

航空高等院校教材

固体火箭发动机 不稳定燃烧

谢蔚民 编



航空专业教材编审组

V43
1006

藝書審定

固体火箭发动机 不稳定燃烧

文宗德 教學參考

謝蔚民 編



30265662

微波爐不選比電火板固

航空專業教材編審組

1984

488107

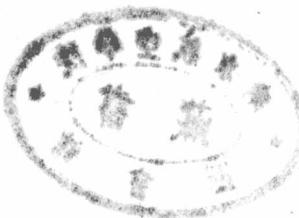
内 容 提 要

全书共十一章，分别介绍了固体火箭发动机不稳定燃烧的机理、各种声能增益和损失的理论分析方法及实验研究方法、声不稳定的线性及非线性理论、L*不稳定的线性理论和实验技术，以及工程上预计、鉴别和抑制不稳定燃烧的方法。书中着重于介绍基本概念、有代表性的理论、主要的实验方法，以及具有一定实用价值的理论成果和实验结果。同时，对目前尚有争议的问题及研究动向也作了简单的评述。

本书可以作为固体火箭发动机专业高年级学生的选修课教材，也可以供研究生和有关工程技术人员参考。

主审稿人 康顺章 杨文成

责任编辑 唐宗焕



固体火箭发动机不稳定燃烧

谢蔚民 编

空军工程学院印刷所印装 内部发行

开本787×1092 1/16 12印张 287 千字

1984年1月第一版 1984年1月第一次印刷 印数001~650册

统一书号：23131j 定价1.25元

前　　言

在固体火箭发动机的发展过程中，不稳定燃烧（或称振荡燃烧）始终是一个经常会遇到的棘手问题。它往往导致拖长研制周期和大量追加研制经费，甚至使整个研制计划失败。为了促进我国火箭事业的迅速发展，必须对这一问题有更多的重视与了解，也包括借鉴国外的经验及研究成果。四十年来，国外作了广泛的理论研究及实验研究，公开发表了大量的研究报告及评述性文章，国内的研究工作尽管开展得还很不够，却也积累了不少经验。但是，至今还很少看到专门介绍固体火箭发动机不稳定燃烧问题的书籍，更没有适合教学要求的教科书或者便于有关专业科技人员阅读的入门书。本书就是为了满足这种需要而编写的。

这本书是在我教研室历年编写的专题讲义和选修课教材的基础上补充、修订而成的。本书着重介绍目前已经取得明确一致认识的基本观点、有代表性的理论、业已得到实际应用的实验技术，以及具有一定实用价值的理论研究成果及实验结果。对目前尚有争议的问题和研究动向本书仅作简单的评述，如有必要，读者可以参考各章所附文献目录查阅有关资料。

本书可作为高年级学生选修课教材，也可以作为研究生，以及有关专业教师、研究人员和工程技术人员的参考书。为了对不稳定燃烧问题有一个初步了解，读者可以首先阅读本书的绪论及一、三、八、十、十一诸章。欲进一步深入了解则应继续阅读其余各章，至于涉及到的某些声学基础知识，可参阅本教研室编写的《声学基础》讲义或其它声学书籍。

本书的编写是在教研室的关怀和支持下完成的。吴心平同志和陈福连同志仔细阅读了书稿，提出许多宝贵意见，李仲文、陈景蕙、赵学津、周金仙、王光林等同志都给予有力的支持和帮助，出版前又蒙兵器工业部203研究所的康顺章同志和杨文成同志进行审阅，在此一并表示感谢。

当前，关于不稳定燃烧问题的研究进展很快，文献资料很多，因编者水平所限，疏漏与错误在所难免，敬希读者批评指正。

编者　　1983年6月

绪 论

固体推进剂火箭发动机的不稳定燃烧 (Unstable Combustion) 又称为燃烧不稳定 (性) (Combustion Instability)。后者有时就是指不稳定燃烧现象，有时则表示发动机发生不稳定燃烧现象的倾向或可能性。过去，人们还曾经根据不稳定燃烧的各种特殊现象把它叫做“振荡燃烧”、“共振燃烧”、“不规则燃烧”、“二次压力峰”等。目前，除“振荡燃烧”之外，其它名称已很少使用。

不稳定燃烧的基本特征是燃烧室压力、推进剂燃速等参数随时间作周期或近似周期性的变化。点火、熄火、裂缝燃烧及爆燃转爆轰 (DDT) 等过程也伴有燃烧室压力的瞬态变化，但是不具有周期性或近似周期性，所以上述过程均不属于不稳定燃烧，而通称为非稳态燃烧 (Unsteady Combustion)。实际上，不稳定燃烧也是一种非稳态燃烧现象。

除了燃烧室的压力振荡之外，不稳定燃烧还常常伴有以下现象：

- (1) 平均压力一时间曲线和推力一时间曲线发生不规则变化；
- (2) 发动机或飞行器强烈振动；
- (3) 试车中，声音、气味异常；
- (4) 发动机壳体温度异常升高；
- (5) 燃烧中断，断燃后的装药表面有凹坑或波纹；
- (6) 发动机可能发生意外的旋转。

必须指出，压力振荡是不稳定燃烧的特有现象，各种派生的伴随现象不一定都要同时出现。

不稳定燃烧可能造成如下后果：

- (1) 发动机壳体破坏，甚至爆炸；
- (2) 不能实现预期的推力方案；
- (3) 影响飞行器其它部件的正常工作；
- (4) 壳体温度异常升高。

上述各项，特别是前面三项常常导致延长研制周期和大量追加研制经费，甚至导致研制失败。因此，从第二次世界大战后期（1943年）开始，国外便开展了广泛的研究工作。经过四十年的努力，已经找到一些抑制不稳定燃烧的方法（仍限于经验的或半经验的），逐步弄清了发生不稳定燃烧的机理，发展了发动机稳定性分析的理论和方法，并编制了稳定性预计程序。这些成果已用于指导推进剂配方和发动机设计。但是必须看到，由于这一问题本身的复杂性以及有关基础学科发展水平的限制，研究的进展仍然不够理想，还有许多问题有待进一步深入研究。

为便于研究起见，可用不同方法将不稳定燃烧分类：

首先，按照发生的机理分为声不稳定和非声不稳定两大类。声不稳定是燃烧过程与发动机内腔中的声学过程相互作用的结果，其特点是压力振荡的频率同内腔的声振固有频率基本一致。因此，火箭发动机相当于自激声振系统，而声不稳定实际上就是装药燃烧放大和维持着自激声振荡。根据燃烧与声振荡的相互作用机理可将声不稳定进一步分为压力耦合和速度耦

合两类。所谓压力耦合，就是装药对气体压力振荡的响应导致装药燃速振荡而使声振荡放大或衰减的作用；速度耦合是平行于燃面的速度振荡引起装药燃速振荡而使声振荡放大或衰减的作用。此外，也可以根据压力振荡的振型（即声波在燃烧室内腔中的传播方向，压力振幅的空间分布特征等）将声不稳定划分为相应的类型，如横向（包括径向和切向）声不稳定及纵向声不稳定等。非声不稳定仅在低压条件下发生，它包括“断续燃烧”（又称为喘振或反常燃烧）和“L*不稳定”。L*不稳定是燃烧对压力响应的时滞与排气的时滞相互作用的结果，其特点是内腔的瞬时压力到处均匀一致，压力振荡属于整体振型，频率远小于内腔的最低声振固有频率。

其次，按照压力振荡的频率划分为高频（1000Hz以上）、中频（100~1000Hz）和低频（100Hz以下）三类。高频不稳定常常是横向振型的声不稳定，推进剂中添加铝粉可以有效地抑制。中频不稳定多属轴向声不稳定，添加铝粉不能抑制。低频不稳定可以是声不稳定（大型发动机中），也可以是非声不稳定。实际上，非声不稳定也可以被看作声不稳定的特例（零阶振型的声不稳定），并用统一的机理进行解释。因此有些书籍不采用上述分类方法，而是将反常燃烧作为独立的一类非稳态燃烧现象，而将不稳定燃烧划分为高频不稳定和低频不稳定两大类。

最后，声不稳定或非声不稳定原则上都可以分为线性的和非线性的。线性不稳定是指发动机内腔中时刻存在的小扰动（压力振幅无限小）被放大的现象。此时，压力振幅很小，振荡是简谐的，振幅相对增长率是常数，可以用线性微分方程来描述和分析。非线性不稳定是线性不稳定发展的结果。此时，压力振幅已经增长为有限值，线性微分方程不再适用，故须用非线性微分方程组来描述，数学分析也比较困难。此外，有些发动机平时可以稳定工作，当受到较强的扰动时却会发生大振幅压力振荡。这种非线性不稳定叫做“脉冲触发不稳定”。

非声不稳定仅在低压条件下出现，问题也比较容易解决。声不稳定是经常发生而且很难解决的问题，过去曾作过大量研究。其中，线性声不稳定的研究已经取得很大进展，积累了大量资料，而关于非线性声不稳定的研究，由于问题本身过于复杂，非线性分析又比较困难，所以未能取得较大进展。以上发展状况决定了本书内容的构成。全书共分十一章，其中第七、十两章介绍非线性声不稳定问题，第八章讨论非声不稳定问题，其余各章均属线性声不稳定的内容。

非声不稳定仅在低压条件下出现，问题也比较容易解决。声不稳定是经常发生而且很难解决的问题，过去曾作过大量研究。其中，线性声不稳定的研究已经取得很大进展，积累了大量资料，而关于非线性声不稳定的研究，由于问题本身过于复杂，非线性分析又比较困难，所以未能取得较大进展。以上发展状况决定了本书内容的构成。全书共分十一章，其中第七、十两章介绍非线性声不稳定问题，第八章讨论非声不稳定问题，其余各章均属线性声不稳定的内容。

绪论

目 录

第一章 声不稳定概论 (1)

§ 1—1 声振荡与声波.....	(1)
(一) 平面简谐波.....	(1)
(二) 一元驻波.....	(2)
(三) 声能密度.....	(3)
(四) 声强与声功率.....	(4)
§ 1—2 固体火箭发动机中的自激声振荡.....	(4)
§ 1—3 圆柱形声腔中的声振型.....	(8)
§ 1—4 燃烧响应.....	(13)
(一) 压力耦合导纳函数.....	(13)
(二) 压力耦合响应函数.....	(15)
(三) 速度耦合.....	(16)
§ 1—5 旋涡与声场的耦合.....	(18)
§ 1—6 声场内部的能量损失.....	(19)
(一) 迟滞.....	(19)
(二) 松弛.....	(20)
(三) 气体粘性和热传导损失.....	(20)
(四) 分子热松弛损失.....	(21)
(五) 微粒松弛损失.....	(22)
§ 1—7 声场边界上的损失.....	(22)
(一) 喷管阻尼.....	(22)
(二) 壁面损失.....	(23)
(三) 结构阻尼.....	(24)
(四) 平均流与声场的相互作用.....	(25)
§ 1—8 线性稳定性分析 (MHC 理论)	(25)

第二章 燃烧响应理论 (28)

§ 2—1 QSHOD模型.....	(28)
(一) 简化的一元燃烧模型.....	(28)
(二) 基本方程.....	(29)
(三) 方程的线性化和无因次化.....	(30)
(四) 两参数表达式.....	(31)

§ 2—2 泽尔道维奇—诺沃吉洛夫理论 (ZN理论)	(33)
§ 2—3 复合推进剂的响应函数.....	(34)
(一) 横向夹层模型.....	(35)
(二) 扰动的多火焰模型.....	(35)
(三) Cohen假说.....	(35)
(四) 奥斯本的处理方法.....	(36)
§ 2—4 速度耦合燃烧响应模型.....	(37)
(一) 粒状扩散火焰模型.....	(37)
(二) 侵蚀燃烧机理.....	(38)
(三) 速度耦合响应.....	(38)
§ 2—5 速度耦合的内在非线性.....	(40)
附录 压力耦合响应函数两参数表达式的推导.....	(42)

第三章 燃烧响应测量技术 (47)

§ 3—1 T形燃烧器.....	(47)
(一) 基本实验方法.....	(47)
(二) 变燃面法.....	(50)
(三) 脉冲法.....	(51)
(四) 实验结果举例.....	(52)
§ 3—2 测量压力耦合响应的旋转阀和调制喷管发动机.....	(53)
§ 3—3 阻抗管.....	(55)
§ 3—4 速度耦合响应函数测量.....	(57)
§ 3—5 测量燃烧响应的直接法.....	(59)
(一) 微波技术.....	(59)
(二) 激光技术.....	(59)

第四章 喷管阻尼 (63)

§ 4—1 短喷管理论.....	(63)
§ 4—2 喷管声导纳的线性理论.....	(66)
§ 4—3 喷管声导纳测量.....	(68)
(一) 直接法.....	(68)
(二) 稳态波衰减法.....	(69)
(三) 稳态共振法.....	(69)
(四) 阻抗管法.....	(69)
§ 4—4 实验结果.....	(71)
(一) 喷管阻尼与平均流M数或喉通比J的关系.....	(71)
(二) 频率及几何形状的影响.....	(71)

(三) 多喷管结构的影响.....	(72)
(四) 潜入式喷管的阻尼特性.....	(72)
§ 4—5 喷管声导纳的模拟.....	(72)
(一) 几何相似喷管导纳数据的换算.....	(73)
(二) 冷试与真实发动机喷管导纳的换算.....	(73)
(三) 喷管阻尼系数的换算.....	(73)

第五章 微粒阻尼 (76)

§ 5—1 铝粉燃烧及其燃烧产物的性质.....	(76)
§ 5—2 微粒松弛理论 (一元分析)	(78)
(一) 基本方程.....	(78)
(二) 线性化处理.....	(78)
(三) 复波数分析.....	(80)
(四) 频散现象.....	(82)
(五) 微粒阻尼.....	(83)
(六) 微粒阻尼的计算和预计.....	(84)
§ 5—3 微粒尺寸分布的实验研究.....	(86)
(一) 微粒尺寸分析技术.....	(86)
(二) 影响微粒尺寸分布特性的因素.....	(86)

第六章 发动机声不稳定的线性理论 (89)

§ 6—1 一元线性波动方程及其复波数解.....	(89)
(一) 守恒方程.....	(89)
(二) 线性化处理.....	(92)
(三) 复波数解.....	(94)
§ 6—2 一元线性稳定性分析.....	(98)
§ 6—3 实际振型的近似解.....	(102)
§ 6—4 三元线性分析.....	(104)
(一) 线性波动方程.....	(104)
(二) 实际振型的近似解 (格林函数法)	(105)
(三) 复波数解.....	(106)
§ 6—5 T 形燃烧器理论的改进.....	(108)
(一) Culick 理论的应用.....	(108)
(二) MHC 理论的应用.....	(111)
(三) 两种理论的比较.....	(111)

第七章 声不稳定的非线性理论 (114)

§ 7—1 非线性声波	(114)
§ 7—2 声不稳定的一元非线性分析	(115)
(一) 基本方程	(115)
(二) 方程的解法	(117)
(三) 典型计算结果	(120)
§ 7—3 限幅机理	(121)
§ 7—4 非线性燃烧响应	(122)
§ 7—5 非线性微粒阻尼	(125)

第八章 喘振和L*不稳定 (128)

§ 8—1 喘振	(128)
§ 8—2 L*不稳定机理	(130)
§ 8—3 L*不稳定的实验研究	(131)
(一) 实验装置	(131)
(二) 实验技术	(132)
(三) 实验结果举例	(133)
§ 8—4 L*不稳定的线性分析	(135)
§ 8—5 闭环反馈系统分析法	(139)
§ 8—6 非声不稳定与声不稳定的关系	(140)

第九章 发动机线性稳定性预计 (143)

§ 9—1 发动机内腔的声学分析	(143)
(一) 振型转换	(143)
(二) 声振频率及振型的计算	(146)
(三) 发动机的声学实验	(146)
§ 9—2 发动机线性稳定性预计技术	(147)
§ 9—3 设计参数对发动机稳定性的影响	(149)

第十章 不稳定燃烧现象的观察与解释 (154)

§ 10—1 平均燃速和平均压力的异常变化	(154)
§ 10—2 二次压力峰	(157)
§ 10—3 脉冲触发不稳定	(158)
§ 10—4 旋涡的产生	(161)
§ 10—5 各种内弹道异常现象的鉴别	(161)

(一) 初始压力峰.....	(162)
(二) 试车系统机械振动的影响.....	(162)
(三) 喷管喉部沉积物的影响.....	(162)
(四) 装药破碎的影响.....	(163)
(五) 燃烧室热损失的影响.....	(163)
(六) 装药通道内部回流的影响.....	(163)
(七) 非稳态燃烧过程的影响.....	(163)
(八) 铜柱压力的异常变化.....	(163)
第十一章 不稳定燃烧的诊断与抑制.....	(166)
§ 11—1 动态压力测量及分析.....	(166)
§ 11—2 解决不稳定的燃烧问题的基本途径.....	(168)
(一) 调整推进剂配方.....	(169)
(二) 修改发动机结构、调整设计参数.....	(169)
§ 11—3 抑振装置.....	(170)
(一) 隔板.....	(170)
(二) 共振棒.....	(171)
(三) 吸声器.....	(171)
(四) 抑振装置的选择.....	(173)
§ 11—4 无烟推进剂燃烧不稳定的抑制.....	(174)
§ 11—5 型号实例.....	(175)

第一章 声不稳定概论

§ 1—1 声振荡与声波

通常所说的“声音”是指在空气中传播的、能为人耳所感觉的机械波，其频率在20~20000Hz之间。声学上所说的声波，含义要广泛得多，它包括在各种介质中传播的、频率为任意值的机械波。

波动是振动的传播过程。机械振动在气体、液体和固体连续介质中的传播形成机械波。连续介质的质点都是互相关联的，一点振动必牵连相邻质点随之振动，介质各部分的质点先后按相同规律振动，便有相应形状的波传播出去。反之，一定形状的波通过介质，各部分的质点必按相同的规律振动，但在时间上有先后之别。

波的传播方向与质点振动方向一致时叫做纵波，两者互相垂直则称为横波。气体和液体具有容变弹性、但是不能抗剪，所以只能传播弹性纵波。液面上的横波是由表面张力和重力的作用所致，不是弹性波。弹性纵波是疏密波，没有看得见的波“峰”和波“谷”，只有交替的压缩和膨胀。固体有线变形，剪切变形，容积变形以及弯曲、扭转等复杂的变形，所以能够传播纵波或者横波。

在声波的传播过程中，介质质点的振动导致局部密度、温度和压力按同样规律变化，也就是说它们的瞬时值均在其稳态值附近振荡，这种现象称为声振荡。瞬时值与稳态值之差叫做扰动量，其中压力扰动一般称为声压，质点振动速度叫做声振速度，（不可与声波传播速度，即音速混淆）。日常听到的声音是小扰动波，因为空气质点的声振速度、声压和其它参数的扰动量都非常小。这种小扰动波可用线性的波动方程描述，数学分析也比较方便。非小扰动波则需用非线性偏微分方程组来描述，数学处理也比较困难。对于一般的声波来说，只要各参数的扰动量远远小于其稳态值（例如小于稳态值的5%）即可看成小扰动波或线性波。

一般说，声波都是向三维空间传播的三元波。不过，声波从声源出发，不受阻碍地进行一段距离之后，也可以近似地看作一元波。一元波的特征是，波在任何地方的传播方向均相同，波的前沿（波前）是平面，并且垂直于波的传播方向，因而也叫做平面声波。在管内传播的声波，只要管径小于波长，也可以看作平面波。

(一) 平面简谐波 在小扰动情况下，气体介质的瞬时压力 p 、密度 ρ 和温度 T 均可表示为稳态值与扰动量之和。例如： $p = \bar{p} + p'$ 、 $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ 、 $T = \bar{T} + T'$ 等。其中， p' 就是声压。一元声压波动方程是

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = \bar{a}^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} \quad (1-1)$$

式中， \bar{a} 为音速。利用初始条件可从上式得到声压 p' 的表达式。这里要强调指出，在小扰动条件下，复杂的声波都是若干简谐波线性叠加的结果。因此，简谐波是最简单、最基本和最

重要的波动形式。一元简谐波的表达式是

$$p' = \hat{p} \cos(kx - \omega t - \theta) \quad (1-2)$$

其中， ω 是声振角频率； $k = \omega/a$ ，叫做波数； \hat{p} 是声压波的振幅，简称声压波幅或声压振幅； θ 为初相角。

上式表明，在任何位置上，声压都是时间的余弦函数；在任何指定时刻，声压也是距离的余弦函数。图1-1表示不同时刻的声压波形。声压值及相位完全相同的两点之间的距离叫做波长(λ)；声波走过一个波长所需要的时间称为周期(T)；单位时间内，通过某一位置的波的数目叫做频率(f)。它们之间的关系是

$$a = \lambda f = \lambda/T \quad (1-3)$$

简谐波还可以用复数表示。如果应用正“i”表示法，沿x正向传播的声压波是

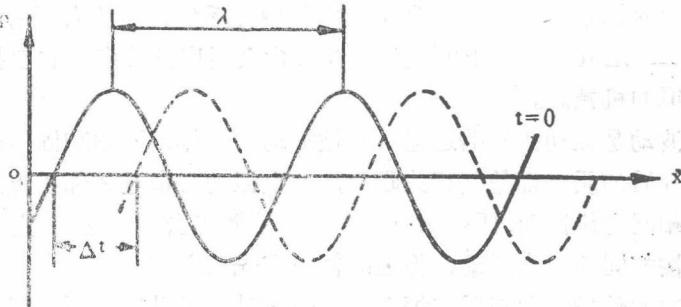


图 1-1 声压波的传播

$$\begin{aligned} p' &= \hat{p} e^{-i(kx - \omega t - \theta)} \\ &= \tilde{p} e^{-i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中， $\tilde{p} = \hat{p} e^{i\theta}$ 称为声压复振幅； \hat{p} 则相应地叫做声压实振幅； $e^{i\omega t}$ 和 $e^{-i k x}$ 分别为简谐因子和空间因子。显然，(1-4)式的 p' 是一个复函数，取其实部即得(1-2)式。采用复数表示法可以简化运算，因为指数运算比三角运算简便得多。引入复振幅的概念，用它同时表示出实振幅和初相角，也能带来运算上的方便（类似于交流电理论的符号法）。不过必须记住，复振幅并非实际振幅，它的模才是真正的振幅。

(二) 一元驻波 一般说，振幅相等、相位相同或相反的两个同频简谐波沿着相反方向传播必定要发生干涉而形成驻波。在封闭管中，声波在管端刚性壁上反射时，相位要突然改变 180° （叫做半波损失），这时，反射波和入射波便能满足上述条件而生成驻波。声压驻波表达式可以从一元波动方程(1-1)式及相应的边界条件导出。设管长L，边界条件即为： $x=0$ 和 $x=L$ ， $\frac{\partial p'}{\partial x}=0$ 。用分离变量法解(1-1)式，得

$$\begin{aligned} p_l' &= \hat{p}_l \cos(\omega_l t - \theta_l) \\ &= A_l \cos \frac{l\pi}{L} x \cos(\omega_l t - \theta_l) \end{aligned} \quad (1-5)$$

$$(l=1, 2, 3, \dots)$$

其中，最大声压振幅 A_l 、初相角 θ_l 都是由初始条件决定的常数。若采用复数表示，则为

$$\begin{aligned} p_l' &= \tilde{p}_l e^{i\omega_l t} = \tilde{A}_l \cos \frac{l\pi}{L} x \cdot e^{i\omega_l t} \\ & \quad (l=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (1-6)$$

对一元简谐波来说，声压与声振速度 u' 的一般关系是

$$u_l' = \frac{i}{\rho \omega_l} \frac{\partial p_l'}{\partial x} \quad (1-7)$$

将(1-6)式代入上式，得

$$u_l' = -i \frac{\tilde{A}_l}{\rho a} \sin \frac{l\pi}{L} x \cdot e^{i\omega_l t} \quad (1-8)$$

取其实部便得振速驻波的三角表达式

$$u_l' = \frac{A_l}{\rho a} \sin \frac{l\pi}{L} x \sin(\omega_l t - \theta_l) \quad (1-8')$$

$$(l=1, 2, 3, \dots)$$

从(1-5)式和(1-8')式可以看出，在管子的任何位置，声压和振速都以同样频率振荡，但是各处的振幅并不相等，而是按正弦或余弦规律分布的。在某些特定位置上振幅等于最大振幅（称为波腹），在另一些特定位置上振幅始终为零（称为波节），管中气体好像是分段振动，波形则停驻不动。通常将具有这种特性的声波称为驻波，而将沿着一定方向传播的声波（如图1-1）叫做行波。

其次，若 l 顺序取不同整数，从(1-5)式和(1-8')式可以分别得到无穷多个驻波表达式，它们表示封闭管的全部固有振型。其中， $l=1$ 的称为基振振型， $l>1$ 的叫做高阶振型。

(三) 声能密度 声振荡涉及两种能量，即气体质点的动能和气体容积变形的位能。单位体积气体介质的动能和位能分别为：

$$\epsilon_k = \frac{1}{2} \bar{\rho} u'^2 \quad (1-9)$$

$$\epsilon_p = - \int p' dv' = \frac{1}{2} \bar{\rho} \frac{p'^2}{a^2} \quad (1-10)$$

其中 v' 是气体比容的扰动量。单位体积气体的声能，即声能密度 ϵ 应为动能与位能之和，即

$$\epsilon = \epsilon_k + \epsilon_p = \frac{1}{2} \bar{\rho} \left(u'^2 + \frac{p'^2}{a^2} \right) \quad (1-11)$$

既然 u' 和 p' 都是时间和位置的函数，所以声能密度 ϵ 也是因时、因地而异的。为了表示声场所含声能的多少，常取 ϵ 在一个周期内或一个波长内的平均值，并称之为平均声能密度。对于简谐行波，平均声能密度 $\bar{\epsilon}$ 的表达式为

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \bar{\rho} \hat{u}^2 = \frac{1}{2} \frac{\hat{p}^2}{\bar{\rho} a^2} \quad (1-12)$$

其中， \hat{u} 为声振速度实振幅。对于简谐驻波，

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{4} \frac{\hat{A}_t^2}{\rho a^2} \quad (1-13)$$

以上两式说明，平均声能密度与声压（或振速）振幅的平方成正比，所以声振荡的强度既可以用振幅表示，也可以用平均声能密度来衡量。

(四) 声强与声功率 声强是表示声能传输速率的参数，其定义是单位时间内通过单位横截面积的平均声能。因此声强 I 的计算式应为

$$I = \bar{\varepsilon} \cdot a = \frac{1}{2} \frac{\hat{p}^2}{\rho a} = \frac{1}{2} \hat{p} \hat{u} \quad (1-14)$$

若引入有效值， $\hat{p}_e = \hat{p}/\sqrt{2}$ 和 $\hat{u}_e = \hat{u}/\sqrt{2}$ ，则

$$I = \frac{\hat{p}_e^2}{\rho a} = \hat{p}_e \cdot \hat{u}_e \quad (1-14')$$

实际上， $\hat{p}_e \hat{u}_e$ 就是声波在单位横截面积上作功的功率值，所以声强也称做平均声功率。设管子横截面积为 s ，则声功率为

$$W = Is = \frac{1}{2} \hat{p}_e \hat{u}_e s \quad (1-15)$$

若 p' 和 u' 不同相，应引入复振幅，于是

$$W = \frac{1}{2} \hat{p} \hat{u} s \quad (1-16)$$

这时，声功率 W 也是复数，它相当于交流电的视在功率，其实部为有功功率，虚部为无功功率。

§ 1—2 固体火箭发动机中的自激声振荡

固体火箭发动机的声不稳定，实质上就是装药燃烧过程提供的能量放大和维持着燃烧室里的声波。固体推进剂的能量释放率很高，只要很少一部份（例如 0.14%）转化成声能便足以补偿各种声能损失，使微弱的压力振荡放大而形成声不稳定现象。因此应当将发动机当作一个自激声振荡系统来研究。

自激振动又称自持振动，或者简称自振，是一种常见的非线性振动。从现象上看，它的特点是能够自动激励和放大，并且能维持稳定的等幅自由振动。自激振动的实例很多：如风琴管的声振荡、机翼颤振以及风吹过电线引起的振动等都是由定向空气流维持的自激振动；琴弦的振动，旋转轴在松动的轴承里的抖动以及车刀的振动等都是在干摩擦作用下发生的自激振动；晶体管振荡器、钟表机构、蒸汽机以及人的呼吸系统和心脏等则能通过反馈作用维持自持振动。固体火箭发动机也属于最后一类。它们的共同点是系统中含有某种能源，尽管它本身不能周期性地输出能量，却可以在振动系统或振荡器的控制下（即反馈作用）按照自

由振动的固有频率一份一份地提供能量。此类系统的简化模型如图1-2所示。固体火箭发动机的燃烧室相当于声振荡器，装药燃面是能源，二者的耦合可能引起自激声振荡。

固体火箭发动机的内腔充满了燃气，受到初始扰动的作用也将会出现各种振型的自由声振荡，只要平均气流马赫数不大，它们便同刚性壁封闭声腔中的经典振型没有很大区别。通常，为便于分析起见，将马赫数较大的区域（即喷管）分离出来单独进行实验和分析，并用喷管进口截面上的声导纳（或导纳函数）表示喷管对声场的影响。其次，装药的燃烧，以及燃烧与声振荡的耦合尽管都是相当复杂的过程，可是都能在装药表面附近的一个薄层内完成。一般，气相燃烧区的厚度约为 $1000\sim 1500$ 微米，同声腔的尺寸相比完全可以忽略不计。因此也可以将装药及燃烧区分离出来单独研究，并用燃面声导纳（或导纳函数）表示燃烧过程对声振荡的作用。至于远离燃面的燃烧过程，例如金属微粒的燃烧等则看作分布在声场内部的热源。经过上述处理，发动机燃烧室便被简化成一个声腔。显然，这样的声腔与刚性壁封闭的声腔并不完全相同。平均流动、燃烧及其它过程都会程度不同地影响声振振型和固有频率。但是分析表明，它们的影响都不大，可以当作微扰处理，即认为它们只能略微修正而不会明显改变经典振型。作为一级近似，完全可以用经典声振型代替实际的振型。

固体火箭发动机大多是圆柱形的，所以声学中的圆柱形声腔具有一定的代表性。本章§1—3将专门介绍圆柱声腔的经典振型。

在实际条件下，任何声学系统中都不可避免地存在着各种阻尼因素，它们能够造成声能损失使自由振荡逐渐衰减。固体火箭发动机中比较重要的阻尼机理有：

- (1) 喷管阻尼：部分声能以辐射和对流的方式通过喷管散失；
- (2) 气相阻尼：燃气内部的粘性、导热和其它松弛过程造成声能损失；
- (3) 微粒阻尼：悬浮于燃气中的凝相微粒（例如 Al_2O_3 等）的动力松弛和热松弛造成声能损失；
- (4) 壁面阻尼：曝露在高温燃气中的壳体壁面与高温气体间的粘性及导热造成声能损失；
- (5) 结构阻尼：声波透过室壁向周围辐射或进入装药而被吸收造成声能损失。

固体火箭发动机中的主要声能增益来源是装药的燃烧响应。在稳态燃烧过程中，装药燃速的大小与燃烧室压力及平行于燃面的气流速度有着密切的关系。因此不难理解，燃面受到声振荡的作用时，特别是声振速度与燃面平行的情况下，装药燃速必因周期性变化的声压和振速的影响而发生周期性的变化，这种现象称为燃烧响应。由声压引起的叫做压力耦合燃烧响应；由声振速度引起的叫做速度耦合燃烧响应。显然，瞬变燃速与瞬变压力或流速之间的关系必定与稳态条件下的关系完全不同。通常用燃面声导纳或响应函数来表示各种推进剂的燃烧响应特性，它们的值由实验测定。

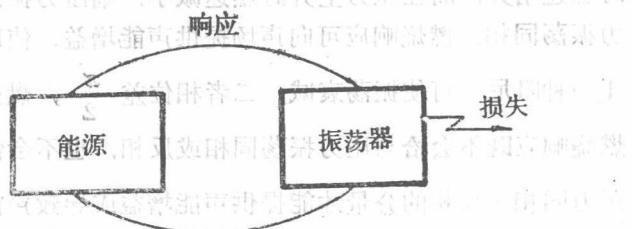
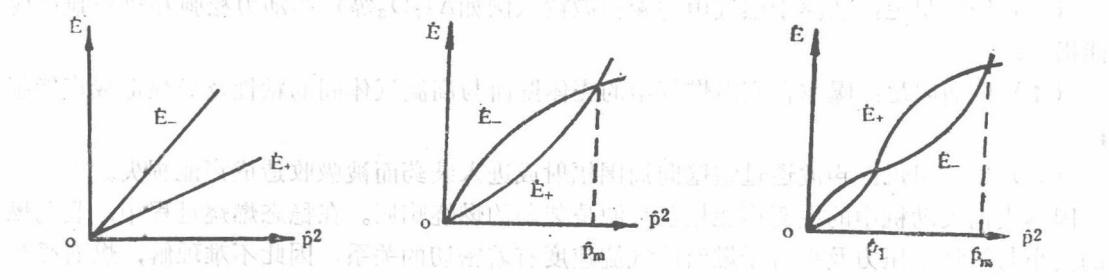


图 1-2 自振系统的简化模型

燃烧响应对声振荡的作用效果取决于二者的相位关系。按照瑞利原理，如果压力升高时，装药燃速增大，而在压力下降时，燃速减小，压力振荡将被放大。相反，若在压力降低时燃速增大，而在压力上升时燃速减小，则压力振荡被阻尼。换言之，装药燃速的变化与压力振荡同相，燃烧响应可向声场提供声能增益，使压力振荡变强；二者反相，燃烧响应相当于一种阻尼，可使振荡衰减；二者相位差 $\frac{\pi}{2}$ ，燃烧响应对声振荡的强弱没有影响。一般，燃烧响应既不会恰与压力振荡同相或反相，也不会恰好相差 $\frac{\pi}{2}$ 。因此，燃烧响应中只有与压力同相或反相的分量才能提供声能增益或导致声能损失，而与压力相位差 $\frac{\pi}{2}$ 的分量对声振能量没有影响，但是对声振振型及固有频率略有影响。

上面提到的各种阻尼以及燃烧响应，机理都很复杂，影响因素也很多，后面将分别进行深入的讨论。概括起来，声能增益和声能损失的大小取决于以下三个方面：（1）系统特性，包括推进剂性质、发动机及装药的结构（几何形状和尺寸）及工作条件（压力和初温）等；（2）声振振型和频率；（3）声振强度（以声压振幅或声能表示）。对于给定频率的声振荡，增益和损失均随声压振幅的变化而变化，变化的特征则取决于系统特性。图1-3是三种典型的变化关系。图中，横坐标是声压振幅的二次方 \hat{p}^2 ，纵坐标是单位时间内的声能变化量 \dot{E} （绝对值）， \dot{E}_+ 表示声能增益， \dot{E}_- 表示声能损失。图1-3(a)表示系统的声能增益总是小于声能损失，初始压力扰动的振幅不论多么大都不会被放大，所以这种系统是稳定的。图1-3(b)所示系统，在小振幅条件下增益大于损失；在大振幅($\hat{p} > \hat{p}_m$)区域损失大于增益。因为在原点附近(压力扰动振幅无限小) $\dot{E}_+ > \dot{E}_-$ ，所以这种系统能够放大微弱的初始扰动，使其不断增长，直到 $\hat{p} = \hat{p}_m$ 为止。如果初始扰动较强，其振幅大于 \hat{p}_m ，由于该区 $\dot{E}_+ < \dot{E}_-$ ，振荡必定自动衰减到 \hat{p}_m 为止。这里的 \hat{p}_m 叫做极限振幅，它对应于一个稳定的等幅压力振荡，此时增益恰能补偿损失，振荡既不放大，也不衰减。像这种可以放大微弱压力扰动的系统就是线性不稳定的系统。图1-3(c)所表示的系统，在小振幅范围



(a) 图示为稳定燃烧系统，(b) 为不稳定燃烧系统，(c) 为临界稳定的燃烧系统。
图1-3展示了三种典型的声能变化量 \dot{E} 与声压振幅的二次方 \hat{p}^2 之间的关系。图(a)显示 $\dot{E}_+ < \dot{E}_-$ ，系统稳定；图(b)显示在小振幅时 $\dot{E}_+ > \dot{E}_-$ ，在大振幅时 $\dot{E}_+ < \dot{E}_-$ ，存在极限振幅 \hat{p}_m ；图(c)显示在小振幅时 $\dot{E}_+ > \dot{E}_-$ ，在大振幅时 $\dot{E}_+ < \dot{E}_-$ ，存在极限振幅 \hat{p}_m 。