

21 世纪高等师范院校数学教育教学系列教材

总主编 刘影 程晓亮

本科数学教育 **必修课教材**

# 数学教学论

S H U X U E J I A O X U E L U N

主编 刘影 程晓亮



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

G633.602

1

21 世纪高等师范院校

数学教育教学系列教材 / 总主编 刘 影 程晓亮

# 数 学 教 学 论

主 编	刘 影	程晓亮	
副主编	苗凤华	孙 博	杨灿荣
	周仕荣	盛 登	
编著者	武江红	徐建国	孙广才
	徐 伟	潘 俭	蔡炯辉
	翁小勇	朱石焕	常金勇



北京大学出版社  
PEKING UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

数学教学论/刘影,程晓亮主编. —北京:北京大学出版社, 2009. 2

(21世纪高等师范院校数学教育教学系列教材)

ISBN 978-7-301-14385-8

I. 数… II. ①刘… ②程… III. ①数学课-教学法-师范大学-教材 ②数学课-教学法-中学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 167207 号

## 书 名: 数学教学论

著作责任者: 刘 影 程晓亮 主编

责任编辑: 曾琬婷

封面设计: 张 虹

标准书号: ISBN 978-7-301-14385-8/O · 0763

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子邮箱: [zpup@pup.pku.edu.cn](mailto:zpup@pup.pku.edu.cn)

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 理科编辑部 62752021 出版部 62754962

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787mm×960mm 16 开本 18 印张 380 千字

2009 年 2 月第 1 版 2009 年 2 月第 1 次印刷

印 数: 0001—4000 册

定 价: 29.00 元

---

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子邮箱:[fd@pup.pku.edu.cn](mailto:fd@pup.pku.edu.cn)

## 《21 世纪高等师范院校数学教育教学系列教材》编委会

名誉主编：高 旻（东北师范大学）

主 编：刘 影 程晓亮（吉林师范大学）

编 委：周仕荣（漳州师范学院）

徐传胜（临沂师范学院）

刘宝瑞 徐 伟 彭艳贵（鞍山师范学院）

杨灿荣（安庆师范学院）

翁小勇（遵义师范学院）

孙广才（渭南师范学院）

王明礼（邢台学院）

何素芳（长江师范学院）

蔡炯辉（玉溪师范学院）

潘 俭（玉林师范学院）

李唐海（大庆师范学院）

武江红 常金勇（长治学院）

孙雪梅（曲靖师范学院）

张艳霞 陈海俊（邯郸学院）

盛 登（绵阳师范学院）

朱石焕（安阳师范学院）

苗风华（长春师范学院）

徐建国（通化师范学院）

李 莉 王 彬 牟 欣（白城师范学院）

孙 博（吉林师范大学）

特邀编委：刘金福（四平市实验中学） 李敬明（白城市一中） 李 华（四平市一中）

秘书长：程晓亮（吉林师范大学）

责任编辑：刘 勇（北京大学出版社）

# 前 言

数学教学论是高等师范院校数学系教育专业必修课程。吉林、安徽、福建、陕西、黑龙江、辽宁、云南、河北、河南、四川、贵州、山西、山东、重庆等十余个省、市的二十余所高等师范院校数学课程与教学论的教师参与了编写本教材的全过程。同时,我们邀请了若干重点中学数学骨干教师参加,组成提议、编写、审阅委员会。本书全面吸收全国各地数学教育教学实践优秀成果,发挥各位参与编写者的教学科研长处,力求编著出适应新世纪高校教学改革实践,深刻领悟中学数学课程改革的理念与精神,着力打造创新型数学教育教学工作者的高质量必修课程教材。

本书的内容经过各参编院校数学教育教学一线优秀教师多次讨论,同时,征求了若干具有代表性的全国重点中学一线骨干教师的意见。本书基本内容由刘影、程晓亮在吉林师范大学试教多年,取得了良好的教学效果,数学教学论课程自1994年以来一直是吉林省高等学校优秀课程。数学教学论是多学科交叉课程,涉及内容非常丰富,但限于篇幅,本书对材料的取舍原则侧重于保留数学教育教学的最基本理论,适应新课程改革的需要,关注教师自身素质优化。各位教师可以根据本校学生实际和自身教学经验选讲本书部分内容,另添加其他素材。完成本书的教学内容大约需要70学时。

本书内容包括绪论和正文十二章,主要阐述数学教育教学基本理论和中学数学教育教学实践要求,本书与同类书籍相比,其特色在于用大量笔墨撰写中学数学课程标准解读,增加高等师范院校学生(简称师范生)综合素质优化等内容。本书设计展现了新一轮基础教育改革的新思想,把新思想融合在数学教育教学理论和数学教学实践中,全面体现了注重数学教育教学的实践性理念。

本书的基本内容包括以下几个方面:

1. 中学数学教育改革与发展的历史进程:国外的数学教育改革情况及我国数学教育改革的现状。
2. 中学数学新课程标准(《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,《普通高中数学课程标准(试验)》)解读:数学新课程标准的研制背景,新课程标准在实施中应该注意的问题,数学教师在新课程实施中的重要作用以及学生在新课程实施中的角色转变。
3. 数学、数学思维和数学能力的相关理论:数学与中学数学的关系,数学思维的规律,中学数学的思维方法以及思维能力。
4. 中学数学学习理论:数学学习的相关理论,影响学生数学学习的因素,数学教师在学习中的重要地位以及如何指导学生数学学习。
5. 数学教育教学的有关理论:中学数学课程与中学数学教学的关系,数学教育理

论及其如何指导中学数学教学等。

6. 师范生综合素质优化: 师范生的专业素质, 中学数学课堂教学基本技能, 统计分析学生的学习成绩技能, 科学评价数学学习的技能等。

全书的编写框架结构由吉林师范大学数学学院刘影、程晓亮确定, 编写、审稿分工如下: 绪论由刘影、程晓亮编写并审阅; 第一章由苗凤华编写, 翁小勇审阅; 第二章由蔡炯辉、孙博编写并审阅; 第三章由周仕荣编写, 刘影审阅; 第四章由潘俭编写, 孙广才审阅; 第五章由武江红编写, 常金勇审阅; 第六章由徐建国编写, 程晓亮审阅; 第七章由盛登、朱石焕编写并审阅; 第八章由徐伟编写, 苗凤华审阅; 第九章由周仕荣、朱石焕编写并审阅; 第十章由杨灿荣、朱石焕编写并审阅; 第十一章由刘影、程晓亮编写并审阅; 第十二章由盛登、程晓亮编写并审阅; 全书最后由刘影、程晓亮、孙博统稿并经讨论、修改后定稿。

在本书的编写过程中, 主编刘影、程晓亮得到了东北师范大学高芬教授的热情鼓励, 以及吉林省优秀课程“数学教学论”课题组、吉林师范大学教务处、吉林师范大学精品教材立项资金的支持和资助; 各编写者也得到相应省市、学校的支持和资助, 全体编者向给予支持和资助的单位和个人表示衷心的感谢。本书的出版得到北京大学出版社的大力支持, 在此我们表示诚挚的谢意。

本书既可作为高等师范院校数学教育专业本、专科数学教学论必修课程的教材, 也可作为中学数学教师继续教育以及其他各级、各类数学教育教育工作者的教学、科研参考书。

本书内容虽然经过各编委多次讨论、审阅、修改, 但限于编者的水平, 不妥之处仍然会存在, 诚恳希望广大同行和读者给予批评指正。

刘 影 程晓亮

2008年12月



# 目 录

绪 论 .....	(1)	一、国外中学数学教育改革回顾 .....	(9)
第一节 数学教学论的学科特点 ..	(1)	二、“新数学”运动与国外中学数学 教育改革 .....	(10)
一、数学教学论是一门综合性很强的 独立学科 .....	(2)	三、国际数学家联合会对外国中学数学 教育改革的贡献 .....	(11)
二、数学教学论是一门实践性很强的 理论学科 .....	(2)	第二节 我国数学教育改革 .....	(14)
三、数学教学论是一门正在完善的 学科 .....	(3)	一、我国中学数学教育改革简史 .....	(14)
第二节 数学教学论的研究内容 ..	(3)	二、我国数学教育理论概述 .....	(18)
第三节 数学教学论的研究方法 ..	(4)	三、我国中学数学教育观念简介 .....	(20)
一、历史研究法 .....	(4)	四、我国中学数学教育展望 .....	(22)
二、问卷调查法 .....	(4)	五、我国数学教育走向世界的历程 ..	(25)
三、实验研究法 .....	(5)	思考题一 .....	(26)
四、个案研究法 .....	(5)	本章参考文献 .....	(26)
第四节 学习数学教学论的 重要意义 .....	(6)	第二章 中学数学课程改革 .....	(27)
一、学习数学教学论有助于缩短师范生 转为教师的周期 .....	(6)	第一节 基础教育课程改革下的 数学课程改革 .....	(27)
二、学习数学教学论能提高师范生的数 学教育理论水平 .....	(7)	一、对基础教育课程改革的认识 .....	(27)
三、学习数学教学论能使师范生掌握数 学课堂教学的基本技能 .....	(7)	二、我国数学课程改革的必然性 .....	(29)
四、学习数学教学论有利于师范生形成 数学教育教学研究的能力 .....	(7)	第二节 中学数学课程标准的 基本理念 .....	(30)
五、学习数学教学论对普及新一轮基础 教育改革有特殊意义 .....	(7)	一、《标准 1》的基本理念 .....	(30)
思考题 .....	(8)	二、《标准 2》的基本理念 .....	(32)
本章参考文献 .....	(8)	第三节 数学学习内容的核心 概念 .....	(35)
第一章 中学数学教育改革回顾 .....	(9)	一、数感 .....	(35)
第一节 国外数学教育改革 .....	(9)	二、符号感 .....	(36)
		三、空间观念 .....	(38)
		四、统计观念 .....	(39)
		五、应用意识 .....	(40)
		六、推理能力 .....	(41)

<b>第四节 中学数学课程的目标</b>	一、数学思维 .....	(73)
<b>与内容</b> .....	二、数学思维的品质 .....	(75)
一、《标准 1》的总体目标与第三学段的	<b>第二节 数学思维与数学教学</b> .....	(80)
具体目标 .....	一、数学思维的成分 .....	(80)
二、《标准 1》的课程内容 .....	二、数学思维的一般方法 .....	(81)
三、《标准 2》的总体目标 .....	三、中学生的数学思维发展特点 .....	(83)
四、《标准 2》的课程内容 .....	四、数学思维的教学原则 .....	(85)
<b>第五节 数学新课程实施中对教师</b>	<b>第三节 数学思维与科学思维</b> .....	(87)
<b>的要求</b> .....	一、科学思维 .....	(87)
一、处理好知识和技能、过程和方法、	二、数学思维与科学思维的关系 .....	(89)
情感态度和价值观三者的关系 .....	<b>第四节 数学思维能力的培养</b> .....	(89)
二、正确认识数学教学的本质 .....	一、逻辑思维能力的培养 .....	(89)
三、中学数学教学设计的新要求 .....	二、形象思维能力的培养 .....	(90)
<b>第六节 新课程标准下学生角色</b>	三、创新思维能力的培养 .....	(92)
<b>探索</b> .....	<b>思考题四</b> .....	(97)
一、数学学习与学生的身心发展 .....	<b>本章参考文献</b> .....	(97)
二、学生角色分析 .....	<b>第五章 中学数学能力与教学</b> .....	(98)
<b>思考题二</b> .....	<b>第一节 数学能力的定义</b> .....	(98)
<b>本章参考文献</b> .....	一、能力与数学能力的定义 .....	(98)
<b>第三章 数学特点与中学数学</b> .....	二、数学能力与数学知识、技能的	(99)
<b>第一节 对数学的认识</b> .....	关系 .....	(99)
一、数学是什么 .....	<b>第二节 数学能力的成分结构</b> .....	(100)
二、数学的价值 .....	一、数学能力成分结构概述 .....	(101)
<b>第二节 中学数学的特点</b> .....	二、我国数学教育关于数学能力	(102)
一、作为科学的数学的特点 .....	观的变化 .....	(102)
二、中学数学的特点与教学 .....	三、数学能力的成分结构 .....	(103)
<b>第三节 中学数学与数学前沿</b> .....	<b>第三节 中学生数学能力的培养</b> .....	(108)
一、现代数学前沿概述 .....	一、数学一般能力的培养 .....	(108)
二、中学数学渗透现代数学概述 .....	二、数学特殊能力的培养 .....	(110)
<b>思考题三</b> .....	三、数学实践能力的培养 .....	(115)
<b>本章参考文献</b> .....	四、数学自学能力的培养 .....	(117)
<b>第四章 数学思维与学生发展</b> .....	<b>第四节 数学能力的个性差异</b> .....	(118)
<b>第一节 数学思维品质概述</b> .....	一、数学能力的年龄特点 .....	(118)
	二、数学能力的性别差异 .....	(119)

三、数学气质类型的差异 .....	(122)	一、中学数学课程实施的含义 .....	(146)
思考题五 .....	(122)	二、中学数学课程实施的基本原则 .....	(147)
本章参考文献 .....	(123)	<b>第二节 中学数学课程的</b>	
<b>第六章 中学数学学习</b> .....	(124)	<b>教学模式</b> .....	(149)
<b>第一节 学习的基本理论</b> .....	(124)	一、启发式教学模式 .....	(149)
一、学习的特点 .....	(124)	二、合作学习教学模式 .....	(154)
二、学习的分类 .....	(125)	<b>第三节 中学数学教学工作的</b>	
三、学习的方法 .....	(127)	<b>基本环节</b> .....	(157)
<b>第二节 数学学习过程分析</b> .....	(127)	一、中学数学的备课	
一、三种基本学习观 .....	(127)	——制订教学方案 .....	(157)
二、中学数学学习的过程 .....	(129)	二、中学数学的上课	
三、学习迁移与数学教学 .....	(131)	——实施教学方案 .....	(162)
<b>第三节 影响数学学习的因素</b>		三、中学教学的课外工作	
<b>分析</b> .....	(135)	——完善教学方案 .....	(163)
一、影响数学学习的内部因素 .....	(135)	<b>思考题七</b> .....	(170)
二、影响数学学习的外部因素 .....	(136)	<b>本章参考文献</b> .....	(171)
<b>第四节 数学教师与中学数学</b>		<b>第八章 师范生的培养与综合</b>	
<b>学习</b> .....	(138)	<b>素质优化</b> .....	(172)
一、中学数学的学习目的 .....	(138)	<b>第一节 师范生的数学知识结构</b>	
二、教师在中学数学学习活动中的		<b>与数学教师的数学专业</b>	
<b>主要工作</b> .....	(139)	<b>素质</b> .....	(172)
<b>第五节 现代信息技术与中学</b>		一、师范生的数学知识结构 .....	(172)
<b>数学学习</b> .....	(141)	二、数学教师的数学专业素质 .....	(173)
一、运用现代信息技术的优越性 .....	(141)	<b>第二节 师范生的自我教育意识与</b>	
二、使用现代信息技术辅助教学		<b>教师职业道德的形成</b> .....	(175)
<b>存在的问题</b> .....	(142)	一、师范生的自我教育意识 .....	(175)
三、运用现代信息技术辅助教学		二、教师职业道德的形成 .....	(178)
<b>的对策</b> .....	(144)	<b>第三节 中学数学教育研究与</b>	
<b>思考题六</b> .....	(145)	<b>师范生的科研素质</b> .....	(180)
<b>本章参考文献</b> .....	(145)	一、中学数学教育研究 .....	(180)
<b>第七章 中学数学课程与教学</b> .....	(146)	二、师范生科研素质的培养 .....	(181)
<b>第一节 中学数学课程实施的</b>		<b>第四节 数学教师的综合素质</b> .....	(182)
<b>原则</b> .....	(146)	一、数学教师的教育理念 .....	(182)

## 目录

二、数学教师的知识体系 .....	(183)	<b>第十章 中学数学思想方法</b> .....	(209)
三、数学教师的教学能力 .....	(184)	<b>第一节 中学数学思想方法概述</b> .....	(209)
<b>思考题八</b> .....	(185)	一、浅析数学思想与数学方法 .....	(209)
<b>本章参考文献</b> .....	(185)	二、中学数学中的数学思想方法 .....	(211)
<b>第九章 数学教育理论与中学</b>		<b>第二节 中学常用的数学思想</b>	
<b>数学教学</b> .....	(186)	方法 .....	(211)
<b>第一节 弗赖登塔尔的数学教育</b>		一、字母代表数思想 .....	(211)
<b>思想与中学数学教学</b> .....	(186)	二、建立模型思想 .....	(211)
一、关于现代数学特性的论述 .....	(186)	三、化归思想 .....	(212)
二、关于数学教学目的的探讨 .....	(188)	四、分解组合思想 .....	(212)
三、关于数学教学原则的设想 .....	(190)	五、集合思想 .....	(213)
四、弗赖登塔尔数学教育思想对中学		六、辩证思想 .....	(213)
<b>数学教学的启示</b> .....	(192)	七、函数与方程思想 .....	(213)
<b>第二节 波利亚的解题理论与</b>		<b>第三节 中学数学思想方法与</b>	
<b>中学数学教学</b> .....	(193)	<b>教学</b> .....	(214)
一、波利亚的解题表及评述 .....	(193)	一、如何贯彻数学思想方法的	
二、波利亚的“启发法”和		<b>教学</b> .....	(214)
“合情推理” .....	(197)	二、中学代数中的基本数学思想	
三、波利亚解题理论的评述及其对		<b>方法与教学</b> .....	(216)
<b>中学数学教学的影响</b> .....	(198)	三、中学几何中的基本数学思想	
<b>第三节 建构主义理论与中学</b>		<b>方法与教学</b> .....	(218)
<b>数学教学</b> .....	(200)	四、平面三角中的基本数学思想	
一、建构主义学习理论的发展 .....	(200)	<b>方法与教学</b> .....	(219)
二、中学数学教学的建构观 .....	(201)	五、平面解析几何中的基本数学	
<b>第四节 我国的数学“双基”教学理论与</b>		<b>思想方法与教学</b> .....	(222)
<b>中学数学教学</b> .....	(202)	六、微积分中的基本数学思想	
一、数学“双基”的含义及发展 .....	(203)	<b>方法与教学</b> .....	(225)
二、数学“双基”教学的理论研究		七、概率统计中的基本数学思想	
<b>发展状况</b> .....	(204)	<b>方法与教学</b> .....	(227)
三、“双基”教学理论对中学数学		<b>思考题十</b> .....	(227)
<b>教学的启示</b> .....	(206)	<b>本章参考文献</b> .....	(228)
<b>思考题九</b> .....	(207)	<b>第十一章 中学数学课堂教学</b>	
<b>本章参考文献</b> .....	(207)	<b>基本技能</b> .....	(229)
		<b>第一节 数学课堂的导入技能</b> .....	(229)

一、导入技能运用的目的 .....	(230)	三、数学课堂的结束技能 .....	(248)
二、导入技能设计的原则 .....	(231)	思考题十一 .....	(250)
三、导入技能的主要类型 .....	(231)	本章参考文献 .....	(250)
四、导入技能实施时应注意的 问题 .....	(233)	<b>第十二章 中学数学教育测量         与评价</b> .....	(252)
<b>第二节 数学课堂的讲解技能</b> ..	(234)	<b>第一节 中学数学命题与考试</b> ..	(252)
一、讲解技能运用的目的 .....	(234)	一、中学数学试题的类型 .....	(252)
二、讲解技能设计的原则 .....	(235)	二、中学数学命题的原则和标准 .....	(254)
三、讲解技能的主要类型 .....	(235)	三、中学数学命题的步骤 .....	(255)
四、讲解技能实施时应注意的 问题 .....	(236)	四、中学数学试题的编制 .....	(255)
<b>第三节 数学课堂的板书技能</b> ..	(237)	<b>第二节 考试成绩的统计分析</b> ..	(258)
一、板书技能运用的目的 .....	(237)	一、考试成绩的统计 .....	(258)
二、板书技能设计的原则 .....	(238)	二、试题与试卷的难度和 区分度 .....	(260)
三、板书技能的主要类型 .....	(239)	三、考试成绩的整体分析 .....	(264)
四、板书技能实施时应注意的 问题 .....	(239)	四、标准分数 .....	(265)
<b>第四节 数学课堂的提问技能</b> ..	(240)	<b>第三节 数学学习评价</b> .....	(266)
一、提问技能运用的目的 .....	(240)	一、数学学习评价概述 .....	(266)
二、提问技能设计的原则 .....	(241)	二、数学学习评价的功能 .....	(267)
三、提问技能的主要类型 .....	(242)	三、数学学习评价的要求 .....	(268)
四、提问技能实施时应注意的 问题 .....	(243)	四、数学学习评价的类型 .....	(269)
<b>第五节 其他数学教学技能</b> .....	(244)	五、数学学习评价的方法 .....	(271)
一、数学课堂的演示技能 .....	(244)	思考题十二 .....	(274)
二、数学课堂的变化技能 .....	(246)	本章参考文献 .....	(274)

## 绪 论

数学教学论是专门研究数学教学特有规律的一门学科。它是一门具有较强综合性、实践性和正在完善的独立学科。本部分通过对数学教学论的研究内容和研究方法的介绍,阐明学习数学教学论课程对数学专业师范生的重要意义。

### 第一节 数学教学论的学科特点

数学教学论是数学教育学的一个重要分支。数学教育学是研究数学教育特有规律的一门学科,它的研究范围非常广泛,包括:数学教育概论、数学教学论、数学课程论、数学学习论、数学教育评价,等等。数学教学论是专门研究数学教学特有规律的一门学科,它的研究包括各个学段的数学教学现象和规律。本书侧重通过阐述中学数学教学中的基本现象来揭示中学数学教学的基本规律。

数学是研究空间形式和数量关系的科学,是刻画自然规律和社会规律的科学语言和有效工具,数学也是一种文化体系。数学是研究自然科学和社会科学不可缺少的工具,也是所有科学研究的高级语言。数学的应用越来越广泛,正在不断地渗透到社会生活的方方面面。随着信息时代的到来,数学与计算机技术的结合在许多方面直接为社会创造价值,推动社会生产力的发展。数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展的过程中发挥着独特的、不可替代的作用。数学素养是现代公民必须具备的一种基本素养。

教学论是研究学校教学现象和问题,揭示一般教学规律的科学。教学论的任务就是要探讨、揭示一般教学规律,阐明各种教学问题,建立教学科学理论体系,指导教学实践。

数学教学论是研究数学教学现象,揭示数学教学规律的一门学科。数学教学作为数学教育的重要组成部分,在促进人们形成正确的数学观和教学观方面,在发展和完善人类的教学活动中,以及在推进教育发展

中起着重要的作用。数学教学在学校教育中占有特殊的地位,它不仅使学生掌握数学的基础知识、基本技能、基本思想方法,也使学生思维活跃、条理清晰,会用数学的思考方式解决问题,形成实事求是的科学态度和辩证唯物主义的世界观。

### 一、数学教学论是一门综合性很强的独立学科

数学教学论有自己的研究内容、研究方法和研究体系。但是它的研究却离不开其他学科,如数学、教育学、教学论、心理学、思维学、计算机科学、哲学等。首先,它要研究具体的数学教学理论、数学教学目的、数学教学内容和方法,既与数学的对象、特点、内容结构、方法和语言有关,又与教育学、教学论中所研究的一般教育目的、教学规律和方法有着密切的联系。其次,要研究中学生数学学习的心理、数学思维特点以及数学思维的培养和数学学习的方法,既与心理学相联系,又与思维科学、方法论、逻辑学密不可分。再次,新一轮数学课程改革要求研究学生的学习方式和手段,这与计算机科学息息相关。最后,一切重大的教学论问题的解决都离不开唯物辩证法的指导,这又与哲学有着密切的联系。可见,数学教学论是一门综合性很强的学科。但是,数学教学论不能照搬相关学科的有关原理,或者照搬一些相应的数学教学实例,它应当针对自身的研究对象和需要解决的问题,在新一轮数学课程改革的教学实践和科学研究中总结出数学教学的具体规律,从而完善数学教学论的理论体系。因此,数学教学论又是一门独立的学科。

### 二、数学教学论是一门实践性很强的理论学科

数学教学是一种实践活动。数学教学论是人们把教学过程、学习过程作为认识过程来深刻分析的结果。数学教学论的理论知识,是由数学教学实践的需要而产生发展得来的。这种理论的意义在于指导教学实践,运用数学教学的基本原理总结出在教学实践中具体可行的教学方式和手段,并受教学实践的检验。任何一种理论的获得都来源于实践,且应用于实践,进而接受实践的检验。数学教学论所研究的诸多问题,从课程标准的设计、教材的编写到教学过程的实施,从数学教学规律的获得到数学学习规律的掌握以及对数学教学的评价等,无一例外地离不开数学教学实践。数学教学实践既是数学教学论的出发点,也是数学教学论的归宿。

数学教学论的产生既是数学教育理论发展的必然结果,也是数学教学实践的产物。随着数学教育改革的深入发展,人们对数学教学倍加关注,数学教学改革被作为提高数学教育质量的重要手段而提升到了一个新的高度,数学教学工作者越来越需要了解和掌握有关能够帮助他们切合实际地解决数学教学问题的理论。数学教学论开始发展成为学科教学论中的重要分支学科之一。数学教学论揭示的是数学教学的基本原理、特有规律,而不是停留在教学论、心理学加数学例子的组合上。所以,数学教学论是一门实践性很强的理论学科。

### 三、数学教学论是一门正在完善的学科

由于社会的不断进步,社会对基础教育不断提出新的要求。随着社会、教育、科技的不断发展,数学教学论也在不断的发展,数学课程标准、数学课程内容、数学教学方法以及数学教学评价等都要不断改进。教育科学、数学、教学论的研究不断有新的成果出现以及教学经验的积累,使得数学教学论的理论更加完善,内容更加丰富。

新一轮数学课程改革,就是通过调研拿到第一手资料才开始实施的。数学教育专家们做了大量的工作。他们对国外数学教育情况进行了深入细致的研究,提出了我国课程改革的理念;通过研究西方数学学习理论,结合我国中学生的特点,提出了我国中学生数学学习的相应理论;通过分析国外数学教学评价的情况,提出我国数学教学评价的方法和手段;通过对现今社会生活进行研究,提出了我国数学课程内容的范围;通过对传统数学教育的现状进行分析,发现了我国数学教育的优点和不足;通过数学教学实践,逐步形成了学生数学思维和数学能力的培养方案;等等。数学教育专家们的工作使得数学教学论这一学科正在逐步地完善。

## 第二节 数学教学论的研究内容

中学数学教学论是研究中学数学教学系统中数学课程标准、数学教学规律、数学学习规律、数学教学评价、数学思维和能力培养等的一门学科。高等师范院校数学专业开设的中学数学教学论课程是要求师范生学习数学教学论的基础知识、基本理论和教学基本技能,为教育实习和毕业后从事数学教育教学工作以及开展数学教学研究做好必要的准备。这门课程的基本内容包括以下几个方面:

(1) 中学数学教育改革与发展的历史进程。其目的是使师范生了解国外数学教育改革情况;知道我国数学教育改革的现状;真正体会现代数学教育的价值;理解数学家、数学教育家和数学教育的关系。

(2) 中学数学新课程标准解读。其目的是使师范生了解新课程标准的研制背景;深刻体会新课程标准的内涵;知道新课程标准在实施中应该注意的问题;感受到数学教师在新课程实施中的重要作用;探索学生在新课程实施中的角色转变。

(3) 数学、数学思维和数学能力的相关理论。其目的是使师范生了解数学与中学数学的关系及中学数学的特点;掌握数学思维的规律并能针对其特点进行教学;认识中学数学的思想方法;具备在数学教学中培养学生数学能力的技能。

(4) 中学数学学习及教学的有关理论。其目的是使师范生了解中学数学学习的相关理论;分析影响学生数学学习的因素;体会数学教师在学生学习中的重要地位;认识在现代信息技术下如何指导数学学习;了解数学课程与数学教学的关系;知道数学教育理论及其如何

指导数学教学；重点掌握我国的“双基”（基础知识和基本技能）数学教育理论。

(5) 师范生综合素质优化。其目的是使师范生了解自我，认识到自己应该努力的方向；掌握数学课堂教学基本技能；会对学生的学习成绩进行统计分析；能够对数学教学进行科学评价。

数学教学论的内容非常丰富，不可能在有限的教学时间内掌握全部内容。在数学教学论课程中只要求重点掌握数学教学论中的基本理论、基本方法和中学数学新课程内容及数学新课程标准的基本理念。

### 第三节 数学教学论的研究方法

数学教学论是一门综合性和实践性较强的理论学科，对它的研究应该遵循复杂性、实践性和理论性的原则。针对这些原则，我们在研究过程中既要研究宏观情况，又要研究微观情况；既要用动态的观点进行研究，又要用静态的观点进行研究；既要用定性的方法进行研究，又要用定量的方法进行研究；既要有理论研究，又要有实践研究。因此，数学教学论的研究方法大致可以分为以下几种。

#### 一、历史研究法

历史研究法是指运用历史资料，按照历史发展的顺序对过去事件进行研究的方法，亦称纵向研究法，是比较研究法的一种形式。在教育学领域中，它着重对以往的教育制度、教育思想、教育文化等进行研究。研究数学教学论就要研究数学教学论的发展历史、数学教育发展史和数学发展史。数学发展史给我们提供了数学概念、理论、思想、方法、语言的发展历史。学生通过学习数学发展史能够进一步认识数学。学生认识数学的过程符合人类一般认识过程规律。历史给出了数学发展的规律，进而使学生用历史的观点来认识数学。通过对数学史的学习研究，学生体会到数学教育与社会发展、人的成长、数学的发展是密不可分的。因此，要研究现今的数学教育教学首先就必须研究现今社会、数学的发展特点以及学生的年龄特征等。同时，从数学的历史发展过程能够找到学生学习数学的合理程序，也能找到形成数学概念、理论、思想、方法和语言的途径。历史研究方法是要从历史中吸取教育思想，不是去重复和复制历史；把现实的研究问题放到数学和数学教育历史中，看清其历史地位；把历史资料和现实资料加以对比分析，从历史的全局上把握本质。

#### 二、问卷调查法

问卷调查法是指调查者将事先设计好的问卷（调查提纲或询问表）通过邮政部门或依组织形式交给被调查者，让其在规定的时间内回答完毕，然后通过邮局寄回或由调查者收回，然后进行统计汇总，以取得所需的调查资料的调查方法。问卷调查法是一种间接的、书面的

访问,调查者一般不与被调查者见面,而由被调查者自己填答问卷。根据调查目的设计好问卷是搞好调查的关键。一份完美的问卷,必须是问题具体,重点突出,使被调查者乐于合作,能准确地记录和反映被查者回答的事实,而且便于资料的统计和整理。它省时、省力、匿名性强。

通过调查了解有关中学的数学教学工作,可以发现一些有价值的问题。对这些问题进行深入全面的分析,制订解决方案,进行教学实践。通过解决问题,可以总结出一些规律性的结论,充实数学教学论的内容。另外,通过调查可以了解学生对教师教学的意见,学生喜欢什么样的教师,以便教师改进自己的教学方式;可以了解调查者对现今的教育制度、教育改革的意见和建议;可以使学生知道新一轮课程改革对教师素质的要求;可以检验教师素质在新一轮课程改革实施过程中的提高程度。

### 三、实验研究法

实验研究法是研究者按照研究目的,提出设想,合理地控制或创设一定条件或因素(称为自变量),人为地干预、变革研究对象(称为因变量),从而验证假设,探讨教育现象成因(因果关系)的一种研究方法。研究之前作为一种假设,需要实验结果验证。要揭示教育教学规律,就必须通过控制某些因素,论证某种因果关系——即探索自变量和因变量二者间的因果联系,从而验证、修正、丰富、发展某种教育理论或主张,证明某种理论设想或主张的正确性、必然性。

数学教育实验研究具有一般科学实验特征,也具有其他研究所不具备的特点。如对因果关系的预见性(在所有方法中,是唯一能真正检验因果关系假设的研究)、推理模式的完整性、对数学教育活动的主动性干预等。具体来说数学教育实验有下列功能:检验现有的教育理论和教学方法是否有效;检验自己的经验和设想是否有效,为发现和揭示新的教育特点和规律提供必要的基础;检验他人的经验和成果是否有效,以便在引进时进行改造、变通和发展,为新出现的教育理论假说应用于教育实践寻找可行的操作程序。这种方法比较接近学生的学习生活实际,易于实施,被广泛用于研究数学教育心理学和儿童学习心理学的大量课题,也是数学教学论研究不可或缺的研究方法。

### 四、个案研究法

个案研究法是指对某一学生、某一班级学生或某一年级学生在较长时间里连续进行调查,从而研究学生行为发展变化的全过程,这种研究方法也称为案例研究法。它是追踪研究某一学生个体或学生团体的行为的一种方法,包括对一个或一些学生材料的收集、记录,并写出个案报告。它通常采用观察、面谈、收集文件证据、描述统计、测验、问卷、图片、影片或录像资料等方法。在大多数情况下,尽管个案研究以某个学生或某些学生作为研究的对象,但这并不排除将研究结果推广到一般情况,也不排除在个案之间作比较后在实际中加以应

用。对个案研究结果的推广和应用属于判断范畴,而非分析范畴,个案研究的任务就是为这种判断提供经过整理的经验报告,并为判断提供依据。在这一点上,个案研究有点像历史研究,它在判断时常需描述或引证个案的情况。因此个案研究法亦称“个案历史法”。通过个案研究可以掌握学生的数学学习动态,了解学生数学学习的规律以及学生在数学学习中遇到的困难等,以便更好地、有针对性地进行因材施教。

上述四种研究方法都有局限性。历史研究法不可能使用其他研究方法中的用来控制影响研究内部效度因素的测量方法,并且要尽量避免研究者所处时代的文化、自己的知识结构等对历史认识的影响。问卷调查法中的封闭性问题限制了被调查者选择答案的范围,有可能使某些类型数据的有效性受损失,同时问卷调查法还要求被调查者有一定的文化水平。实验研究法通常只适合于自变量较少,且非常明确,可以操作的问题。由于教育研究的对象是人及与人有关的现象,很多因素无法进行有效控制,这就使教育实验难以精确量化,需要将定量方法与定性方法结合起来进行研究。个案研究法适用于放在一定自然背景中进行,也特别适用于因时间变化而变化的事件研究,但缺乏对变量的控制与操作。

综上所述,只有明确中学数学教学论的研究方法,并掌握这些方法的优缺点及具体步骤,根据所要研究的内容,有的放矢、因地制宜地实施,才能真正细致地研究数学教学理论。

#### 第四节 学习数学教学论的重要意义

从数学教学论研究的内容及特点可以看出,数学教学论的理论与实践对于提高中学数学教学质量,培养优秀人才,落实新一轮基础教育改革关系重大。但是,在当前的数学教学领域中,对它的重要意义还缺乏认识,没有引起人们的普遍关注。在中学数学教学实践中,往往由于忽视数学教学规律,教学方法不得当,造成学生对学习数学不感兴趣,影响学生的智力开发,使学生没有形成良好的数学思维习惯,导致学生在今后的学习生活、社会生活中出现各种各样的障碍。

##### 一、学习数学教学论有助于缩短师范生转为教师的周期

数学教学论是师范生必修的专业课程,目的是让师范生尽快适应中学的数学教学工作。以往人们曾认为,不学数学教学论一样成为一名优秀的数学教师。事实上,那些没有经过师范教育的教师,在长期的数学教学工作中积累了大量的经验,这些经验就是他们数学教学的指导。他们知道遇到数学教育教学问题如何解决,但是不知道这样解决的理论根据。数学教学论就是在总结这些老教师在长期数学教学过程中形成的经验的前提下所进行的理论升华。学习了数学教学论师范生就能在短时间内掌握大量的数学教育教学理论和实践经验,少走很多弯路,进而缩短了师范生转为教师的周期。