

激光物理学

上海人民出版社

激光物理学

《激光物理学》编写组

上海人民出版社

激 光 物 理 学

《激光物理学》编写组

上海人民出版社出版

(上海绍兴路5号)

新华书店上海发行所发行 上海商务印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 20.5 字数 487,000

1975年10月第1版 1975年10月第1次印刷

统一书号: 13171·128 定价: 1.30 元

内 容 简 介

本书为激光技术的基础理论性专业参考书。全书共七章，分别叙述有关光学共振腔、激光的振荡、 Q 突变、放大以及强光光学效应等主要激光物理过程的原理和技术基础。主要读者对象是具有一定实践经验的激光工作者和大学有关专业师生。

列 宁 语 录

在认识论上和科学的其他一切领域中一样，我们应该辩证地思考，也就是说，不要以为我们的认识是一成不变的，而要去分析怎样从不知到知，怎样从不完全的不确切的知识到比较完全比较确切的知識。

《唯物主义和经验批判主义》

毛 主 席 语 录

许多自然科学理论之所以被称为真理，不但在于自然科学家们创立这些学说的时候，而且在于为尔后的科学实践所证实的时候。

《实践论》

前 言

激光技术是六十年代初发展起来的一门新兴的科学技术，它不但引起了现代光学应用技术的巨大变革，还促进了物理学和其他有关学科的新发展。在我国，特别是无产阶级文化大革命以来，激光技术得到了迅速发展，一支以工人为主体的激光技术队伍正在斗争中逐步发展壮大，激光技术已开始应用于工业、交通、医疗卫生、科学研究和国防等各个部门。在这样的形势下，广大激光工作者和工农兵群众，对激光知识在普及基础上进一步提高的要求也更为迫切。为此，我们遵循毛主席“要认真总结经验”和“洋为中用”的教导，在结合国内有关工作并参考国外有关文献资料的基础上，编写了《激光物理学》一书。

本书主要编写目的，是使具有一定实践经验的从事激光工作的读者，对有关光学共振腔、激光的振荡、 Q 突变、放大以及强光光学效应等主要激光物理过程有比较系统的了解，以便在实际工作中不断提高激光器件和激光应用技术的水平。

全书共分七章。第一章是预备性基本理论知识的介绍。第二章是共振腔的几何光学和干涉仪理论，其特点是能简单直观地描述较大费涅尔数情况下的共振腔特性。第三章是共振腔的衍射理论，其特点是能给出腔内不同共振模场的精细描述。第四章介绍激光振荡的速率方程理论，其特点是能比较方便地讨论阈值振荡条件和功率输出等方面的特性。第五章介绍激光振荡的半经典理论，其特点是能描述运动工作粒子体系（气体）以及与激光场的波动特点有关的振荡现象。第六章介绍激光 Q 突变和放大（包括超短脉冲）过程的基本理论。第七章介绍几种主要的强光光学效应的理论和技术基础。

本书主要由中国科学院上海光学精密机械研究所赫光生、王润文、王明常同志执笔编写。由于编者水平有限，书中会有一些缺点和错误，热诚希望广大读者提出批评和指正。

《激光物理学》编写组

一九七五年八月

DA 0254/08

目 录

前 言

第一章 光辐射的基本理论知识	1
第一节 光辐射理论的发展简史	1
第二节 光的经典电磁理论	3
§ 2-1 电磁场的基本方程	4
§ 2-2 单色平面电磁波的基本性质	5
§ 2-3 一般电磁场表现为单色平面波的迭加	8
第三节 光的光子理论(光子统计学初步)	10
§ 3-1 光子的基本性质	11
§ 3-2 光子的状态和光子简并度	11
§ 3-3 光子系统的熵和热平衡辐射分布	14
§ 3-4 光子系统的起伏	17
第四节 光辐射的量子电动力学理论	18
§ 4-1 电磁场的量子化描述	19
§ 4-2 电磁场与原子体系的相互作用	21
§ 4-3 原子的发射和吸收跃迁几率	23
§ 4-4 原子光辐射的谱线宽度和加宽机制	26
第二章 光学共振腔(几何光学和干涉仪理论)	30
第一节 光学共振腔和波型(模)——引述	30
第二节 平行平面腔	33
§ 2-1 共振波型的频谱结构	33
§ 2-2 共振波型的损耗率	37
§ 2-3 共振腔内总振荡波型数	39
§ 2-4 共振腔偏离理想情况的影响	40
第三节 共焦球面腔	43
§ 3-1 共焦和近共焦腔的共振频谱结构	44
§ 3-2 共焦和近共焦腔内总振荡波型数	47
§ 3-3 共焦和近共焦球面腔特性讨论	50
第四节 一般稳定球面共振腔	52
§ 4-1 一般球面腔内光束多次往返坐标转换的矩阵表示	52
§ 4-2 一般球面腔的稳定条件和共振光束特性	54
§ 4-3 一般稳定球面腔内共振光束的光斑尺寸和发散角	58
§ 4-4 一般稳定球面腔内总振荡波型数	62
第五节 回形稳定球面共振腔	64
第六节 非稳定共振腔	68
§ 6-1 非稳腔的种类和一般特点	69
§ 6-2 双凸和平凸型非稳腔	70
§ 6-3 望远镜(非对称共焦)型非稳腔	75
§ 6-4 非稳腔的输出远近场图样和共振频谱结构	77

第七节 波型限制技术和特种共振腔	79
§ 7-1 波型限制技术概述	79
§ 7-2 对空间(横向)波型的限制技术	82
§ 7-3 对振荡频率(纵波型)的限制技术	88
第三章 光学共振腔(衍射理论)	95
第一节 共振腔衍射理论概述	95
第二节 平行平面腔	99
§ 2-1 场的自洽积分方程和数值解分析	99
§ 2-2 衍射场的波导理论和近似解析解分析	105
第三节 共焦球面腔	113
§ 3-1 方形镜共焦腔	113
§ 3-2 非对称方形镜共焦腔	120
§ 3-3 圆形镜共焦腔	122
第四节 一般稳定球面腔	123
§ 4-1 场的自洽积分方程和它的解	123
§ 4-2 共振模的场分布、损耗和频谱特性	126
§ 4-3 共振模的行波场特性	131
第五节 非稳定共振腔	133
§ 5-1 场的自洽积分方程	133
§ 5-2 共振模特性的准几何光学近似分析	134
§ 5-3 共振模特性的数值解分析	137
第六节 稳定球面腔共振模场的传输与匹配	140
§ 6-1 共振模的传输	140
§ 6-2 共振模的耦合和匹配	142
第七节 有耦合孔之共振腔	147
第四章 激光振荡的速率方程理论	155
第一节 单波型振荡的阈值条件	155
第二节 多波型振荡的阈值条件	158
第三节 三能级系统的速率方程和稳态解	161
第四节 四能级系统的速率方程和稳态解	164
第五节 “弛豫”振荡效应	167
第五章 激光振荡的半经典理论	172
第一节 密度矩阵的基本知识	172
第二节 激光电磁场的振荡方程	175
第三节 介质的密度矩阵方程和宏观电极化效应	178
第四节 密度矩阵方程的一阶解及其与速率方程之关系	182
第五节 运动原子的密度矩阵及一阶解理论	185
第六节 运动原子的三阶解理论(单模情况)	190
第七节 运动原子的三阶解理论(多模情况)	195
第八节 腔内相位调制激光振荡器	200
第九节 行波腔的激光振荡	203
第六章 激光 Q 突变和激光放大	207
第一节 激光 Q 突变技术概述	207

§ 1-1	Q 突变技术的发展	207
§ 1-2	Q 突变概念的提出	208
§ 1-3	实现 Q 突变技术采用的方法	209
第二节	Q 突变的基本理论	210
§ 2-1	速率方程及求解	210
§ 2-2	巨脉冲的峰值功率、能量和脉冲宽度	211
§ 2-3	参量 $\frac{\Delta n_i}{\Delta n_s}$	213
第三节	转镜开关	214
§ 3-1	转镜的开关时间	214
§ 3-2	脉冲建立时间	215
§ 3-3	单脉冲条件	216
第四节	染料开关	217
§ 4-1	染料开关的工作原理	217
§ 4-2	开关效率	219
§ 4-3	单个脉冲产生的条件	220
§ 4-4	选择染料作为开关的标准	221
§ 4-5	巨脉冲动力学	222
第五节	锁模激光器	226
§ 5-1	超短光脉冲的产生	226
§ 5-2	自锁模的相位关系	227
§ 5-3	相位自锁的条件	231
第六节	脉冲激光放大器	235
§ 6-1	激光放大器的特点	235
§ 6-2	脉冲放大器的速率方程及求解	236
§ 6-3	小信号增益和增益饱和	238
§ 6-4	脉冲宽度变窄	240
§ 6-5	损耗对脉冲放大器输出能量的影响	241
第七节	连续波激光放大器	243
§ 7-1	具有损耗的放大器的稳态增益	243
§ 7-2	具有烧孔效应和交叉弛豫的放大器的稳态增益: I 窄带入射信号	244
§ 7-3	具有烧孔效应和交叉弛豫的放大器的稳态增益: II 宽带入射信号	249
§ 7-4	光谱烧孔效应和交叉弛豫对具有损耗的放大器的稳态增益饱和的影响	250
第八节	超短脉冲激光放大器	253
§ 8-1	相干作用的基本方程	253
§ 8-2	π 脉冲和 2π 脉冲	255
§ 8-3	稳定脉冲的形状和放大谱线的自加宽	258
§ 8-4	超短脉冲的自透明	260
第七章	强光光学效应	264
第一节	强光波在非线性介质中相互作用的理论基础	264
§ 1-1	光学介质的非线性电极化效应	264
§ 1-2	非线性电极化效应的量子力学理论	265
§ 1-3	非线性介质内强光相互作用的耦合波方程	271
第二节	二次光学谐波效应	273
§ 2-1	二次光学谐波的基本理论	273
§ 2-2	产生光学二次谐波的工作物质和实验技术	277

第三节 光学混频与光学参量效应	282
§ 3-1 光学混频(和频与差频)效应	282
§ 3-2 光学参量放大和振荡效应	283
第四节 受激拉曼散射效应	291
§ 4-1 普通和受激拉曼散射现象描述	291
§ 4-2 受激拉曼散射效应的量子理论	293
§ 4-3 受激拉曼散射的实验研究	299
第五节 受激布里渊散射效应	302
§ 5-1 受激布里渊散射现象描述	302
§ 5-2 受激布里渊散射的基本理论	305
§ 5-3 受激布里渊散射的实验研究	311

第一章 光辐射的基本理论知识

第一节 光辐射理论的发展简史

光的发射、传播以及它同物质的相互作用,是自然界中最常见和最普遍的现象之一。很久以来,人们就注意到对一些光学现象的观察和研究,并且随着社会生产实践和技术水平的不断发展,人们对于光学现象规律性和光的本性的理解和认识,也不断有所深入和发展。

早在 17 世纪,已形成了对于光的本性解释的两种原始性的理论。其中之一认为光在本质上是一种以一定方式沿空间传播着的波动过程;而另一种则认为光在本质上是由一些以经典方式运动着的微小粒子所组成。当时提出的这两种原始理论都是极为粗浅的,它们只能分别对个别的光学现象给出不同的并且是具有很大片面性的解释,这是由于受到当时光学现象这一“客观过程的发展及其表现程度的限制(客观过程的方面及本质尚未充分暴露)”。

到了 19 世纪初,关于光的波动本性的理论有了进一步的发展。在对光是一种波动过程的物理图象提出一些新的假设的基础上,这种理论已能成功地解释一系列重要的光学现象,因此,光的波动学说开始普遍为人们所接受。但在当时和以后的一段时间里,光的波动学说的物理基础仍然存在着严重的问题。因为当时的理论认为,光在本质上是一种通过臆想的介质——固态弹性“以太”而传播的力学式的横向振动波,而每当从这一基本假设出发试图对光学过程的实质给予纯力学式的解释时,总会遇到一些带有根本性的困难。

只有到 19 世纪下半叶,在当时工业和电学技术发展的带动下确立了表征电磁现象规律性的麦克斯韦方程组,并且在实验上证实了以光速传播的电磁波的存在之后,光的波动理论才获得更加可靠的物理基础。从这时起,人们开始把光理解为以光频振荡的电磁波,并且确认,光学现象应该遵循由麦克斯韦方程组所决定的基本规律。应用光的电磁波理论,基本上能比较圆满地解释光的反射、折射、干涉、衍射、偏振、双折射等与光的传播特性有关的一系列重要现象。

正如毛主席所教导的:“人类认识的历史告诉我们,许多理论的真理性的不完全是,经过实践的检验而纠正了它们的不完全性。许多理论是错误的,经过实践的检验而纠正其错误。”尽管光的电磁理论在其发展初期取得了许多成就,但到 19 世纪末和本世纪初,当人们试图进一步解释涉及到光与物质相互作用现象(如黑体辐射、原子的线状光谱、光电效应等)的规律性时,光的经典电磁理论又遇到了新的本质上的困难。为了克服这些困难,人们不得不进一步改变对光的本性的理解。1900 年,普朗克提出电磁辐射源体系能量量子化的创新假设,并在此基础上导出在形式上与实验规律相符合的黑体辐射定律。1905 年,爱因斯坦发展了普朗克的量子化假设,在一种全新的物理意义上,提出了光子学说,按照这一学说,光在本质上是由一些具有确定能量和动量的物质微粒——光量子或光子所组成,而光子的能量和动量的数值,与一定的光的频率或波长相对应。从光子学说出发,可以解释黑体辐射、光电效应、光化学效应、康普顿散射等一系列涉及到光与物质相互作用能量和动量交换特性

的现象规律性。

到这时为止,人们不得不承认,光在本质上表现出双重的特性:一方面,光在其与传播特性有关的现象方面表现出连续的波动的本性;另一方面,光在其与物质相互作用的能量和动量交换特性方面又表现出分立的粒子式的本性。光在本质上具有波动-粒子双重特性的事实,构成了后来产生量子力学的物理基础之一,此外,它还证明了列宁关于“自然界中没有绝对的界限;运动着的物质会从一种状态转化为在我们看来似乎和它不可调和的另一种状态”的精辟论断。在量子力学原理确立之前,关于光的本性理解的两种不同理论(经典电磁理论和光子学说)并未能得到很好的统一;在量子力学原理确立之后,人们把这一原理推广到对电磁辐射场及其与物质体系相互作用过程的描述,从而建立了量子电动力学理论,只有在这之后,关于光的双重特性的物理解释才得到了合理的统一。按照量子电动力学的观点,在对电磁辐射场施以量子化描述之后,将自然导致场的光子特性的理论结果。应用量子电动力学理论,在原则上,既可以解释光与物质相互作用的现象规律,又可以解释与光的传播行为有关的现象规律性。

在本世纪三十年代前后得到确立的量子电动力学理论的重要成果之一是,它能正确地描述电磁辐射场与原子体系相互作用时可能发生的三种过程(亦即自发辐射、受激辐射和受激吸收过程),并能给出这三种过程之间的定量关系。按照这种理论,当原子体系按能级的分布服从(或近似服从)玻尔兹曼热平衡规律时,或者换句话说,当所要考虑的原子体系的高能级上的粒子数小于低能级上的粒子数时,原子体系对辐射场所表现出的总效果是自发辐射或者受激吸收;反之,如果以某种方式破坏原子体系按能级的正常分布而实现粒子数分布的反转状态(亦即使特定高能级上的粒子数大于低能级上的粒子数),则原子体系在入射场作用下的受激辐射效应可能占优势,从而有可能对入射场产生由受激辐射效应所导致的放大作用。

在本世纪五十年代,由理论所预见的粒子数反转体系对入射电磁场产生受激放大作用的可能性,首先在无线电电子学的微波技术领域内得以实现,其标志是建成了微波量子放大器(微波激光器),并开拓了量子电子学这一崭新的学科领域。

微波量子放大器技术的出现和进展,自然促进了人们努力探索在光频段实现粒子数反转和产生光的受激辐射放大作用。在本世纪六十年代初,第一批光激光器(激光器)先后获得成功运转,从而标志着一项崭新的科学技术——激光技术的诞生。激光技术的出现,不但引起了整个光学应用技术的革命,而且极大地促进了光辐射理论的发展。在激光技术出现以前,所有各类光源的发光基本上是属于自发辐射机制,因此所发出的光辐射具有低单色性、低定向性、低亮度等(归结为低光子简并度)特点,与此相应,这类光源所发出的光辐射与物质的作用基本上属于弱光与物质的相互作用。激光器的发光机制是基于粒子数反转体系的受激发射,它所产生的激光辐射具有高单色性、高定向性、高亮度等(归结为高光子简并度)特点,这样的辐射与物质间的作用则属于强光与物质的相互作用。因此,在激光技术出现以前的光辐射理论,基本上是属于有关弱光辐射(以低光子简并度为特点)的产生机理、基本性质及其与物质相互作用的理论,这些理论的经典描述特点是麦克斯韦方程组中介质电极化强度矢量与辐射场的场强矢量成线性关系,而量子化描述的特点则是在进行量子力学处理时往往只取一级微扰近似。激光技术出现后,有关强光辐射(以高光子简并度为特点)的产生机理、基本性质及其与物质相互作用的理论得到了重大发展,这些新理论的经典描述

特点是介质电极化强度矢量与辐射场的场强矢量成非线性关系,而量子化描述的特点则是在进行量子力学处理时往往要取二级或更高级的微扰近似。激光技术出现后所发展起来的这些新理论,一般说来构成了所谓激光物理学的基本内容之一。

虽然我们可以说,量子电动力学是整个激光物理学的严格的理论基础,但这不等于说我们在分析激光物理学范围内的所有问题时,一定都要采用这种理论的全部观点和整套处理方法,这样做往往是不方便的和不必要的。实际上,正确的做法是,根据所要讨论的激光物理现象属性特点之不同,而采用不同的理论处理方法。这些方法基本上可分为如下的三类:

(1) 全量子描述方法——即量子电动力学的理论处理方法,其特点是,将电磁辐射场与组成物质的原子体系作为一个统一的物理体系加以量子化描述。这种理论方法诚然是严格的,但有时在数学处理上是过于繁杂或不容易方便求解的。基于量子电动力学的基本观点或基本结果,还可派生出一些专门的课题理论。例如,为描述量子化电磁辐射场本身的宏观统计特性而派生出光子统计学理论;在忽略量子化辐射场的相位特性和光子数起伏的前提下,为描述激光光子群与原子体系的相互作用而派生出所谓速率方程理论等。

(2) 半经典描述方法——基本上属于量子力学范围内的理论处理方法,其特点是,将辐射场视为经典的电磁场而采用麦克斯韦方程组来描述,以及将原子体系作量子化描述,进而把辐射场与物质的相互作用理解为经典电磁场与量子化原子体系间的相互作用。这种理论处理方法的优点是,在描述场与物质作用过程中,能反映与场的波动特性有关的那些现象的规律性;这种理论方法的局限性是,不能反映与场的量子化特性有关的那些现象的规律性以及不能解释与场的零点起伏能或原子体系自发辐射行为有关的现象规律性。

(3) 经典描述方法——这种方法的特点是对辐射场与组成物质的原子体系都作经典式的电磁理论描述,亦即把辐射场视为经典的电磁场,把原子体系视为经典的电的振子体系。经典电磁场理论是讨论有关光学共振腔和激光传输问题的理论基础之一;此外,讨论激光与物质的相互作用时,经典描述方法有时亦可起到一定的作用。

在本章下面几节中,将分别介绍一下光的经典电磁理论、光的光子理论(光子统计学)和光辐射的量子电动力学理论的基本观点及有关结果,作为本书后面几章论述的知识基础。至于半经典的理论描述方法,由于在第五和第七章内有专门的论述,因此在本章内不再做预备性的介绍。

第二节 光的经典电磁理论

光的经典电磁理论,经过长期的发展,已在其适用的范围内达到相当完善的地步,它能完满地解释与光的传播特性有关的几乎所有的重要光学现象,包括光的反射、折射、干涉、衍射、偏振和双折射等;此外,对于涉及到光与物质相互作用的某些光学现象,经典电磁理论有时亦能在一定程度上给出近似的或唯象式的物理解释。

光的经典电磁理论,同样可很好地描述激光在某一些方面所表现出的物理特性,最明显的例证是,它是有关光学共振腔理论和激光与物质相互作用半经典理论的基础之一。

在本节中,将就经典电磁理论的数学基础和由此导出的与光学现象有关的一些重要结论作一简要介绍,以便为本书后面的有关叙述部分做物理概念上的准备。

§ 2-1 电磁场的基本方程

光的经典电磁理论的基本出发点,是把光在本质上看作是一种光频电磁波场;而这一理论的数学基础,则是用来概括宏观电磁现象规律的麦克斯韦电磁方程组。为此,首先写出普遍情况下的麦克斯韦方程组:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \dot{\mathbf{E}} &= \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + c \nabla \times \mathbf{M} + \dot{\mathbf{P}}), \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \dot{\mathbf{B}} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi (\rho - \nabla \cdot \mathbf{P}), \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式中 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 为表征电磁场特性的两个量,分别称为电场强度矢量和磁感应强度矢量; $\mathbf{P}$ 为表征电磁场对介质电极化影响的物理量,称为介质的电极化矢量,它定义为介质单位体积内感应电偶极矩之和; $\mathbf{M}$ 为表征电磁场对介质磁化影响的物理量,称为介质的磁极化矢量,它定义为介质单位体积内感应磁偶极矩之和;最后, $\mathbf{j}$ 为介质内自由电流密度矢量, ρ 为自由电荷密度, c 为常数(真空中光速)。

为使上面的方程组简化,可按下述方式引入两个矢量:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{B} - 4\pi \mathbf{M}, \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

式中 $\mathbf{D}$ 称为电感应强度矢量,它间接表征介质的电极化效应; $\mathbf{H}$ 称为磁场强度矢量,它间接表征介质的磁化效应。在引入矢量 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{H}$ 之后,麦克斯韦方程组可改写为如下的形式:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} - \frac{1}{c} \dot{\mathbf{D}} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \dot{\mathbf{B}} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= 4\pi \rho, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

对于各向同性的介质而言,在入射电磁场强与原子内部的场强相比不十分大的前提下,可假设介质的电极化和磁极化矢量分别同入射的电场强度和磁感应强度矢量成简单的线性关系,亦即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P} &= \alpha \mathbf{E}, \\ \mathbf{M} &= \gamma \mathbf{B}, \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

式中 α 和 γ 分别为两个比例常数。实验事实表明,对于除了激光器以外的任何其他光源发出的光辐射所能达到的强度而言,上面的关系式是基本成立的。将 (2-4) 式代入 (2-2) 式可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= (1 + 4\pi\alpha) \mathbf{E}, \\ \mathbf{H} &= (1 - 4\pi\gamma) \mathbf{B}, \end{aligned} \right\}$$

或者按惯例将上面第二个方程改写并表示为如下的形式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= (1 + 4\pi\alpha) \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}, \\ \mathbf{B} &= \frac{1}{1 - 4\pi\gamma} \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}, \end{aligned} \right\} \quad (2-5)$$

式中 ε 称为介质的介电常数, μ 称为介质的导磁系数。

对于各向异性的介质而言, 在入射场强不十分大的前提下, 虽然仍可假设介质的极化矢量只与入射场强的一次方有关, 但极化矢量的方向与入射场强矢量的方向在一般情况下并不一致, 此时, 极化矢量的每个直角坐标分量均由场强矢量的三个直角坐标分量所决定, 亦即有

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \sum_j \alpha_{ij} E_j, \\ M_i &= \sum_j \gamma_{ij} B_j, \end{aligned} \quad (i, j = x, y, z) \right\} \quad (2-6)$$

式中 α_{ij} 和 γ_{ij} 分别为与脚标 i 和 j 有关的比例系数。采用张量的形式, 上式可进一步简化表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P} &= \hat{\alpha} \mathbf{E}, \\ \mathbf{M} &= \hat{\gamma} \mathbf{B}, \end{aligned} \right\} \quad (2-6')$$

式中 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\gamma}$ 为二阶张量系数, 并分别取三行三列的矩阵形式。由于 $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{E}$ 以及 $\mathbf{M}$ 同 $\mathbf{B}$ 的方向不一致, 按公式(2-2), $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 以及 $\mathbf{H}$ 同 $\mathbf{B}$ 的方向亦将不一致, 因此, 对于各向异性介质而言, 方程(2-5)应改写为如下的形式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{D} &= \hat{\varepsilon} \mathbf{E}, \\ \mathbf{B} &= \hat{\mu} \mathbf{H}, \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

式中 $\hat{\varepsilon}$ 和 $\hat{\mu}$ 均为二阶张量系数, 并可分别称为介电常数张量和导磁系数张量。

激光技术出现之后, 其所能产生的光频电磁波场的场强数值已达到可以与原子内部场强相比或更高的程度, 此时, 近似表示式(2-4)或(2-6')已不再成立, 而必须考虑入射场强高次项对介质极化效应的贡献, 与此相应, 将产生一系列新的非线性电极化光学效应, 这些新的效应, 将在本书的第七章中加以专门讨论。

对于各向同性的均匀介质而言, 假设关系式(2-5)成立, 并且 ε 和 μ 分别为与时间和空间坐标无关的常数, 则由普遍方程组(2-3)出发并利用(2-5)式, 可以进一步求出 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别满足的微分方程式:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \ddot{\mathbf{E}} &= 4\pi \left(\frac{\mu}{c^2} \mathbf{j} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho \right), \\ \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \ddot{\mathbf{B}} &= -4\pi \frac{\mu}{c} \nabla \times \mathbf{j}. \end{aligned} \right\} \quad (2-8)$$

这就是各向同性均匀介质内弱电磁场满足的波动方程式。

§ 2-2 单色平面电磁波的基本性质

对于光频电磁波场来说, 绝大多数的传输介质均为绝缘的电介质, 在这种介质的内部和表面不存在着自由电荷和自由电流, 亦即 $\mathbf{j}=0$, $\rho=0$, 则根据(2-8)式, 可将各向同性均匀电介质内电磁波场满足的波动方程写为

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \ddot{\mathbf{E}} &= 0, \\ \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \ddot{\mathbf{B}} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

由上面的方程可以看出,在各向同性均匀电介质中,表征电磁场的两个基本矢量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 满足同样的波动方程,亦即以同样的波动的方式沿空间运动和随时间变化。

满足波动方程式(2-9)的特解可写为如下的形式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t + \theta), \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t + \theta). \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

如所周知,以上述形式表示的波,称为单色(简谐)平面波,其特点是,空间的等相位面为平面,而随时间的变化则呈简谐(正弦或余弦函数)规律。在(2-10)式中, $\mathbf{E}_0$ 和 $\mathbf{B}_0$ 为场强的矢量振幅, $\mathbf{r}$ 为空间位置坐标矢量, t 为时间, θ 为相角常数, ν 为单色平面波的频率,而 $\mathbf{k}$ 为单色平面波的波矢量,并可由下式表示:

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n}_0, \quad (2-11)$$

式中 λ 为波长, $\mathbf{n}_0$ 为平面波传播方向上的单位矢量。

有时,为了数学处理上的方便,在求解电磁场的线性波动方程过程中,亦可将单色平面波表为如下的复数形式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t + \theta)}, \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t + \theta)}. \end{aligned} \right\} \quad (2-10')$$

并且我们约定,在中间数学处理过程中将 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 视为复数加以运算,而在最后的结果中,只取其实部。

按照波动方程的数学理论,方程(2-9)的通解,可表现为其一系列特解的线性迭加,在物理上,这意味着均匀电介质内的任意电磁波场在原则上可表述为具有各种可能频率和传播方向的单色平面波的迭加;此外,在后面的有关论述中还可发现,在电磁场的量子化的最简单的描述下,具有一定能量和动量状态的光子,是同具有一定频率和一定传播方向的单色平面波相对应的。基于上述二方面的原因,我们有必要在下面对单色平面波的有关特性作进一步介绍。

1. 传播速度特性 将单色平面波的表示式(2-10)或(2-10')代入波动方程式(2-9)中,可得出波矢模量满足的关系式为

$$|\mathbf{k}| = 2\pi\nu \frac{\sqrt{\mu\varepsilon}}{c}. \quad (2-11')$$

将上式与(2-11)式相比较,可得到各向同性均匀电介质中单色平面波的传播速度为

$$v = \lambda\nu = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}, \quad (2-12)$$

式中 $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ 称为介质的折射率,对于绝大多数的电介质而言, $\mu \simeq 1$, 故可认为 $n = \sqrt{\varepsilon}$ 。因为介电常数 ε 一般与入射电磁场的频率有关,故折射率亦与频率有关,这就是光学中的所谓色散效应。

2. 横波性 对于各向同性的电介质来说,麦克斯韦方程组(2-3)取如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\varepsilon\mu}{c} \dot{\mathbf{E}} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \dot{\mathbf{B}} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2-13)$$