



高中阶段全程陪伴

第 3 版

高中数学 怎样学

(必修部分)

鲁鹤鸣 祝水仙 姚 绮 编著

方法成就优秀

怎样学 —— 掌握可靠有效的方法

这样学 —— 获得事半功倍的收效

一书陪伴高中数学学习全过程
保驾学得好、考得好、大学进得好

高中数学

怎样学

(第3版)(必修部分)

上海科学技术文献出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高中数学怎样学/鲁鹤鸣等编著. —3版, —上海: 上海
科学技术文献出版社, 2009. 8
ISBN 978-7-5439-4009-3

I. 高… II. 鲁… III. 数学课-高中-教学参考资料
IV. G634. 603

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第119961号

责任编辑: 忻静芬

封面设计: 王 慧

封面图片: gettyimages

高中数学怎样学

(第3版)

鲁鹤鸣 祝水仙 姚 绮 编著

*

上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市长乐路746号 邮政编码200040)

全国新华书店经销

江苏常熟市人民印刷厂印刷

*

开本635X965 1/16 印张26 字数373 000

2009年8月第3版 2009年8月第1次印刷

印数: 1- 7 000

ISBN 978-7-5439-4009-3

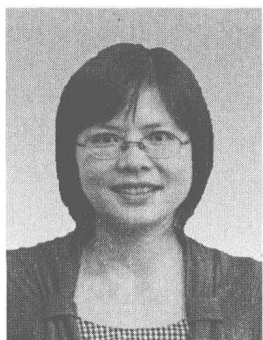
定价: 28.00元

<http://www.sstlp.com>



鲁鹤鸣

浙江大学附属中学数学特级教师。毕业于浙江大学,系中国数学学会会员,浙江省中学数学研究会会员。从事高中数学教学 30 余年。曾发表论文 10 篇,曾获论文一等奖、二等奖。编写的《中学生数学学习手册》获全国首届教育图书三等奖。近年来致力于浙江大学中实班数学教学,注重学生思维能力、学习方法及数学综合能力的培养,获得了可喜的教学成果。



祝水仙

1996年毕业于浙江师范大学数学系,获学士学位。在浙江大学附属中学任教。重视培养学生学习数学的兴趣,重视学生思维能力的提高,用欣赏的眼光看学生,用宽容的心态面对学生。2005年被评为杭州市教育局系统优秀教师,同年被评为杭州市第10届系统级教坛新秀。



姚 倩

2000年毕业于杭州师范大学数学系,获学士学位。在浙江大学附属中学任教,严谨治学,教学经验丰富,善于引导。2005年被评为系统先进工作者。

丛书第3版前言

十年前,这套面向高中学生的《怎样学》丛书出版,至今它已重印了十余次。一套面向普通高中学生的普通教辅读物能在十年中“久盛不衰”,实属不易。

借此第3版修订之机,我们深思了其中的原因,这可能得归功于本丛书编写的初衷:要努力以一种新的面貌改变那种以习题为主的教辅类读物的老面孔,并且放下架子与学生面对面地研讨学习的方法,探寻知识的规律,以帮助高中学生在学习中不仅得到知识,更重要的是得到“方法”和“规律”。

爱因斯坦说过这样的话:“走出校门后,把学校里学到的知识全部忘记,剩下的就是教育。”爱因斯坦显然不是在否定学校教育,他还有更深一层的意思:对学生而言,有比知识更重要的东西要学,如学习前人获得知识的思想、方法和手段,学会学习;学会应用,学会创新。对一个真正有所作为的人来说,后者才是受用终生的。

联合国教科文组织为21世纪的教育提出了一个极具震撼力的口号:“Learning to be(学会生存)”。人类的教育、学习从本质上说就是学会生存,即学会与大自然和谐共存,学会在社会上健康生活。高中阶段是从青少年向青年、成年的转型期,在学习上也面临一个很大的转变,那就是从以前的注重知识本身转到“研究学习的方法,探寻知识的规律”上来。也就是说,摆在每个高中学生面前的已不仅仅是“学什么”,而是“怎样学”的问题了。

这一编写思路其实也与素质教育的宗旨不谋而合。当前二期课改已全面推开,其根本理念就是“以人为本,以学生的发展为本”。第

3版的修订在保留第1版、第2版“研究学习的方法,探寻知识的规律”精神的基础上,对丛书作了一次全面的审视,修正了一些陈旧的东西,充实了不少新的内容。特别是努力与二期课改新教材靠近,不仅仅是靠近新教材的内容,更注重贴近新教材的精神,力求从一个更新更高的层次,既把高中阶段的知识结构和技能结构呈现出来,又努力引领同学们思考这些结构是怎么构建起来的。

第3版继续保持第1版、第2版的风格:以学习过程中思维逻辑流向为线索,归纳出学习、思考、理解的规律,让同学们更容易理解高中各学科知识框架的构成规律及其内在的系统性,在使用本丛书中体会各学科发展的科学思想,培养严谨而不刻板的学习方法,从而提升同学们的思考能力和创新能力。

第3版还力求更加贴近学生的学习实际,既依据现行的各学科的课程标准和教材,又追踪最新的教学改革成果;既努力加强学生的综合素质,又使学生能从容面对未来的高考。两者结合,增加丛书的实践性和操纵性。

参加第3版修订的都是初版的原作者。这些来自上海外国语大学附中、复旦大学附中、华东师范大学二附中、浙江大学附中等名校的特级教师,长年辛勤耕耘在教学第一线,成就颇多,著作颇丰。他们用现身说法的形式,把长年积累的教学经验和最新的教研体会奉献给同学们,使高中学生能尽快地进入一个最佳的学习状态和积极的学习氛围,获得事半功倍的学习效果。

从“学什么”到“怎样学”的转变,是一个艰难的过程。出版本丛书仅是抛砖引玉,以助莘莘学子爱学习、会学习,事半功倍地走向学习的成功。

上海科学技术文献出版社

2009年1月

第3版前言

怎样学好高中数学——是每位高中学生经常思考的问题。

随着新课程改革的深入,学者、教师也从研究如何教深入到研究学生如何学。其实“教学”原本就是“教”与“学”两个方面,不能只研究如何教,也不能只研究如何学。教是为了学!学生学习的成功才是教师教育成功的体现。

但如何学好高中数学,学好的成果要由学生反映出来,毕竟在整个教学活动过程中学生是主体,学生活动是主体的活动。

根据我国教育部公布的《普通高中数学课程标准》和作者多年的教学经验,前两版的出版,读者给予了充分的肯定。这次改版的第三版结合了我国高中数学课程改革的推进,以及近几年来作者在教学实践中的经验再完善,充实。它既根据学习的知识顺序,又结合学习的心理轨迹,整理出专题、条目。

本书根据必修的内容,分五个模块设立56个条目。每个条目配有学习要点、典型例题、说明和习题,书末附有习题参考答案。最后还讲述了研究性学习的指导意见及它与高考的关系。

学生可以系统地学,也可根据自身学习情况学习某些条目。其中每个条目既独立又互相联系,能很好地帮助你学好高中数学。

学习是无止境的,就高中数学而言,知识的结构在整个数学教学中起着承上启下的作用,但就数学思想、方法而言为学生继续深造打下坚实的基础。本书想通过这些条目,让学生形成较好的数学思想与方法。

新的探索难免有不成熟的地方,望读者指正,并能在再版时更趋完善。

编者

2009.3 于西子湖畔

目录

第一章

数学学习的基本方法	1
一、新教材的特点	1
二、教师教授知识的作用	2
三、基本学习方法是什么	2

第二章

必修①模块怎样学	4
一、理解集合概念并正确表示集合	4
二、用集合性质理解集合运算	7
三、用集合概念及两集合的元素对应理解函数、映射	11
四、用“ f ”概念理解函数的解析式、定义域	13
五、用定义理解函数的基本性质	19
习题一	26
六、用基本函数性质理解复合函数性质	30
七、用函数图象的特征比较函数值的大小	39
八、用图象理解函数图象的变换	43
习题二	47
九、用图象理解方程的根与函数的零点	50
十、用一元二次函数图象讨论一元二次方程的根	54
十一、利用基本不等式讨论一元二次方程根与系数的关系	59
十二、利用基本函数建立数学模型	61
习题三	65

第三章

必修②模块怎样学 70

- 一、借助三视图与直观图认识立体图形与平面图形的关系 70
- 二、利用柱、锥、台、球的表面积和体积计算公式解决问题 78
- 习题四 84
- 三、利用平面的概念与公理正确理解平面 87
- 四、利用定义理解空间两条直线的位置关系 91
- 五、利用直线、平面平行的判定和性质解决一些简单问题 97
- 六、利用直线、平面垂直的判定和性质解决一些简单问题 ... 103
- 习题五 114
- 七、利用直线斜率和倾斜角之间的关系解决问题 118
- 八、利用确定直线的两个条件理解直线方程 127
- 九、利用解析法理解直线围成的三角形问题 134
- 习题六 139
- 十、利用确定圆方程的条件理解圆及其性质 141
- 十一、利用直线和圆的位置关系分析它们的解析关系 144
- 习题七 151

第四章

必修③模块怎样学 154

- 一、利用算法定义理解算法概念 154
- 二、利用三种基本逻辑结构认识程序框图 159
- 三、利用算方案例明确算法功能、体会算法思想 166
- 习题八 173
- 四、利用三种抽样方法解决简单实际问题 176
- 五、利用统计图和数字特征来分析样本,估计总体 181
- 六、利用两个变量的相关关系分析问题 186
- 习题九 191
- 七、利用实例了解概率意义与概率思想 195
- 八、利用实例理解古典概型及其概率计算公式 201

九、利用实例体会几何概率模型意义	208
习题十	215

第五章

必修④模块怎样学	219
一、用类比的方法理解角的扩充及弧度制	219
二、用定义理解三角函数概念	224
三、用单位圆中的函数线理解函数值的大小及角的范围	228
四、用五点法确定 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	233
五、利用 A, ω, φ 的特征确定 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象 ...	236
六、借助图象理解正、余弦函数,正切函数的性质	241
习题十一	246
七、利用平面向量概念、运算法则及几何意义理解平面几何 问题	249
八、利用平面向量数量积处理有关长度、角度和垂直问题 ...	255
习题十二	261
九、利用两角和的正弦、余弦公式理解倍角、半角、和差化积、 积化和差等公式	263
十、利用公式进行和、差、倍角的求值和化简	268
十一、利用三角函数值的有界性求复合函数的最大、最小值	274
十二、利用三角恒等变换研究三角函数的性质	279
习题十三	284

第六章

必修⑤模块怎样学	287
一、利用正、余弦定理理解三角形内的边、角等元素之间的 关系	287
二、利用正、余弦定理解决应用问题	295
习题十四	300
三、用数列的定义理解数列的表示方法	303

四、用等差数列性质理解等差数列元素之间的关系	307
五、用等比数列性质理解等比数列元素之间的关系	315
六、用数列的递推关系式求数列的通项公式	319
七、利用典型例题理解数列的求和	324
八、利用数列性质、构建数学模型解数列综合题和应用性 问题	329
习题十五	336
九、用非负数概念、实数运算法则、不等定义理解不等式的 性质	340
十、用不等式性质求解整式、简单分式不等式	346
十一、用图解法解决简单的线性规划问题	355
十二、用基本不等式求解最值问题	361
习题十六	366
 第七章	
实施高中研究性学习的基本方法	370
参考答案	374

数学学习的基本方法

数学学习方法指导,是一个久远的话题.从有学校以来,教师们做的就是这一项工作.学生们是在寻找适应自己的学习方法.共同的是想探索一条行之有效的学习途径.

俗话说:“教无定法,学无定数”.那么到底有没有“法”和“数”呢?从编者多年从事教学实践中得出的结论是:有“基本学习方法”,没有“根本学习方法”.就是说:有入门的基本学习方法,但要深入的学习,并且能有所发现、有所创造,那要随教授者、学习者综合素质的变化而定了.

“路漫漫其修远兮,吾将上下而求索”.不论道路有多么曲折,数学学习方法的探索与数学历史的发展一样在一步步前进.人们总是在摸索中慢慢了解事物的本质,人们的认识也在慢慢地贴近事物的本来面目.

一、新教材的特点

新教材有着丰富的背景,编写时突出了应用,反映了思想,体现了创新.具体体现在:新教材对概念的引入很注重强调它的现实背景、数学理论发展的背景;教科书在编排上努力开发数学应用的背景素材,通过解决具体的有真实背景的问题引导学生体会数学的作用、与生活及其他学科的联系,发展应用意识,提高实践能力;在编写上

既注重把握好数学的本质,保证知识的科学性,又强调对学生在进行数学形式下的思考和推理能力的训练,提高他们的数学思维能力,使他们形成用数学的思想和方法来思考和处理问题的习惯;数学是人类文明发展进程的标志之一,它是人类文明进步的重要推动力,教科书的编写做了很大创新,安排了许多丰富生动有趣的数学历史的发展的文章、故事、趣题以及重要的数学思想产生的背景。

二、教师教授知识的作用

只“照本宣科”显然不是现代教师教授知识的方法,但又必须有“照本宣科”的环节.就是说要将数学知识传授给学生,但更重要的是要教会学生如何学习,如何学好数学.这是教师工作的“创造性”.或者说教学过程是教师对教材进行再创造的过程.对自学者而言,也是学习过程中的再创造过程.在教授知识、学习知识时更重要的是学会学习。

三、基本学习方法是什么

数学是关于模式和秩序的科学.我们在学习“模式”与“秩序”,还可以不断发现问题、创造模式、使用模式。

基本学习方法:是对数学定义、概念的深刻理解、对数学图形的熟知;进而学会逻辑的推理、数学符号的运用;最终达到掌握知识目的的一种方法。

1. 深刻理解数学定义与概念

数学的每一个分支都是在公理与定义下建立的一个严密体系.所以数学的定义、概念一般都是无懈可击的.理解它,应该做到“咬文嚼字”,反复推敲,并且在比较中确立.这是学习的第一步.这一点教

授者和学习者往往容易忽视.

2. 数学的逻辑推理与数学符号的运用

数学问题的解答,实际上就是用定义、概念理解问题,用数学的逻辑推理,并用约定的数学符号表达出来,给人一个显而易见的结论.

3. 数形结合

数学研究的对象是“数与形”,由笛卡儿引进了直角坐标系后,使数与形联系起来了.反过来,也给学习者一个很重要的启示:用数形结合的方法来学习数学,是抽象与形象结合的学习方法.

4. 空间想象

就立体几何这门学科:画好图,读懂图是学习、学好立体几何的主要途径.因为弄清空间“点、线、面、体”之间的关系,即学习者在头脑中建立“图”与实物的对应,那么立体几何的学习就入门了,就有了初步的空间想象能力.在学习立体几何时,学生不妨花较多的时间练习实物与“图”之间的画图与读图.

5. 讨论与分类

正因为数学是一门严密性很强的学科,因此它要求我们考虑问题必须十分全面,“滴水不漏”.从小学学习数学到中学的代数、几何,从具体的自然数 $0, 1, 2, 3, \dots$ 到字母 $x, y, z, \dots$ 反过来,也告诉我们必须考虑字母的适用范围,及图形的位置关系.简言之,“讨论”与“分类”是真正进入中学数学学习的必要途径.

本书想告诉读者的就是这样一种基本的高中数学的学习方法,方法的掌握是“造桥”,掌握了方法就能成功地走到掌握知识的“彼岸”.

必修①模块怎样学

一、理解集合概念并正确表示集合

学习要点

1. 集合 把具有某种属性的一些对象看作一个整体便形成一个集合.

2. 集合的表示法

(1) 列举法 将集合中的元素一一列举出来,并用花括号“{ }”括起来;

(2) 描述法 有文字描述、有用数学语言描述.特别是用数学语言描述,一般在花括号内先写上表示这个元素的一般符号,再在一竖线右边写出这个集合中元素所具有的共同特征.

集合的表示方法除了上述两种方法外,还可以用韦恩图来表示;也可以在数轴上表示;也可以在直角坐标平面上表示.

典型例题

例1 下列几组集合中哪些是表示相同的集合:

(1) 集合 $A = \{(3, -5)\}$, $B = \{(-5, 3)\}$;

(2) 集合 $M = \{1, -3\}$, $N = \{-3, 1\}$;

- (3) 集合 $M = \emptyset$, $N = \{0\}$;
 (4) 集合 $M = \{\pi\}$, $N = \{3.1415\}$;
 (5) 集合 $M = \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{x \mid x = 4k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\}$;
 (6) 集合 $M = \{\text{小数}\}$, $N = \{\text{实数}\}$;
 (7) 集合 $M = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $N = \{y \mid y^2 - 3y + 2 = 0\}$;
 (8) 集合 $M = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(x, y) \mid y = x^2\}$;
 (9) 集合 $M = \{x \mid (x+2)(3-x) > 0\}$, $N = \left\{y \mid \frac{y+2}{3-y} > 0\right\}$;
 (10) 集合 $M = \{m \mid m = 3z + 1, z \in \mathbf{Z}\}$, $N = \{n \mid n = 3z - 2, z \in \mathbf{Z}\}$.

解 (1) $A \neq B$, 这两个集合中虽都含一个元素——一个数对(或一个点), 但 $(3, -5)$, $(-5, 3)$ 不是同一个数对(不是同一个点).

(2) $M = N$. 含相同的两个元素. 集合中的元素排列是无序的.

(3) $M \neq N$. 集合 M 是空集. 集合 N 中含有一个元素为 0.

(4) $M \neq N$. 均含一个元素, 但 π 是无理数, 3.1415 是一个有理数. $\pi \neq 3.1415$.

(5) $M = N$. $M = \{\text{奇数}\}$, N 集合中的表达形式涉及到整数的分类; $4k, 4k + 1, 4k + 2, 4k - 1$ (或 $4k + 3$) $k \in \mathbf{Z}$. 所以 $\{x \mid x = 4k \pm 1, k \in \mathbf{Z}\} = \{\text{奇数}\}$.

(6) $M = N$. 因为 $\{\text{小数}\} = \{\text{实数}\} = \mathbf{R}$. 还应该了解: $\{\text{有理数}\} = \{\text{无限循环小数}\} = \{\text{分数}\} = \mathbf{Q}$. $\{\text{无理数}\} = \{\text{无限不循环小数}\} = \complement_{\mathbf{R}} \mathbf{Q}$ (全集 $U = \mathbf{R}$).

(7) $M = N$. 两个集合中的代表元素用的字母不同不影响实质.

(8) $M \neq N$. M 中的元素为 y , N 中的元素为数对 (x, y) .

(9) $M = N$. 两个集合中的表达式为同解不等式.

(10) $M = N$. 同为两个集合中的元素都是整数中除以 3 余数为 1 的所有整数.

例 2 用图示来表示下列集合:

- (1) $\{(x, y) \mid x + y > 0, xy > 0\}$;