问题与不动点及其在经济平衡模型中的应用等;内容丰富,选材广泛,深入浅出,分析透彻,启发性与实用性兼备;行文着笔活泼诙谐,可读性强。全书共分为十四章,各章分别讨论一个问题,自成体系,读者可选读其中任一部分而不会影响对内容的理解。

本书除可作为高等院校理工科学生的数学模型教程外,也是广大工程技术人员、管理人员与数学爱好者不可多得的读物。

## 版 权 声 明

Originally published in English under the title: "Modules in Applied Mathematics. Vol. 3: Discrete and System Models", edited by Lucas, W. F. Copyright©1983 Springer-Verlag New York, Inc. All rights Reserved.

本书英文版名为《Modules in Applied Mathematics. Vol. 3: Discrete and System Models》,由 Lucas, W. F. 编著。本书中文版由 Springer-Verlag 授权出版。未经出版者书面许可,本书的任何部分不得以任何形式或任何手段复制或传播。

## 译 者 序

近半个世纪以来，数学的形象有了很大的变化。数学已不再单纯是数学家和少数物理学家、天文学家、力学家等人手中的神秘武器，它越来越深入地应用到各行各业之中了。几乎在人类社会生活的每个角落它都在展示无穷威力；这一点尤其表现在生物、政治、经济、军事等数学应用的非传统领域。

与这种发展相比，目前我国高等教育中如何运用数学工具解决实际问题就显得过于薄弱，同时也缺乏合适的教材，以至不少数学工作者缺乏从实际问题中提炼数学模型的能力。同时各行各业中的不少实际工作者也缺乏运用数学工具以建立模型处理问题的能力。这与我国社会、政治、经济发展的要求极不相适应。

卢卡斯教授主编的这一套应用数学模型丛书从各种实际问题出发，提炼一系列数学模型，并给出了求解方法。从应用范围看，包括自然科学、工程技术、医学、生物、生态、环境、政治、经济、军事、文化、体育、交通等人类社会生活的许多领域；从方法论看，其启发性很强；从数学内容看，要求适中，具有普通理工科大学数学基础的学生和实际工作者都能看懂。

我们翻译这套书的目的就是希望通过这套书的出版有利于培养各专业大学生建立数学模型的能力，有利于促进数学工作者与实际工作者的相互理解与沟通，有利于推动数学在我国现代化建设各个领域中的应用。

我们十分感谢卢卡斯教授为翻译出版这套丛书提供的方便和帮助，并为中文版作序。刘德铭教授负责与卢卡斯教授的联系。沙基昌教授主持全套丛书的翻译工作，并负责对译文进行审校。

第一卷第一至第十四章由周宇虹翻译，第十五至第二十三章

DAAol/10

由朱煜民翻译。

第二卷第一至第八章由王国秋翻译,第九至第十四章由刘德铭翻译。

第三卷第一与第二章由余滨翻译,第三与第四章由沙基昌翻译,第五与第六章由何袁平翻译,第七与第八章由孟实华翻译,第九、第十一与第十二章由成礼智翻译,第十、第十三与第十四章由王炎生翻译。

第四卷第一至第三章由翟晓燕翻译,第四与第五章由许若宁翻译,第六至第十三章由黄振高翻译。

对于其他为本书出版作过有益工作的许多人士无法在此一一列举。谨向为本书翻译出版付出辛勤劳动的各位人士致以诚挚的感谢!

鉴于译校者水平所限,译文中错误不妥之处在所难免,敬请各位读者指正。

沙 基 昌  
1988 年 5 月 1 日  
于长沙

## 中 文 版 序

编辑这套四卷本丛书的目的是为了提供一大批令人信服的例子来说明解决当今世界各种实际问题时数学的巨大威力,同时也是为了纠正数学教学中普遍存在的两种极端倾向。

第一,我们已习惯于将数学作为古已有之的经典教条来教学,而不是像物理学或生物学那样作为活生生的发展着的学科。学生们倾向于将数学视为历史悠久而值得尊重的学科,必须用练习和机械的方式来学习,并且数学也确实是理解许多其它现代科学的重要预备知识。普遍推迟体会学习数学对于个人和社会的价值是完全不必要的。

第二个极端是近几十年来对纯粹数学的过分强调,而在数学教学中坚持理论与应用相结合将会更恰当些。我们常以过分简单的“二元论”方式看待事物,把数学或者数学家分为纯粹的和应用的,连续的和离散的,或者研究人员和教师。有些人观察事物忽略了在这些极端之间的中间情况。伟大的英国分析学家 G. H. Hardy 在《一个数学家的自白》(*A Mathematician's Apology*, Combridge University Press, 1940) 中认为,纯粹数学是更为自我满足和依靠内在动力的学科。

相反地,美国著名的拓扑学家 Raymond L. Wilder 在《数学概念的演变》(*Evolution of mathematical Concepts*, Halstead Press, John Wiley and Sons, 1968) 中论述了数学的发展与同时期大社会之间的许多密切的内在联系。事实上,许多数学内容都是因社会需要而产生的,同时,如果没有数学,现代技术世界中的绝大部分也是不可能存在的。但是 60 年代,包括美国在内的西方世界却是纯粹数学的观点支配了数学教育。有意义的纯粹学科,如逻辑、近世

代数等都有了超越过去世纪的巨大发展，并且完全变成了这个时期的“新数学”。而其它二十来种有意义的、重要的、但不太抽象的数学分支则被忽略了。

70年代美国产生了一个相反的运动。曾经有一个在大学水平的课程中安排讲授较为现代的课题以及当代应用的计划。许多人都感到用较为平衡的观点来看待纯粹数学与应用数学、古典数学和现代的数学更好些。这既不需要在美妙与有用之间，也不需要在老与新之间发生任何冲突。这四卷书就是这种尝试的一个结果。它们是来自美国数学协会指导下的两个计划的成果，并且得到美国国家科学基金的资助。具有类似目标的其他计划和书籍亦已问世，而且有几所大学已经着手引进关于“数学模型”的独立的新课程，以便强调这一数学中的重要组成部分。不少人会认为关于建模(或关于数学的历史与文化)的单独的课程并非最适当，如果能在整个课程安排中使数学的所有这些风采各异的不同方面成为一个整体将是最理想的。无论如何，插入这样的新的建模课程对于在整个课程中恢复纯粹数学与应用数学之间的平衡是必要的(也许仅仅是暂时的)措施。

本套丛书中选用的 63 篇文章的作者们高兴地听到了他们的著作即将在中国出版。我们衷心希望读到这本书的学生和教师会发现它们既有趣又有用。

W. F. 卢卡斯  
1987 年 10 月 1 日

## 原序

这套四卷本丛书的编写目的是为大学师生提供一批能用于本科教学的、关于数学实际应用的重要例子。我们希望通过这些例子，能够说明现代数学是如何被实际应用于解决当代有关问题的。虽然这些章节是为公共数学教师而写的，但是，它们对于许多应用领域的学生、教师和科学工作者也将是有益的。每章都提供了所需的预备知识以及对教师的提示。许多章节在不同的班级实验过，所有章节亦都经过广泛的审查和修改。多数章节还有例题和练习。有些单元可在 1 个学时内完成，而另一些单元则需要几周才能讲完。

第一卷的 23 章与微分方程有关，而其中最后四章涉及偏微分方程。其应用问题来自医学、生物、交通系统和其它一些领域。第二卷的 14 章主要研究政治科学中的问题，同时也涉及到社会学与生态学方面的问题。包括选举系统、带权选举、比例代表制、联盟值和委员会问题等。第三卷 14 章的重点是离散数学模型，例如图论、组合论和网络理论中的问题。这些技术可用于研究经济、交通理论、运筹学、决策理论以及其它领域。第四卷的 12 章讨论生命科学中的数学模型。其中包括群体增长和行为、生物医学（流行病学、遗传学与生物工程）以及生态学等方面的问题。

这套丛书是美国数学协会（MAA）两个教育计划实施的结果，它们还部分地受到国家科学基金（NSF）的资助。这两个计划的目的是编写本科教育的教材。第一个计划由 MAA 的本科数学大纲委员会（CUPM）负责，对本科高年级学生应用数学教学所需的素材和事例进行研究。它得到 NSF 自 1972 年 9 月 1 日到 1977 年 5 月 31 日的资助（SED72—07370）。这个计划在 Donal Bushaw 的指导下完成了。在此期间，Bushaw 和 W. F. 卢卡斯担任 CUPM 的主

席,而 George Pedrick 是 CUPM 的执行负责人。该计划的成果是 1976 年末发表的由 Maynard Thompson 编辑的报告,题为“应用数学中的事例研究”,其中包括 11 位作者编写的 9 章以及绪论与该材料课堂试用的报告。

第二个计划由 MAA 的学会和专题研究委员会(CIW)发起,这就是 1967 年康奈尔(Cornell)大学举行的为期四周的夏季“应用数学模型”专题研究。1975 年 5 月 1 日至 1978 年 9 月 30 日它得到 NSF 的 SED75—00713 资助以及 SED77—07482 的一小部分补充资助。在专题研究小组工作期间,W. F. 卢卡斯担任 CIW 的主席和这个计划的负责人。这项活动的成果是产生了由 37 位作者编写的 60 个用于教学的模型。

这套丛书共有 63 章,其中包括“应用数学中的事例研究”的 11 章中的 9 章和应用数学模型专题研究小组 60 个模型中的 52 个——这些都已作了必要的修订,以及后添的二章(第二卷第七章和第十四章)。Steven Brams 所写的与 1976 年 MAA 的专题研究小组有关的第二卷第三章的最初版本标题为“一个人,  $n$  张选票”,而这里提供的扩充了的版本与美国政治科学协会(APSA)的教材革新计划有关,该计划由 Sheilah K. Mann 负责,部分地由 NSF 的 SED77—18486 资助。该单元标题为“比较选举制”,原来是作为单行本发表的,供教师和学生在课堂上试用。这一章的版权属于 APSA, 1978, 此处是经允许后采用的。

由 Edwin Beckenbach, Leonard Gillman, W. F. 卢卡斯, David Roselle 和 Alfred Willcox 组成的 MAA 的一个专门委员会负责管理出版工作以及某些需要得到 NSF 批准的以这种形式出版的更广泛的尝试。必须提到 Willcox 博士自始至终所作的重要贡献。George Springer 也作了关键性的努力。然而必须强调指出,本书中任何意见和建议都属于各位作者本人,而与 NSA、MAA、编者或者这个计划的任何参与者的观点没有必然联系。

许多人以各种方式为这四卷书的出版作出了他们的努力,在此无法一一提及。然而,除了作者,编者以及上面提到的名字以外,还有两个人为这几卷书的出版作出了特殊贡献,应该得到真正的荣誉。Katherine B. Magann 在 CUPM 办公室关闭前几年一直在 CUPM 工作,完成了报告——“应用数学中的事例研究”。Carolyn D. Lucas 协助管理 1976 年 MAA 的专题研究小组,负责 60 个模型的完成以及担任这四卷书的责任编辑。没有她坚持不懈的努力,或许就不能有这一庞大计划的最后完成。

W. F. 卢卡斯

1982 年 7 月

## 第三卷的序

本卷包括了很广泛的各种问题和观点,展示了应用于当代问题的数学模型之本质。本卷重点在离散模型,但也包含了一些其它模型。这里提供的问题出现于经济、交通理论、运筹学、决策理论和其它领域。图论、组合数学和最优化技术常被引入和运用。在一些例子中还提供了求得最优解的详细算法。某些章节给出了离散数学基本理论的简单介绍,而另一些章节则讨论数学模型中相当新颖的观点,它们将被证明为基本的方法。本卷材料之丰富将会证明,无论是用于离散数学课程,或者数学模型课程都是极其有用的。

由 Fraueuthal 和 Saaty 撰写的第一章提供了大约 30 个相当基本的问题,可用快速智力方法求解,也可用较多的微积分或者较长的论证来求解。这组有趣的问题说明了在数学模型和问题求解中是多么需要想象力和创造性。

第二至第五章提供了在标准教科书中通常没有的几个基本模型和观点。Baker 和 Marrero 利用解析几何和微积分的方法分别讨论了 5 个航海模型和 1 个存储模型。Packel 利用模拟方法分析了交叉路口的最佳控制方式。Greenspan 提供了研究重力作用下物体下落的离散方法。这种算术方法对于物理科学中通常使用的连续方法是一种变通,并且从数值计算的角度来看,这种方法对于未来的分析方法和建模将有重要的影响。

第六至第九章提供了一组现代有限数学的最新应用。组合数学、图论与网络流理论中的论点用于很广泛的一类当代模型问题之中。Tucker 和 Bodin 讨论了获得清扫城市街道有效路径的方法,

还提供了算法和计算机程序。Prather 对经常在各种领域中出现的覆盖问题进行了综述，并且提供了求解用的分枝方法和代数方法。Perry 利用脉冲过程方法，通过有向图来分析一个大学的体育经费问题。Peterson 描述了用于预测在都市和中心地区交通高峰时期交通拥挤程度的最新技术。

Zahavi 写的第十与第十四章讨论发电系统的效率问题。这两章考虑功率扩张的最优混合问题，并计算供需不确定时的费用和可靠性。第十章需要一定的非线性规划知识，第十四章用到了一些基本的概率理论。

第十一至第十三章较为详细地描述了近来发展起来的三种基本研究方法，它们在相当广泛的领域里有重要的应用。Satty 叙述了他对层次结构分析的新理论，其目的在于得到决策者喜好程度的比例标度。获取这种强度度量的技术对于社会、决策和管理科学中许多问题的建模是必要的。Weber 讨论了多选测验问题，考虑了不同的加权和记分规程，同时考虑了能诱导出主观概率的记分系统与最优回答策略。Todd 介绍了用于计算映射的不动点的算法领域近来的发展，给出了这些算法的几个应用，包括在经济模型中平衡点的确定。

W. F. Lucas

F. S. Roberts

R. M. Thrall

1982 年 6 月

## 作者简介

W. F. 卢卡斯  
( William F. Lucas )  
是美国当代著名数学家。卢卡斯早年获密执安大学哲学博士学位，先后任职于兰德公司、普林斯顿大学及康奈尔大学，现任克莱蒙研究生院教授。他以在对策论研究中的突出贡献而享有盛誉。

浙江大学出版社, 1996

# 目 录

## 第1章 先识—卓识—后识

1. 引言 .....	1
2. 问题 .....	2
教师参考.....	25

## 第2章 五个航海模型

1. 引言 .....	26
2. 到海平线的距离 .....	27
3. 会合地点问题(按匀速前进) .....	29
4. 潜艇探测与远程导航 .....	33
5. 潜艇追踪 .....	36
6. 卫星监视 .....	39
教师参考.....	42

## 第3章 一个最优存储模型

1. 引言 .....	44
2. 问题的陈述与分析 .....	45
3. 一个数值例子 .....	47
4. 结束语 .....	48
练习.....	49
教师参考.....	51

## 第4章 重力的一个算术模型

1. 引言 .....	52
2. 重力 .....	52
3. 其它算术模型综述 .....	60
练习.....	61
参考文献.....	62
教师参考.....	62

## 第5章 四向停车标志还是红绿灯？建模过程的一个实例

1. 模型的一般情况 .....	63
2. 红绿灯方式的分析 .....	65
3. 停车标志方式的分析 .....	67
4. 计算机实现 .....	72
5. 结论 .....	87
参考文献 .....	89
教师参考 .....	90

## 第6章 城市街道清扫规划模型

1. 引言 .....	92
2. 问题的描述 .....	94
3. 数学模型 .....	95
4. 数学问题的分析 .....	98
5. 极小算法 .....	107
6. 求解过程综述 .....	116
7. 一个范例 .....	117
8. 计算机实现 .....	122
9. 综述及推广 .....	123
练习 .....	125
参考文献 .....	133
教师参考 .....	135

## 第7章 有限覆盖问题

1. 引言 .....	136
2. 图论起源 .....	137
3. 用膳者问题 .....	141
4. 覆盖问题的来源 .....	142
5. 解法 .....	151
参考文献 .....	167
教师参考 .....	168

## 第8章 运动经费的脉冲过程模型

1. 引言 .....	169
2. 问题 .....	170
3. 第一个模型 .....	171
4. 第一个模型的分析 .....	175
5. 第二个模型 .....	181
6. 第二个模型的分析 .....	187
7. 一些更困难的问题 .....	192
参考文献 .....	197
附录 .....	198
教师参考 .....	198

## 第 9 章 道路网络中的交通平衡

第一部分 .....	199
1. 方案 .....	199
2. 初步分析 .....	200
3. 实现观察 .....	201
4. 模型的建立 .....	202
5. 数据要求 .....	209
6. 数据采集 .....	210
7. 模型验证 .....	211
8. 问题的解 .....	213
附录 .....	215
第二部分 .....	217
9. 另一方案 .....	217
10. 一个通用模型 .....	217
11. 关键特征 .....	223
12. 对偶变分原理 .....	225
13. 对偶理论 .....	232
14. 唯一性理论 .....	236
15. 计算的考虑 .....	237
16. 模型的构造与求解 .....	239
17. 最后的说明 .....	243