



新课程学习能力评价课题研究资源用书

主编 刘德 林旭

编写 新课程学习能力评价课题组

中国教育学会《中国教育学刊》推荐学生用书

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING
STUDY

配人教版

数学 八年级下册

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记



光明日报出版社



新课程学习能力评价课题研究资源用书

学习高手

状元塑造车间

主 编 刘 德 林 旭

本册主编 王定成

本册编委 王定成 黎建东 李先兵 章继勇

数学 八年级下册

配人教版

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手. 数学. 八年级. 下册/刘德, 林旭主编. —北京: 光明日报出版社, 2009. 11
配人教版
ISBN 978-7-5112-0251-2

I. 学… II. ①刘… ②林… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 159712 号

学习高手

数学/八年级下册(人教版)

主 编: 刘 德 林 旭

责任编辑: 温 梦
策 划: 聂电春
版式设计: 邢 丽

责任校对: 徐为正
责任印制: 胡 骑

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市崇文区珠市口东大街 5 号, 100062

电 话: 010-67078249(咨询)

传 真: 010-67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbbs@gmw.cn

法律顾问: 北京市华沛德律师事务所张永福律师

印 刷: 淄博鲁中晨报印务有限公司

装 订: 淄博鲁中晨报印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社发行部联系调换。

开 本: 890×1240 1/32

字 数: 300 千字

版 次: 2009 年 11 月第 1 版

书 号: ISBN 978-7-5112-0251-2

印 张: 10.5

印 次: 2009 年 11 月第 1 次

定价: 17.90 元

版权所有 翻印必究

目录

第十六章 分式	1	高手支招 6 体验成功	34
本章要点导读	1	本章总结	39
16.1 分式	2	本章测试	44
高手支招 1 细品教材	2	第十七章 反比例函数	50
高手支招 2 归纳整理	4	本章要点导读	50
高手支招 3 典例精析	5	17.1 反比例函数	51
高手支招 4 链接中考	7	高手支招 1 细品教材	51
高手支招 5 思考发现	8	高手支招 2 归纳整理	54
高手支招 6 体验成功	8	高手支招 3 典例精析	55
16.2 分式的运算	13	高手支招 4 链接中考	60
高手支招 1 细品教材	13	高手支招 5 思考发现	61
高手支招 2 归纳整理	16	高手支招 6 体验成功	62
高手支招 3 典例精析	16	17.2 实际问题与反比例函数 ...	
高手支招 4 链接中考	20		67
高手支招 5 思考发现	22	高手支招 1 细品教材	67
高手支招 6 体验成功	22	高手支招 2 归纳整理	68
16.3 分式方程	26	高手支招 3 典例精析	69
高手支招 1 细品教材	26	高手支招 4 链接中考	73
高手支招 2 归纳整理	28	高手支招 5 思考发现	75
高手支招 3 典例精析	28	高手支招 6 体验成功	75
高手支招 4 链接中考	32	本章总结	83
高手支招 5 思考发现	34	本章测试	89

第十八章 勾股定理 99

本章要点导读 99

18.1 勾股定理 100

高手支招 1 细品教材 100

高手支招 2 归纳整理 101

高手支招 3 典例精析 102

高手支招 4 链接中考 106

高手支招 5 思考发现 106

高手支招 6 体验成功 107

18.2 勾股定理的逆定理 113

高手支招 1 细品教材 113

高手支招 2 归纳整理 115

高手支招 3 典例精析 116

高手支招 4 链接中考 120

高手支招 5 思考发现 121

高手支招 6 体验成功 121

本章总结 126

本章测试 132

第十九章 四边形 140

本章要点导读 140

19.1 平行四边形 141

高手支招 1 细品教材 141

高手支招 2 归纳整理 145

高手支招 3 典例精析 146

高手支招 4 链接中考 150

高手支招 5 思考发现 151

高手支招 6 体验成功 151

19.2 特殊的平行四边形 156

高手支招 1 细品教材 156

高手支招 2 归纳整理 164

高手支招 3 典例精析 164

高手支招 4 链接中考 169

高手支招 5 思考发现 170

高手支招 6 体验成功 171

19.3 梯形 178

高手支招 1 细品教材 178

高手支招 2 归纳整理 181

高手支招 3 典例精析 181

高手支招 4 链接中考 186

高手支招 5 思考发现 187

高手支招 6 体验成功 188

19.4 课题学习 重心 194

高手支招 1 细品教材 194

高手支招 2 归纳整理 195

高手支招 3 典例精析	195
高手支招 4 链接中考	198
高手支招 5 思考发现	200
高手支招 6 体验成功	200
本章总结	206
本章测试	216
第二十章 数据的分析	225
本章要点导读	225
20.1 数据的代表	226
高手支招 1 细品教材	227
高手支招 2 归纳整理	229
高手支招 3 典例精析	230
高手支招 4 链接中考	234
高手支招 5 思考发现	235
高手支招 6 体验成功	236
20.2 数据的波动	242
高手支招 1 细品教材	242

高手支招 2 归纳整理	244
高手支招 3 典例精析	245
高手支招 4 链接中考	250
高手支招 5 思考发现	252
高手支招 6 体验成功	253
20.3 课题学习 体质健康测试 中的数据	260
高手支招 1 细品教材	260
高手支招 2 归纳整理	261
高手支招 3 典例精析	262
高手支招 4 链接中考	266
高手支招 5 思考发现	268
高手支招 6 体验成功	268
本章总结	276
本章测试	282
综合测试	289
附录 教材习题点拨	297

第十六章 分式



本章要点导读

BENZHANGYAODIANDAO

知识要点	课标要求	学习策略
分式的意义	1. 理解分式的意义,能正确区分整式和分式,能确定分式有意义、分式的值为0的条件; 2. 理解并掌握分式的基本性质,并能运用性质进行约分、通分.	1. 类比分数的意义及分数的基本性质; 2. 紧扣分式的意义来区分整式和分式,来确定分式有意义及分式值为0的条件.
分式的运算	1. 掌握分式的乘法和除法法则,熟练地进行乘除运算; 2. 会根据乘方的意义得出分式乘方的公式,并能熟练地进行分式乘方的运算; 3. 掌握分式的加减法法则,并能熟练地进行分式的加减法运算,能根据多级运算的运算顺序,熟练地进行分式的综合运算; 4. 了解负整数指数幂的含义,会根据负整数指数幂的意义进行有关幂指数的运算.	1. 熟练地掌握分式的加、减、乘、除、乘方的运算法则是进行分式运算的前提; 2. 运算过程中要严格按照运算的步骤进行,需要分解因式的一定要分解因式; 3. 在运用 $a^0=1$ 及 $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ 时,一定要注意 $a \neq 0$; 4. 最后的计算结果一定要化简; 5. 通过类比分数的运算与正整数指数幂的运算来提高自己的学习能力.
分式方程	1. 了解什么叫分式方程,掌握分式方程的一般解法步骤; 2. 了解分式方程的增根,知道怎样去检验分式方程的根; 3. 会根据实际问题的意义列出分式方程,并给出相应的解; 4. 体会转化思想在解题中的作用,体会通过数学建模来解决实际问题.	1. 认清分式方程和整式方程的区别,理解分式方程产生增根的原因,进而体会验根的必要性; 2. 学会将分式方程转化为整式方程,体验化归的数学思想; 3. 解决实际问题时,关键是审清题意,设出未知数,寻找等量关系,列出方程.



16.1 分式



中国有句古话：处处留心皆学问。在一次课间休息时，两位同学在做猜谜语游戏，一位同学说：“七上八下，猜猜一个数。”另一个同学略作思考回答说：

“这个数是 $\frac{7}{8}$ 。”我们都知道 $\frac{7}{8}$ 是个分数，但如果把

分母中的8换成字母 x ，即得 $\frac{7}{x}$ ，那么它还是一个分

数吗？如果不是，那又是什么呢？通过学习本节内容相信你会很轻松地得到问题的答案。



高手支招 ① 细品教材

一、分式的意义 ★★

一般地，如果 A 、 B 表示两个整式，并且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式。

分式 $\frac{A}{B}$ 中， A 叫做分子， B 叫做分母。

(1)分式可以看作是“两个整式的商”，分数线既有除号的作用，又有括号的作用。

(2)分式中的分母必须含有字母，对分子不作要求。

分式与分数的根本区别：分式中的分母含有字母，分式比分数更具有“一般性”。

分式与整式的根本区别：分式的分母中含有字母，分母中含有字母是分式的一个重要标志。

(3)分式中的分母不能为0，即 $B \neq 0$ 时，分式 $\frac{A}{B}$ 才有意义，否则分式就无意义。

【示例】指出下列各式中，哪些是整式？哪些是分式？

$$\frac{x}{3}, -\frac{3}{x}, \frac{3}{x+2}, \frac{3}{\pi}, \frac{2}{a} - 3b^2, \frac{m^2}{m}, \frac{x^2-4}{x+2}, \frac{1}{2}x+y, -\frac{2x}{3y^2a}.$$

思路分析：整式与分式的区分关键是看分母中是否含有字母，含有字母的则是分式，不含字母的则是整式，而不必对式子作其他的变形。

答案

$$\text{整式有：}\frac{x}{3}, \frac{3}{\pi}, \frac{1}{2}x+y; \text{分式有：}-\frac{3}{x}, \frac{3}{x+2}, \frac{2}{a} - 3b^2, \frac{m^2}{m}, \frac{x^2-4}{x+2}, -\frac{2x}{3y^2a}.$$

二、分式的值为0的条件 ★★

当分式的分子等于0且分母不等于0时,分式的值为0.

分式的值是在分式有意义的前提条件下才存在的,所以使分式 $\frac{A}{B}$ 为0的条件

$$\text{是} \begin{cases} A=0, \\ B \neq 0. \end{cases}$$

【示例】如果分式 $\frac{x^2+2x-3}{x-1}$ 的值为0,则 $x=$ _____.

思路分析: 分式值为0应满足两个条件:(1)分子为0;(2)分母不为0.

答案: -3

三、分式的基本性质 ★★★

分式的分子与分母同乘(或除以)同一个不等于0的整式,分式的值不变.用

式子表示为: $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}, \frac{A}{B} = \frac{A \div C}{B \div C} (C \neq 0)$,其中 A, B, C 是整式.

(1) $C \neq 0$ 是分式基本性质的一个制约条件.

(2)应用分式的基本性质时,要深刻领会“同”“同一个”的含义:一是要同时做“乘法”或“除法”运算(不是做“加法”或“减法”运算);二是“乘(或除以)”的对象必须是同一个整式.

(3)分式的分子或分母是多项式,运用分式的基本性质时,要先用括号把分子或分母括上,再乘或除以同一个整式.

(4)分式的基本性质是分式进行约分、通分及符号变化的依据.

【示例】下列式子从左至右的变形一定正确的是……………()

A. $\frac{a}{b} = \frac{a+m}{b+m}$ B. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ C. $\frac{ak}{bk} = \frac{a}{b}$ D. $\frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$

思路分析: 观察四个选项从左至右的变形. 选项A是把分子、分母同时加上 m ;选项D是把分子、分母分别平方,它们都不符合分式的基本性质;选项B是把分子、分母同时乘以 c ,但 c 是否为0却不知道,所以只有选项C正确.

答案: C

四、分式的约分与通分 ★★

约分:利用分式的基本性质,约去分式的分子和分母的公因式,不改变分式的值,这样的分式变形叫做分式的约分.

通分:利用分式的基本性质,使分子和分母同乘适当的整式,不改变分式的值,把几个异分母的分式化成同分母的分式,这样的分式变形叫做分式的通分.

分式的约分和通分是两种相反的变形过程,约分是指把分式化简,是针对一个分式而言的,约分后的分式是一个最简分式;通分则是把分式化繁,目的是把几



分式的约分和通分是进行分式的四则运算所必须掌握的分式变形,要特别注意的是变形前后分式的值要保持不变.

公因式与最简公分母的区别:公因式是各项系数的最大公约数与相同字母的最低次幂的积,而最简公分母是各分母系数的最小公倍数与所有因式最高次幂的积.

一个分式的分母化成相同的,这个相同的分母应为最简公分母,即一般取各分母的所有因式的最高次幂的积作公分母.

【示例】化简下列各式:(1) $\frac{5xy}{20y^2}$; (2) $\frac{a+b}{a^2-b^2}$; (3) $\frac{y-2+y^2}{y^2+4y+4}$.

思路分析:利用分式的基本性质,将分子、分母中的公因式约去.如果分子、分母是多项式,则先对分子、分母分解因式,再约分.

$$\text{解: (1) } \frac{5xy}{20y^2} = \frac{5y \cdot x}{5y \cdot 4y} = \frac{x}{4y};$$

$$(2) \frac{a+b}{a^2-b^2} = \frac{a+b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a-b};$$

$$(3) \frac{y-2+y^2}{y^2+4y+4} = \frac{(y+2)(y-1)}{(y+2)^2} = \frac{y-1}{y+2}.$$



高手支招 ② 归纳整理

本节的主要内容包括分式的一般概念,分式的基本性质,分式的约分与通分.这些内容也是本章的基本知识,是进一步学习分式的运算与分式方程所必需的.本节给出的分式的这种定义方式是从式子的形式出发的,而无需关注它是否变形等.通过类比分数的基本性质,引出分式的基本性质,这是一个由具体到抽象的过程.类比分数的约分与通分,也不难学习分式的约分与通分,但通分比约分要复杂许多,在进行变形的过程中,一定要注意克服畏难的情绪.

分式 $\left\{ \begin{array}{l} \text{分式是形如 } \frac{A}{B} \text{ 的式子,其中 } A、B \text{ 都是 } \underline{\text{①}}, \text{ 且 } B \underline{\text{②}} 0 \\ \text{分式 } \frac{A}{B} = 0 \text{ 的条件是 } \underline{\text{③}} \\ \text{分式的基本性质用式子表示为: } \frac{A}{B} = \underline{\text{④}}, \frac{A}{B} = \underline{\text{⑤}}, (\underline{\text{⑥}}) \\ \text{分式的通分与约分都是利用 } \underline{\text{⑦}} \text{ 对分式进行变形,变形前后} \\ \text{分式的值 } \underline{\text{⑧}} \end{array} \right.$

答案

①整式 ② $\neq$ ③ $A=0$ 且 $B \neq 0$ ④ $\frac{A \cdot C}{B \cdot C}$ ⑤ $\frac{A \div C}{B \div C}$ ⑥ $C \neq 0$ ⑦分式的

基本性质 ⑧不变



高手支招 3 典例精析

一、基础知识题型

【例 1】已知分式 $\frac{|x|-3}{x-3}$ 的值为 0, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

思路分析: 由分子 $|x|-3=0$, 得 $x=\pm 3$,

当 $x=3$ 时, $x-3=0$,

当 $x=-3$ 时, $x-3=-6 \neq 0$. $\therefore x=-3$.

答案: -3

技术化提示 由分子为 0 求出字母的值, 再由分母不为 0 来筛选出符合题意的字母的值, 一定要注意分母不能为 0.

【例 2】若分式 $\frac{x+y}{x-y}$ 中, x, y 的值都变为原来的 3 倍, 则此分式的值 $\cdots$ ()

A. 不变

B. 是原来的 3 倍

C. 是原来的 $\frac{1}{3}$

D. 是原来的 $\frac{1}{6}$

思路分析: 把分式中的 x 和 y 分别用 $3x$ 和 $3y$ 来进行替换, 然后利用分式的基本性质进行化简即可.

答案: A

技术化提示 解答此题时切忌想当然地下结论.

“ x, y 的值都变为原来的 3 倍”是指 x, y 分别变成了 $3x, 3y$.

【例 3】把分式 $\frac{a^2+a-1}{-2a+3-a^2}$ 的分子与分母中最高次项的系数化为正数, 并按降幂排列.

思路分析: 先要区分最高次项的符号与整个分子或分母的符号的关系, 即最高次项的符号只表示该项的符号, 并不能代表整个分子或分母的符号, 需要通过添括号来转换, 再根据分式的基本性质来确定“-”的归属.

$$\text{解: 原式} = \frac{a^2+a-1}{-(a^2+2a-3)} = -\frac{a^2+a-1}{a^2+2a-3}.$$

技术化提示 根据分式的基本性质, 我们可以归纳出: $\frac{A}{-B} = \frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}$, 即改变分式的分子、分母、分式本身三者中任意两者的符号, 分式的符号不变.



【例 4】写出下列各等式中未知的分子或分母.

$$(1) \frac{a-b}{ab} = \frac{(\quad)}{a^2b^3}; (2) \frac{xy}{x^3y-xy^3} = \frac{1}{(\quad)}.$$

思路分析: (1) 中先比较分母, 从 $ab \rightarrow a^2b^3$, 说明分母乘了 ab^2 , 根据分式的基本性质, 分子也要乘以 ab^2 ; (2) 中先比较分子, 从 $xy \rightarrow 1$, 说明分子除以 xy 得到了 1, 根据分式的基本性质, 分母也要除以 xy .

答案

$$(1) ab^2(a-b) \quad (2) x^2 - y^2$$

技术化提示

作分式的恒等变形的填空, 其理论依据是分式的基本性质.

二、综合拓展题型

【例 5】先化简, 再求值: $\frac{m^2-6m+9}{m^2-9}$, 其中 $m=-1$.

思路分析: 先化简, 即是先约分, 要约分必先分解因式, 化简之后, 再将 $m=-1$ 代入求值.

$$\text{解: 原式} = \frac{(m-3)^2}{(m+3)(m-3)} = \frac{m-3}{m+3}.$$

$$\text{当 } m=-1 \text{ 时, 原式} = \frac{-1-3}{-1+3} = -2.$$

技术化提示

分式的化简, 如果分子或分母是多项式, 一般先分解因式, 再约分.

【例 6】已知 $a^2+a-1=0$, 求: (1) $a-\frac{1}{a}$; (2) $a^2+\frac{1}{a^2}$; (3) $a+\frac{1}{a}$ 的值.

思路分析: 由已知条件我们暂时无法求出 a 的值而代入计算, 只能采用对已知式进行变形, 然后用整体的思想来解决问题.

解: (1) 由已知条件知 $a \neq 0$,

$\therefore$ 将已知式的两边同时除以 a , 得

$$a+1-\frac{1}{a}=0, \therefore a-\frac{1}{a}=-1.$$

$$(2) a^2+\frac{1}{a^2} = (a-\frac{1}{a})^2+2 = (-1)^2+2=3.$$

$$(3) \because (a+\frac{1}{a})^2 = a^2+\frac{1}{a^2}+2=3+2=5,$$

$$\therefore a+\frac{1}{a} = \pm\sqrt{5}.$$

技术化提示 在解决有关的代数式的求值问题时,注意相关的乘法公式的综合运用.整体思想是解决诸多综合问题的常用思想方法之一.

三、探究创新题型

【例 7】请将下面的代数式尽可能地化简,再选择一个你喜欢的数(要合适哦!)代入求值: $2a-(a+1)+\frac{a^2-1}{a-1}$.

$$\begin{aligned}\text{错解: } 2a-(a+1)+\frac{a^2-1}{a-1} &= 2a-(a+1)+\frac{(a+1)(a-1)}{a-1} \\ &= 2a-a-1+a+1=2a.\end{aligned}$$

把 $a=1$ 代入上式,得原式 $=2 \times 1=2$.

错解分析:当 $a=1$ 时,原式的分母 $a-1=0$,此时分式无意义.

$$\begin{aligned}\text{正确解法: } 2a-(a+1)+\frac{a^2-1}{a-1} &= 2a-a-1+\frac{(a+1)(a-1)}{a-1} \\ &= a-1+a+1=2a(a \neq 1).\end{aligned}$$

把 $a=0$ 代入上式,得原式 $=2 \times 0=0$.

技术化提示 计算时要尽可能全面地思考问题,否则容易导致出错. $\pm 1, 0$ 等数在化简求值类问题中代入容易求值,但还应考虑原式在取这些数时是否有意义.



高手支招 ④ 链接中考

近几年课标中考试题对分式这一节内容,总体上考查分式的概念、分式有意义和无意义的条件、分式的值为 0 的条件;考查利用分式的基本性质对分式进行变形等.因为只有掌握了这些基础知识,才能更好地为后面的数学知识的学习奠定坚实的基础.

【例 1】(贵州黔东南)当 x _____ 时, $\frac{1}{x+1}$ 有意义.

答案: $x \neq -1$

点拨 分式有意义的条件即分母不为 0.

【例 2】(贵州安顺)已知分式 $\frac{x+1}{x-1}$ 的值为 0,则 x 的值为_____.

答案: -1



点拨 分式值为 0 的条件是分子为 0, 且分母不为 0.

【例 3】(湖北宜昌) 当 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 时, 分式 $\frac{2}{x-3}$ 没有意义.

答案 3

点拨 分式无意义即分母为零.



高手支招 5 思考发现

1. 判断一个式子是否为分式时, 只看式子本身分母中是否含有字母, 而不要对式子进行变形再作出判断, 同时还应注意 π 是一个常数.

2. 分式有意义的条件是分母不为 0, 分式无意义的条件是分母为 0. 分式的值为 0 的条件是分子为 0 而分母不为 0, 切不可疏忽后者, 否则容易出错.

3. 在利用分式的基本性质进行分式的变形时, 必须准确把握“同”字的含义. 它是分式运算的理论基础.

4. 在运用分式的变号法则对分式进行变形时, 必须改变分子、分母、分式本身的符号三者中两者的符号, 才能使分式值不变.

5. 在进行分式的约分时, 必须先找出分子、分母的公因式, 若分子、分母是多项式, 则必须先把它们分解因式, 然后再约分. 对于分式的通分, 正确找到各分式的最简公分母是关键.

6. 整体思想有时在解决相关问题时能发挥较好的作用.



高手支招 6 体验成功

基础巩固

1. 若分式 $\frac{x-3}{x+3}$ 的值为零, 则 x 的值是 ()

A. 3

B. -3

C. ± 3

D. 0

2. 若 $\frac{|x|-1}{x^2+2x-3}$ 的值为零, 则 x 的值是 ()

A. ± 1

B. 1

C. -1

D. 不存在

3. 下列各式中与分式 $\frac{-a}{a-b}$ 的值相等的是 ()

A. $\frac{a}{-a-b}$

B. $\frac{a}{a+b}$

C. $\frac{a}{b-a}$

D. $\frac{-a}{b-a}$

4. 化简 $\frac{m^2-n^2}{m^2+mn}$ 的结果是 ()

A. $\frac{m-n}{2m}$

B. $\frac{m-n}{m}$

C. $\frac{m+n}{m}$

D. $\frac{m-n}{m+n}$

5. 分式 $\frac{1}{a^2-2a+1}$, $\frac{1}{a^2-1}$, $\frac{1}{a^2+2a+1}$ 的最简公分母是 ()

A. a^4+2a^2+1

B. $(a^2-1)(a^2+1)$

C. a^4-2a^2+1

D. $(a-1)^4$

6. 已知 $x = -2$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+a}$ 无意义, $x = 4$ 时此分式的值为 0, 则 $a+b =$

7. 不改变分式的值, 使下列分式的分子和分母都不含“-”:

$$\frac{9by}{-ax^2} = \text{.....}, \quad -\frac{3a^2}{b^2} = \text{.....}, \quad \frac{-(x+y)}{-(x-y)} = \text{.....}.$$

8. 分式 $\frac{a}{a-b}$ 中, 把 a, b 的值都扩大 5 倍后, 分式 $\frac{a}{a-b}$ 的值的变化情况为

综合应用

9. 下列各式从左到右的变形正确的是 ()

$$A. \frac{x-\frac{1}{2}y}{\frac{1}{2}x+y} = \frac{2x-y}{x+2y}$$

$$B. \frac{0.2a+b}{a+0.2b} = \frac{2a+b}{a+2b}$$

$$C. -\frac{x+1}{x-y} = \frac{x-1}{x-y}$$

$$D. \frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b}{a+b}$$

10. 通分:

$$(1) \frac{a}{2b}, \frac{b}{3a^2}, \frac{a}{4ab};$$

$$(2) \frac{1}{y-x}, \frac{1}{2x+2y};$$

$$(3) \frac{x+1}{x(x-1)}, \frac{x}{x^2-1}, \frac{2}{x^2-2x+1}.$$

11. 已知 $x^2+4y^2=4xy$, 求 $\frac{x+2y}{x-y}$ 的值.

探究创新

12. (1) 当 x 取何值时, 分式 $\frac{1}{x+2}$ 的值为正?

(2) 当 x 取何值时, 分式 $\frac{1-x}{x^2+1}$ 的值为负?

(3) 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x-1}{x+1}$ 的值为正?



13. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 4$, 求 $\frac{2x-2\ 008xy-2y}{x-2\ 009xy-y}$ 的值.

14. 如果记 $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$, 并且 $f(1)$ 表示当 $x=1$ 时, $f(x)$ 的值, 即 $f(1) = \frac{1^2}{1^2+1} =$

$$\frac{1}{2}; f(\frac{1}{2}) = \frac{(\frac{1}{2})^2}{(\frac{1}{2})^2+1} = \frac{1}{5}. \text{ 求 } f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + \dots +$$

$f(2\ 009) + f(\frac{1}{2\ 009})$ 的值.

【答案与点拨】

1. A 点拨: 分式值为 0 的条件: 分母不为 0, 分子为 0.

2. C 点拨: 由题意得 $\begin{cases} |x|-1=0, & \textcircled{1} \\ x^2+2x-3 \neq 0. & \textcircled{2} \end{cases}$ 由 $\textcircled{1}$ 得 $x = \pm 1$, 把 $x = \pm 1$ 分别代入 $\textcircled{2}$ 式, 得 $x = -1$ 符合题意.

3. C 点拨: $\frac{-a}{a-b} = \frac{a}{-(a-b)} = \frac{a}{-a+b} = \frac{a}{b-a}$.

4. B 点拨: 约去公因式 $(m+n)$.

5. C 点拨: 最简公分母是取各个因式的最高次幂的积.

6. 6 点拨: 分式无意义, 则分母 $x+a=0$, 即 $-2+a=0$, $\therefore a=2$. 分式的值为 0, 则 $x-b=0$ 且 $x+a \neq 0$, 即 $4-b=0$ 且 $4+a \neq 0$, $\therefore b=4, a \neq -4$. $\therefore a+b=6$.

7. $-\frac{9by}{ax^2} \cdot \frac{3a^2}{b^2} \cdot \frac{x+y}{x-y}$

8. 不变 点拨: 原分式中的 a, b 都扩大 5 倍后为 $\frac{6a}{6a-6b} = \frac{6a}{6(a-b)} = \frac{a}{a-b}$.

9. A 点拨: 利用分式的基本性质判断.

10. 解: (1) 这三个分式的最简公分母是 $12a^2b$,

$$\therefore \frac{a}{2b} = \frac{a \cdot 6a^2}{2b \cdot 6a^2} = \frac{6a^3}{12a^2b}, \frac{b}{3a^2} = \frac{b \cdot 4b}{3a^2 \cdot 4b} = \frac{4b^2}{12a^2b},$$

$$\frac{a}{4ab} = \frac{a \cdot 3a}{4ab \cdot 3a} = \frac{3a^2}{12a^2b}.$$

(2) 这两个分式的最简公分母是 $2(y-x)(x+y)$,

$$\therefore \frac{1}{y-x} = \frac{1 \cdot 2(x+y)}{(y-x) \cdot 2(x+y)} = \frac{2x+2y}{2(y-x)(x+y)},$$

$$\frac{1}{2x+2y} = \frac{1 \cdot (y-x)}{2(x+y) \cdot (y-x)} = \frac{y-x}{2(y-x)(x+y)}.$$

(3)这三个分式的最简公分母是 $x(x+1)(x-1)^2$,

$$\therefore \frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(x+1) \cdot (x+1)(x-1)}{x(x-1) \cdot (x+1)(x-1)} = \frac{x^3+x^2-x-1}{x(x+1)(x-1)^2},$$

$$\frac{x}{x^2-1} = \frac{x \cdot x(x-1)}{(x+1)(x-1) \cdot x(x-1)} = \frac{x^3-x^2}{x(x+1)(x-1)^2},$$

$$\frac{2}{x^2-2x+1} = \frac{2 \cdot x(x+1)}{(x-1)^2 \cdot x(x+1)} = \frac{2x^2+2x}{x(x+1)(x-1)^2}.$$

点拨:先找出分式的最简公分母,然后利用分式的基本性质逐一变形即可.

11. 解:由已知,得 $(x-2y)^2=0$, $\therefore x=2y$. 把 $x=2y$ 代入 $\frac{x+2y}{x-y}$, 得 $\frac{2y+2y}{2y-y}=4$.

点拨:利用等式的特点找出 x, y 之间的关系是关键.

12. 解:(1)由题意可知 $\frac{1}{x+2} > 0$, 根据实数的运算法则, 同号相除得正, 可知

$x+2$ 与 1 同号, $\therefore x+2 > 0$. $\therefore x > -2$.

(2)由题意知 $\frac{1-x}{x^2+1} < 0$, 由于无论 x 取何值, x^2+1 总为正数,

$\therefore$ 一定有 $1-x < 0$. $\therefore x > 1$.

(3)由题意知 $\frac{x-1}{x+1} > 0$, 根据同号相除得正, 可知 $x-1$ 与 $x+1$ 符号相

同, $\therefore$ 应分两种情况讨论:

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-1 > 0, \\ x+1 > 0, \end{cases} \text{ 解得 } x > 1;$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x-1 < 0, \\ x+1 < 0, \end{cases} \text{ 解得 } x < -1.$$

$\therefore$ 当 $x > 1$ 或 $x < -1$ 时, 分式 $\frac{x-1}{x+1}$ 的值为正.

点拨:分式值的正负情况就是根据实数运算中除法运算的符号法则来进行判断, 有时需要分类讨论.

13. 解:由已知式去分母得 $y-x=4xy$, 即 $x-y=-4xy$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{2(x-y)-2\ 008xy}{(x-y)-2\ 009xy} = \frac{-8xy-2\ 008xy}{-4xy-2\ 009xy} = \frac{2\ 016}{2\ 013}.$$

点拨:充分利用已知条件, 找出 $x-y$ 与 xy 之间的关系, 然后整体代入计算.

$$14. \text{解:} \because f(x) = \frac{x^2}{x^2+1},$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\left(\frac{1}{x}\right)^2}{\left(\frac{1}{x}\right)^2+1} = \frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2}+1} = \frac{1}{x^2+1}.$$