

主 编

梁书鹏

刘小燕

戴勇山

JING JI SHU XUE

JI CHU

经济数学基础

为产量在 x_0 时的边际成本,而在整个生产过程中的边际成本是

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{C(x + \Delta x) - C(x)}{\Delta x}$$

上例中的边际成本

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{200 + 0.05(x + \Delta x)^2 - (200 + 0.05x^2)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (0.1x + 0.05\Delta x) \\ &= 0.1x \end{aligned}$$

它的意义是生产处于某一水平时成本的变化率。上,我们
可以说边际成本就是生产处于某一水平时,成本
的增加量(这里应注意到边际成本是成本函数的导数)。例如,当
产量 $x = 20$ 件时,边际成本 $0.1 \times 20 = 2$ 元。生产第
21件产品,成本约增加2元。

比较边际成本和导数的定义,可知边际成本就是成本函数的导数,即

$$\text{边际成本 } C'(x) = \frac{dC}{dx}$$

同样的方法可以用于收益函数,定义边际收益

$$\begin{aligned} R'(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{R(x + \Delta x) - R(x)}{\Delta x} \end{aligned}$$

中共湖北省委党校函授教材

经济数学基础

梁书鹏 刘小燕 戴勇山 主编

武汉工业大学出版社

· 武 汉 ·

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础/梁书鹏,刘小燕,戴勇山主编.-武汉:武汉工业大学出版社,1999,7

ISBN 7-5629-1484-2

I. 经…

Ⅱ. ① 梁… ② 刘… ③ 戴…

Ⅲ. 经济数学-党校-教材

N. F. 224. 0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 25111 号

武汉工业大学出版社出版发行

(武昌珞狮路 122 号 邮政编码 430070)

武汉工业大学出版社印刷厂印刷

*

开本:850×1168mm 1/32 印张:8.125 字数:178 千字

1999 年 7 月第 1 版 1999 年 7 月第 1 次印刷

印数:1—12800 定价:9.00 元

(本书如有印装质量问题;可向承印厂调换)

中共湖北省委党校函授教材编审委员会

主 任：周大仁

副主任：宗良瑶 曾瑞芝 李春明 余士珍

委 员：张祥生 梁崇海 肖厚智 冯金武

陈家超 刘吉荣 顾 杰 郝志功

周 屏 吴克超 杨甫念 杨再述

余更明 李天相

前 言

这套教材是为我校干部函授教育编写的。

全套教材包括：邓小平理论概论、马克思主义哲学、政治经济学概论、中共党史、法律基础教程、干部应用写作、管理心理学、现代行政管理学、政治学教程、经济法概论、市场经济学、行政秘书学、现代经济管理概论、经济数学基础、党的建设教程、社会学教程、市政学、市场营销学、中国国家公务员制度概论、英语、财政学、统计学原理、会计学原理、农村经济管理概论、现代企业管理学、国际贸易简明教程、西方经济理论概论、知识经济概论等。

教材以马克思主义、毛泽东思想和邓小平理论为指导，紧密结合党校函授教育的特点和实际，充分体现党校函授教育的办学宗旨和培训目标。

教材编写的基本要求，是融科学性、系统性、时代性和实践性于一体，有利于干部在职业余自学，有利于学员准确地、系统地掌握各学科的必备知识。

为了保证这套教材的编写质量，我们邀请从事各学科多年教学和有专门研究的教授、副教授主持教材编写工作，力求使这套教材达到较高的学术水平，并有一定的特色。同时根据几年的教学实践，对教材进行了修订。但由于经验不足和水平所限，对教材中存在的缺点和问题，欢迎读者批评指正，我们将在教学过程中不断修改和完善。

中共湖北省委党校函授学院教材编审委员会

1999年5月

目 录

第一篇 一元微积分

第一章 函数	(1)
§ 1.1 集合	(1)
§ 1.2 实数集	(5)
§ 1.3 函数	(8)
§ 1.4 几种常见的函数	(14)
§ 1.5 经济管理中常用的函数	(20)
习题一	(26)
第二章 极限与连续	(29)
§ 2.1 无穷小量	(29)
§ 2.2 变量的极限	(34)
§ 2.3 极限的运算法则	(38)
§ 2.4 两个重要极限	(41)
§ 2.5 函数的连续性	(45)
习题二	(50)
第三章 导数与微分	(52)
§ 3.1 导数的概念	(52)
§ 3.2 导数的基本法则	(60)
§ 3.3 复合函数的导数	(71)
§ 3.4 变化率应用举例	(77)
§ 3.5 高阶导数	(82)

§ 3.6 微分	(83)
习题三	(88)
第四章 中值定理、导数的应用	(91)
§ 4.1 中值定理	(91)
§ 4.2 罗彼塔法则	(94)
§ 4.3 函数单调增减的判别	(98)
§ 4.4 函数的极值	(100)
§ 4.5 极值的应用	(102)
§ 4.6 函数的凹性及拐点	(104)
§ 4.7 函数图像的作法	(107)
习题四	(109)
第五章 不定积分	(111)
§ 5.1 原函数与不定积分的概念	(111)
§ 5.2 基本积分公式与不定积分的性质	(113)
§ 5.3 换元积分法	(118)
§ 5.4 分部积分法	(124)
习题五	(126)
第六章 定积分	(129)
§ 6.1 定积分的概念及基本性质	(129)
§ 6.2 牛顿-莱布尼茨公式	(134)
§ 6.3 定积分的换元法与分部积分法	(138)
§ 6.4 定积分的应用	(141)
习题六	(145)

第二篇 线性代数

第七章 行列式	(148)
§ 7.1 行列式的定义	(148)
§ 7.2 行列式的性质	(158)
§ 7.3 克莱姆法则	(162)
习题七	(168)

第八章 矩阵	(171)
§ 8.1 矩阵的概念	(171)
§ 8.2 矩阵的运算	(174)
§ 8.3 逆矩阵	(186)
§ 8.4 矩阵的初等变换	(191)
习题八	(196)
第九章 线性方程组	(198)
§ 9.1 矩阵法、消元法解线性方程组	(198)
§ 9.2 矩阵初等变换解线性方程组	(202)
§ 9.3 线性方程组解的判别	(205)
习题九	(209)
第十章 投入产出数学模型	(211)
§ 10.1 平衡方程组	(211)
§ 10.2 直接消耗系数	(214)
§ 10.3 平衡方程组的解	(220)
§ 10.4 完全消耗系数	(225)
习题十	(228)
附录 习题解答	(230)
编后	(248)

第一篇 一元微积分

第一章 函 数

函数是微积分的基本概念,是微积分研究的对象.为此,我们将先引入集合,分析常量与变量,给出函数的一般定义并分析其主要性质,建立经济学中的常见函数,介绍基本初等函数及其结构.

§ 1.1 集 合

一、集合的概念

集合一般地说是具有某种属性的事物的全体(简称集).构成集合的每一个对象称为该集合的“元素”.

例 1 自然数的全体构成一个集合.

例 2 某单位所有的职工构成一个集合.

例 3 一个二次方程的根构成一个集合.

例 4 一个一元 n 次方程的解构成一个集合.

例 5 在同一平面内到一个定点距离相等的点构成一个集合.

同一集合中的元素具有某种共同的性质,人们就根据这共同的性质,来判定某一讨论范围内的事物是否属于该集合.习惯上,

我们用大写字母 $A, B, C, \dots$ 等表示集合, 而用小写字母表示集合中的元素. 如果 x 是集合 A 的元素, 则记作 $x \in A$, 读作“ x 属于 A ”. 如果 x 不是集合 A 的元素, 则记作 $x \notin A$, 读作“ x 不属于 A ”.

二、集合的表示法

1. 列举法

列举法是指把集合中的元素按任意顺序列出来, 并用花括号 $\{ \}$ 括起来.

例 6 由 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 组成的集合, 可以表示为 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 或 $A = \{3, 5, 4, 1, 2, 6\}$ 等.

注意: 用列举法表示集合时, 必须列出集合中的所有元素, 不能遗漏或重复.

2. 描述法

描述法是把集合中元素所具有的某个共同属性描述出来. 记为: $A = \{x | x \text{ 具有共同属性}\}$.

例如, 百货大楼所有商品构成的集合 A 可写成:

$$A = \{x | x \text{ 是百货大楼所有商品}\}.$$

全体正数构成的集合 B 可以写成:

$$B = \{x | x > 0\}.$$

百货大楼的商品为集合 A 的元素; 大于零的数为集合 B 的元素.

三、集合的分类

1. 有限集

含有有限个元素的集合称为有限集.

例如, 某工厂全体职工构成的集合是个有限集, 有限集一般用列举法表示.

2. 无限集

含有无限个元素的集合称为无限集.

例如, $A = \{x | 2 < x < 3\}$ 是一个无限集.

3. 空集

不含任何元素的集合称为空集. 用符号 $\emptyset$ 表示.

例如, 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 在实数范围内无解. 因而其解集合是一个空集. 注意空集 $\emptyset$ 不能与含有单个元素“0”的集合 $\{0\}$ 相混淆.

四、子集、集合的相等

1. 子集

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 就称集合 A 是集合 B 的子集. 记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$. 读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

例如, R 为全体实数的集合; N 为全体自然数集合, 显然 N 是 R 的一个子集合, 记 $N \subset R$.

另外, 任何一个集合都是它自身的子集. 即 $A \subset A$.

空集是任何一个集合的子集. 即 $\emptyset \subset A$.

2. 集合的相等

有两个集合 A 与 B 含有完全相同的元素, 也就是说 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称集合 A 与集合 B 相等, 记作 $A = B$.

例 7 设 $A = \{x | x^2 + 2x - 3 = 0\}$, $B = \{1, -3\}$, 则

$$A = B.$$

五、集合的运算

1. 集合的并

由集合 A 与集合 B 中所有元素加总构成的集合称为集合 A 与集合 B 的并.

记作 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

A 与 B 的并可以通过图 1-1 中的阴影表示.

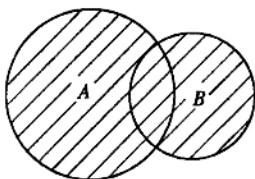


图 1-1

例 8 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, 则
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$.

2. 集合的交

由既属于集合 A 又属于集合 B 的公共元素构成的集合称集合 A 与 B 的交. 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”. 即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$.

A 与 B 的交可用图 1-2 中的阴影表示.

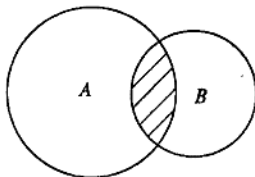


图 1-2

例 9 设 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, c, e, f\}$, 则
 $A \cap B = \{a, c, e\}$.

3. 集合的补集

集合 A 关于集合 B 的补集是指: A 是 B 的一个子集合, 且补集中的元素属于 B 但不属于 A (B 为全集). 记作 $\bar{A}$. 即 $\bar{A} = \{x | x \in B, \text{ 且 } x \notin A\}$.

集合 A 关于集合 B 的补集可用图 1-3 中的阴影表示.

例如, A 为正偶数集合, B 为正整数集合, 则 $\bar{A}$ 为正奇数集合.

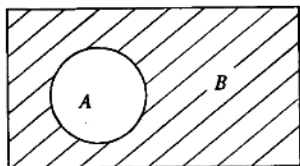


图 1-3

§ 1.2 实数集

一、实数与数轴

1. 实数

随着生产的发展,人们对数的认识是逐步发展的,先是自然数,继而发展到整数、有理数,再进一步发展到无理数.有理数和无理数统称为实数.

2. 数轴

设有一条水平直线,在这条直线上取定一点 0,称为原点,规定一个正方向(通常以原点向右的方向为正方向),再规定一个长度,称为单位长.这种具有原点、正方向、单位长度的直线称为数轴.如图 1-4 所示.

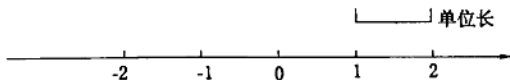


图 1-4

所有实数,都可以用数轴上的点表示,任何两个实数都可以比较它们的大小,这就是实数的有序性.任何实数,都能施行四则(除数不为零)运算,结果还是实数,这就是实数的封闭性.任何两个实

数之间,还有无数多个实数存在,这就是实数的稠密性.所有实数与数轴上的点能建立一一对应关系,所有与实数对应的点填满了整个数轴而没有空隙,这就是实数的连续性.

二、区间与邻域

1. 区间

在研究的过程中,不断变化,可以取不同值的量称为变量.在实际问题中,一个变量根据所研究问题的条件,一般有着一定的变化范围.如果超出这个范围,就会使研究的问题失去意义.在数学中常用区间表示一个变量的变化范围.区间可分为以下几种类型:

(1) 开区间:记为 $(a, b) = \{x | a < x < b\}$, 它表示满足不等式 $a < x < b$ 的全体实数 x 的集合.在数轴上表示以 a, b 为端点但不包含 a, b 之间的线段.如图 1-5 所示.

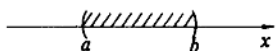


图 1-5

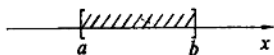


图 1-6

(3) 半开半闭区间: $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$ 表示满足不等式 $a \leq x < b$ 的全体实数 x 的集合.在数轴上表示以 a, b 为端点且包含 a 而不包含 b 的线段.如图 1-7 所示.同样 $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$ 表示满足不等式 $a < x \leq b$ 的全体实数 x 的集合.在数轴上表示以 a, b 为端点且不包含 a 而包含 b 的线段.如图 1-8 所示.

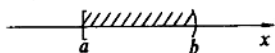


图 1-7

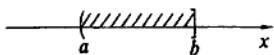


图 1-8

除了上述三类有限区间外,还有几种无穷区间:

(1) $(a, +\infty) = \{x | x > a\}$ 表示大于 a 的全体实数 x 的集合. 在数轴上的表示如图 1-9 所示.

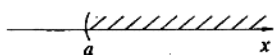


图 1-9

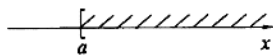


图 1-10

(2) $[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}$ 表示大于等于 a 的全体实数 x 的集合. 在数轴上的表示如图 1-10 所示.

(3) $(-\infty, a) = \{x | x < a\}$ 表示小于 a 的全体实数 x 的集合. 在数轴上的表示如图 1-11 所示.

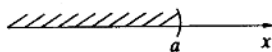


图 1-11

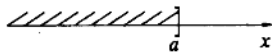


图 1-12

(4) $(-\infty, a] = \{x | x \leq a\}$ 表示小于等于 a 的全体实数 x 的集合. 在数轴上的表示如图 1-12 所示.

2. 邻域

所谓邻域,是指以 x_0 为中心的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$, 其中 x_0 和 δ 为实数, 且 $\delta > 0$, 则满足不等式 $|x - x_0| < \delta$ 的全体实数就称为点 x_0 的 δ 邻域. 点 x_0 为该邻域的中心, δ 为该邻域的半径. 在数轴上的表示如图 1-13 所示.

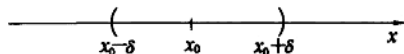


图 1-13

例如, $|x - 2| < \frac{1}{5}$ 即以点 $x_0 = 2$ 为中心的 $\frac{1}{5}$ 邻域, 也就是开区

间(1.8, 2.2).

§ 1.3 函 数

一、函数的概念

数学中讨论的量分为两类:常量与变量.在给定的问题中,始终保持一定值的量叫做常量;可以取不同数值的量叫做变量.在同一问题中,还往往出现好几个变量,而这些变量又往往是相互联系的和相互依赖的.

例 1 我们熟知圆的面积公式:

$$S = \pi r^2.$$

式中 r 是圆的半径,圆的半径不同,圆的面积也就不同,而 π 在圆的面积计算中总是不变的,所以我们说,在这个给定的问题中, π 是常量,圆的半径 r 和圆的面积 S 都是变量,它们之间的相互关系是由上述公式确定的.

例 2 某商品,当单价为 100 元时,每月可销售 2000 台,如果单价每降低 5 元,则可多销售 20 台,单价不得低于 80 元,销量 Q 与单价 P 有以下关系:

P	100	95	90	85	80
Q	2000	2020	2040	2060	2080

当 P 在允许的降低范围内变化时,销量 Q 也随之有一个确定的值与之对应.

例 3 气象台为了掌握某地区气温变化,使用自动记录器将每天的气温记录下来,直接画出如图所示的曲线.图中的两个变量:时间 t 和气温 c ,对从 0 到 24 小时内的任意一个确定的时刻 t ,都有一个确定的气温 c 与之对应.

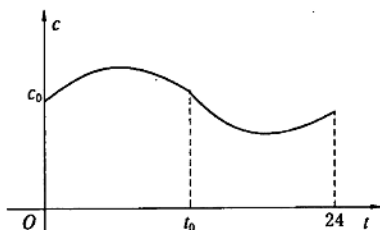


图 1-14

上述各例,其包含的具体内容可以不同,其共同本质是参与给定问题的变量之间相互依赖关系.当其中一个变量取定一个数值时,那么按照某种确定的对应关系,就可求得另一个变量的一个相应的值.因此,我们给出函数的一般概念.

设在某一问题中有两个变量 x 和 y , 变量 x 的变化范围为 D , 如果对 D 中每一个值 x , 按照某种确定的对应关系, 都可以确定变量 y 的一个相应值, 则称变量 y 是变量 x 的函数, 记为:

$$y=f(x) \quad x \in D$$

x 称为自变量, y 称为因变量. x 的变化范围 D 称为函数的定义域.

对于函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 中每一个 x_0 , 按对应规则 f 就得到一个 y_0 值, y_0 就是函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值记为

$$y_0=f(x_0).$$

例 4 设 $y=f(x)=2x^2-x+1$.

$$x=0 \text{ 时, } f(0)=2 \cdot 0^2-0+1=1;$$

$$x=1 \text{ 时, } f(1)=2 \cdot 1^2-1+1=2;$$

$$x=x_0 \text{ 时, } f(x_0)=2x_0^2-x_0+1.$$

二、函数的定义域

函数的定义域是使函数有意义的自变量的取值范围. 因变量