21世纪高等继续教育精品教材

GAODENG SHUXUE

高等数学

主　编◎周誓达　熊亦净　郭才顺
副主编◎胡启宙

中国人民大学出版社

21世纪高等继续教育精品教材

高等数学

主　编　周誓达　熊亦净　郭才顺
副主编　胡启宙

安徽建筑大学
藏書
图书馆

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/周誓达，熊亦净，郭才顺主编.
北京：中国人民大学出版社，2010
21 世纪高等继续教育精品教材
ISBN 978-7-300-10952-7

Ⅰ. ①高…
Ⅱ. ①周…②熊…③郭…
Ⅲ. ①高等数学-成人教育：高等教育-教材
Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 007666 号

21 世纪高等继续教育精品教材
高等数学
主　编　周誓达　熊亦净　郭才顺
副主编　胡启宙

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511398（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　　销	新华书店		
印　　刷	三河汇鑫印务有限公司		
规　　格	185 mm×260 mm　16 开本	版　　次	2010 年 1 月第 1 版
印　　张	17.75	印　　次	2010 年 1 月第 1 次印刷
字　　数	380 000	定　　价	28.00 元

版权所有　侵权必究　　印装差错　负责调换

21世纪高等继续教育精品教材
编审委员会

顾　问　董明传

主　任　谢国东

副主任　黄　健　陈兴滨

委　员　（按姓氏笔画为序）

方　圆　叶安珊　刘小玉　陈小青　陈石清

陈昭玖　邹自力　张　纯　李应龙　郑义寅

罗双凤　饶淑华　郭才顺　钱振林　黄少云

彭绪铭　熊亦净

总 序

21世纪，科学技术发展日新月异，发明创造层出不穷，知识更新日趋频繁，全民学习、终身学习已经成为适应经济与社会发展的基本途径。近年来，我国高等教育取得了跨越式的发展，毛入学率由1998年的8%迅速增长到2008年的23.3%，已经进入到大众化的发展阶段，这其中高等继续教育发挥了重要的作用。同时，高等继续教育作为“传统学校教育向终身教育发展的一种新型教育制度”，对实现“形成全民学习、终身学习的学习型社会”、“构建终身教育体系”的宏伟目标，发挥着其他教育形式不可替代的作用。

目前，我国高等继续教育的发展规模已占全国高等教育的一半左右，随着我国产业结构的调整、传统产业部门的改造以及新兴产业部门的建立，各种岗位上数以千万计的劳动者，需要通过边工作边学习来调整自己的知识结构、提高自己的知识水平，以适应现代经济与社会发展的要求。可见，我国高等继续教育的发展，既肩负着重大的历史使命，又面临着难得的发展机遇。

我国的高等继续教育要抓住机遇发展，完成自己的历史使命，从根本上说就是要全面提高教育教学质量，这涉及多方面的工作，但抓好教材建设是提高教学质量的基础和中心环节。众所周知，高等继续教育的培养对象主要是已经走上各种生产或工作岗位的从业人员，这就决定了高等继续教育的目标是培养能适应新世纪社会发展要求的动手能力强、具有创新能力的应用型人才。因此，高等继续教育教材的编写“要本着学用结合的原则，重视从业人员的知识更新，提高广大从业人员的思想文化素质和职业技能”，体现出高等继续教育的针对性、实用性和职业性特色。

为适应我国高等继续教育发展的新形势、培养应用型人才、满足广大学员的学习需要，中国人民大学出版社邀请了国内知名专家学者对我国高等继续教育的教学改革与教材建设进行专题研讨，成立了教材编审委员会，联合中国人民大学、中国政法大学、东北财经大学、武汉大学、山西财经大学、东北师范大学、江西师范大学、南昌航空大学、华中科技大学、黑龙江大学等30多所高校，共同编撰了“21世纪高等继续教育精品教材”，计划在两三年内陆续推出百种高等继续教育精品系列教材。教材编审委员会对该系列教材的作者进行了严格的遴选，编写教材的专家、教授都有着丰富的继续教育教学经验和较高的专业学术水平。教材的编写严格依据教育部颁布的“全国成人高等教育公共课和经济学、法学、工学主要课程的教学基本要求”；教材内容的选择克服了追求“大而全”的

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

现象，做到了少而精，有针对性，突出了能力的训练和培养；教材体例的安排突出了学习使用的弹性和灵活性，体现“以学为主”的教育理念；教材充分利用现代化的教育手段，形成文字教材和多媒体教材相结合的立体化教材，加强了教师对学生学习过程的指导和帮助，形象生动、灵活方便，易于保存，可反复学习，更能适应学员在职、业余自学，或配合教师讲授时使用，会起到很好的教学效果。

这套“21世纪高等继续教育精品教材”在策划、编写和出版过程中，得到教育部高教司、中国成人教育协会、北京高校成人高教研究会的大力支持和帮助，谨表深切谢意。我们相信，随着我国高等继续教育的发展和教学改革的不断深入，特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的实施，这套高等继续教育精品教材必将为促进我国高校教学质量的提高做出贡献。

谢国东

前 言

本书是为高等继续教育理工类各专业编著的教材，是一本特色鲜明的教材，其特色是：密切结合实际工作的需要，充分注意逻辑思维的规律，突出重点，说理透彻，循序渐进，通俗易懂。

本书共分七章，介绍了实际工作所需要的一元微积分、二元微积分及无穷级数、一阶微分方程等，书首列有“预备知识　初等数学小结”。本书着重讲解基本概念、基本理论及基本方法，培养熟练运算能力及解决实际问题的能力。

理工类专业毕竟不能等同于数学专业。本着“打好基础，够用为度”的原则，本书去掉了对于经济工作并不急需的某些内容与某些定理的严格证明，而用较多篇幅详细讲述那些急需的内容，讲得流畅，讲得透彻，实现“在战术上以多胜少”的策略。本书不求深，不求全，只求实用，重视在经济上的应用，注意与专业课接轨，体现“有所为，必须有所不为”。

基础课毕竟不是专业课。本着“服务专业，兼顾数学体系”的原则，本书不盲目攀比难度，做到难易适当，深入浅出，举一反三，融会贯通，达到“跳一跳就能够着苹果”的效果。本书在内容编排上做到前后呼应，前面的内容在后面都有归宿，后面的内容在前面都有伏笔，形象直观地说明问题，适当注意知识面的拓宽，使得“教起来好教，学起来好学”。

质量是教材的生命，质量是特色的反映，质量不过硬，教材就站不住脚。本书在质量上坚持高标准，不但内容正确无误，而且编排科学合理，尤其在复合函数导数运算法则的讲解上、在不定积分第一换元积分法则与分部积分法则的论述上、在二重积分计算的处理上都有许多独到之处，便于理解与掌握。衡量教材质量的一项重要标准是减少以至消灭差错，本书整个书稿都经过再三验算，作者自

始至终参与排版校对，实现零差错。

例题、习题是教材的窗口，集中展示了教学意图。本书对例题、习题给予高度重视，例题、习题都经过精心设计与编选，它们与概念、理论、方法的讲述完全配套，其中除计算题、证明题及经济应用题外，尚有考查基本概念与基本运算技能的填空题与单项选择题。填空题要求将正确答案直接填在空白处；单项选择题是指在四项备选答案中，只有一项备选答案是正确的，要求将正确备选答案前面的字母填在括号内。书末附有全部习题答案，便于检查学习效果。

相信读者学习本书后会大有收获，并对学习微积分产生兴趣，增强学习信心，提高科学素质。记得尊敬的老舍先生关于文学创作曾经说过：写什么固然重要，怎样写尤其重要。我想这句至理名言对于编著教材同样具有指导意义。诚挚欢迎各位教师与广大读者提出宝贵意见，作者将不断改进与完善本书，坚持不懈地提高质量，突出自己的特色，更好地为教学第一线服务。

周誓达

2009 年 12 月 23 日于北京

目 录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

引　论

微积分思路

理工类高等数学是研究自然界中数量关系与优化规律的科学，微积分是高等数学的基础.

微积分研究的对象是函数，主要是初等函数，研究的主要工具是极限.

微积分中最重要的基本概念是导数、微分、不定积分及定积分，最重要的基本运算是求导数与求不定积分.

应用微积分解决自然界中函数的数量关系与优化问题，是微积分的重要内容.

作为一元函数微积分学的延续，二元函数微分学在自然界中有着广泛的应用.

作为微积分的发展，无穷级数是经济领域研究工作的有力数学工具.

微积分的精髓在于：在变化中考察各量之间的关系. 可以说，没有变化就没有微积分. 因此，必须以变化的观点学习微积分.

预备知识

初等数学小结

微积分是以初等数学作为基础的,学习微积分必须熟练掌握下列初等数学知识.

1. 数集与区间

全体实数与数轴上的全体点一一对应,因此不严格区别数与点:实数 x 代表数轴上点 x,数轴上点 x 也代表实数 x.

在数集之间的关系中,最重要的有三种:

(1) 包含关系

若数集 B 的每一个元素都是数集 A 的元素,则称数集 A 包含 B,记作 $A \supset B$ 或 $B \subset A$.

(2) 相等关系

若数集 A 的元素与数集 B 的元素完全相同,则称数集 A 与 B 相等,记作 $A = B$.

(3) 分离关系

若数集 A 与 B 没有公共元素,则称数集 A 与 B 分离.

数集之间的运算主要有三种:

(1) 并集

数集 A 与 B 的所有元素构成的数集称为数集 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$.

(2) 交集

数集 A 与 B 的所有公共元素构成的数集称为数集 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$.

(3) 补集

在规定全集 $\Omega \supset A$ 的条件下,全集 Ω 中不属于数集 A 的所有元素构成的数集称为数集 A 的补集,记作 $\overline{A}$.

在表示数值范围时，经常采用区间记号. 已知数 a 与 b，且 $a<b$，则开区间

$$(a,b)=\{x \mid a<x<b\}$$

闭区间

$$[a,b]=\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$$

半开区间

$$(a,b]=\{x \mid a<x\leqslant b\}$$

$$[a,b)=\{x \mid a\leqslant x<b\}$$

上述三类区间是有限区间，点 a 称为左端点，点 b 称为右端点. 此外还有无限区间：

$$(-\infty,b)=\{x \mid x<b\}$$

$$(-\infty,b]=\{x \mid x\leqslant b\}$$

$$(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$$

$$[a,+\infty)=\{x \mid x\geqslant a\}$$

$$(-\infty,+\infty)=\{x \mid x\text{ 为实数}\}$$

2. 幂

数学表达式 a^b 称为幂，其中 a 称为底，b 称为指数. 当指数取值为有理数时，相应幂的表达式表示为

$$a^n=\underbrace{a\,a\,\cdots\,a}_{n\text{个}}\quad(n\text{ 为正整数})$$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}\quad(a\neq 0,n\text{ 为正整数})$$

$$a^0=1\quad(a\neq 0)$$

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m\quad(a\geqslant 0,m,n\text{ 为互质正整数，且 }n>1)$$

$$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}=\frac{1}{(\sqrt[n]{a})^m}\quad(a>0,m,n\text{ 为互质正整数，且 }n>1)$$

在等号两端皆有意义的条件下，幂恒等关系式为

(1) $a^{b_1}a^{b_2}=a^{b_1+b_2}$

(2) $\dfrac{a^{b_1}}{a^{b_2}}=a^{b_1-b_2}$

(3) $(a^{b_1})^{b_2}=a^{b_1b_2}$

(4) $(a_1a_2)^b=a_1^ba_2^b$

(5) $\left(\dfrac{a_1}{a_2}\right)^b=\dfrac{a_1^b}{a_2^b}$

3. 函数的概念

定义 0.1　已知变量 x 与 y，当变量 x 任取一个属于某个非空实数集合 D 的数值时，若变量 y 符合对应规则 f 的取值恒为唯一确定的实数值与之对应，则称对应规则 f 表示变量 y 为 x 的函数，记作

$$y=f(x)$$

其中变量 x 称为自变量，自变量 x 的取值范围 D 称为函数定义域；函数 y 也称

为因变量，函数y的取值范围称为函数值域，记作G；对应规则f也称为对应关系或函数关系.

若函数$f(x)$的定义域为D，又区间$I\subset D$，则称函数$f(x)$在定义域D或区间I上有定义.

考虑对应规则$y^2=x$，无论变量x取任何正实数，变量y恒有两个实数值与之对应，因此对应规则$y^2=x$不表示变量y为x的函数，但是可以限制变量y的取值范围为$y\leqslant 0$或$y\geqslant 0$，而使得它分别代表函数$y=-\sqrt{x}$与$y=\sqrt{x}$.

函数关系的表示方法有公式法、列表法及图形法，在应用公式法时，函数表达式有显函数$y=f(x)$、隐函数即由方程式$F(x,y)=0$确定变量y为x的函数及参变量函数即借助与参数t的关系式$x=\varphi(t)$，$y=\psi(t)$确定变量y为x的函数.

定义 0.2 已知函数$y=f(x)$，从表达式$y=f(x)$出发，经过代数恒等变形，将变量x表示为y的表达式，若这个对应规则表示变量x为y的函数，则称它为函数$y=f(x)$的反函数，记作

$$x=f^{-1}(y)$$

如果函数$y=f(x)$存在反函数$x=f^{-1}(y)$，则函数$x=f^{-1}(y)$也存在反函数$y=f(x)$，因此函数$y=f(x)$与$x=f^{-1}(y)$互为反函数.

由于习惯用变量记号x表示自变量、用变量记号y表示函数，因此在反函数$x=f^{-1}(y)$的表达式中，再将变量记号x改写为y，变量记号y改写为x，得到函数$y=f^{-1}(x)$，于是也称函数$y=f^{-1}(x)$为函数$y=f(x)$的反函数.

定义 0.3 已知函数$y=f(u)$的定义域为U_1，函数$u=u(x)$的值域为U_2，若交集$U_1\cap U_2$非空集，则称变量y为x的复合函数，记作

$$y=f(u(x))$$

其中变量x称为自变量，变量u称为中间变量，复合函数y也称为因变量.

只有一个自变量的函数称为一元函数，有两个自变量的函数称为二元函数.

4. 函数定义域与函数值

对于并未说明实际背景的函数表达式，若没有指明自变量的取值范围，则求函数定义域的基本情况只有四种：

(1) 对于分式$\dfrac{1}{P(x)}$，要求$P(x)\neq 0$；

(2) 对于偶次根式$\sqrt[2n]{Q(x)}$(n为正整数)，要求$Q(x)\geqslant 0$；

(3) 对于对数式$\log_a R(x)$($a>0,a\neq 1$)，要求$R(x)>0$；

(4) 对于反正弦式$\arcsin S(x)$与反余弦式$\arccos S(x)$，要求$-1\leqslant S(x)\leqslant 1$.

求函数定义域的方法是：观察所给函数表达式是否含上述四种基本情况.如果函数表达式含上述四种基本情况中的一种或多种，则解相应的不等式或不等式组，得到函数定义域；如果函数表达式不含上述四种基本情况中的任何一种，则说明对自变量取值没有任何限制，所以函数定义域为全体实数，即$D=(-\infty,+\infty)$.

定义域与对应规则是构成函数的两个基本要素，若两个函数的定义域相同且

对应规则也相同，则这两个函数是同一个函数；若两个函数的定义域不相同或对应规则不相同，则这两个函数不是同一个函数.

已知函数 $y=f(x)$，当自变量 x 取一个属于定义域 D 的具体数值 x_0 时，它对应的函数 y 值称为函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处的函数值，记作 $y\Big|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$，意味着在函数 $y=f(x)$ 的表达式中，自变量 x 用数 x_0 代入所得到的数值就是函数值 $y\Big|_{x=x_0}$ 即 $f(x_0)$.

有时为了简化函数记号，函数关系也可以记作 $y=y(x)$，其中等号左端的记号 y 表示函数值，等号右端的记号 y 表示对应规则.

在平面直角坐标系中，一元函数的图形通常是一条平面曲线，称为函数曲线. 显然，在函数 $y=f(x)$ 存在反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的条件下，函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图形是同一条平面曲线.

5. 幂函数

在幂的表达式中，若底为变量 x，而指数为常数 α，则称函数 $y=x^\alpha$ 为幂函数. 有 $\frac{1}{x}=x^{-1}$，$\frac{1}{x^2}=x^{-2}$，$\frac{1}{x^{10}}=x^{-10}$；$\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$，$\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$，$\frac{1}{\sqrt{x}}=x^{-\frac{1}{2}}$.

幂函数 $y=x$，$y=x^2$ 及 $y=\sqrt{x}$ 的图形如图 0—1，幂函数 $y=x^3$ 与 $y=\frac{1}{x}$ 的图形如图 0—2.

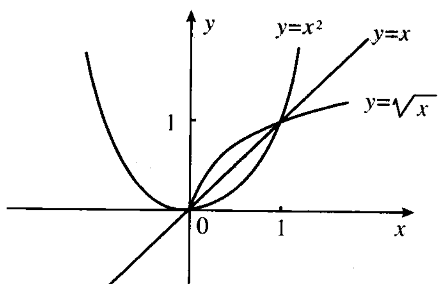

图 0—1

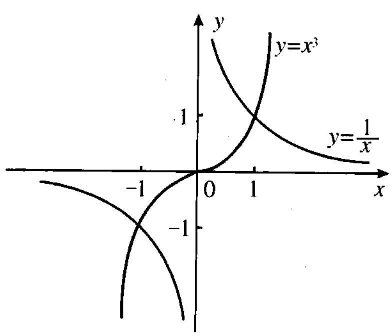

图 0—2

6. 指数函数

在幂的表达式中，若底为常数 $a(a>0, a\neq 1)$，而指数为变量 x，则称函数 $y=a^x$ 为指数函数.

指数函数 $y=a^x(a>1)$ 的图形如图 0—3.

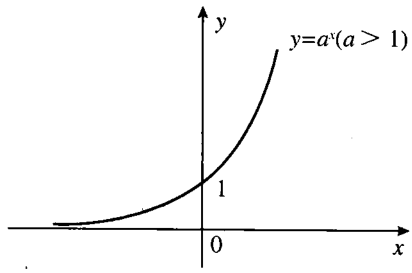

图 0—3

7. 对数函数

若 $a^y=x(a>0, a\neq 1)$，则将 y 表示为 $\log_a x$，称函数 $y=\log_a x$ 为对数函数，其中 a 称为底，x 称为真数，y 称为对数. 指数式 $a^y=x$ 与对数式 $\log_a x=y$ 是表示 a,x,y 三者同一关系的不同表示方法，这两种形式可以互相转化. 以 10 为底的对数称为常用对数，变量 x 的常用对数记作 $\lg x$，即 $\lg x=\log_{10} x$.

根据对数函数与指数函数的关系，对数函数 $y=\log_a x$ 的反函数为指数函数 $x=a^y(a>0, a\neq 1)$.

特殊的对数函数值为真数取值等于 1 或底时的对数值，即

$$\log_a 1=0$$

$$\log_a a=1$$

在等号两端皆有意义的条件下，对数恒等关系式为

(1) $\log_a x_1 x_2=\log_a x_1+\log_a x_2$

(2) $\log_a \dfrac{x_1}{x_2}=\log_a x_1-\log_a x_2$

(3) $\log_a x^\alpha=\alpha\log_a x$

对数函数 $y=\log_a x(a>1)$ 的图形如图 0—4.

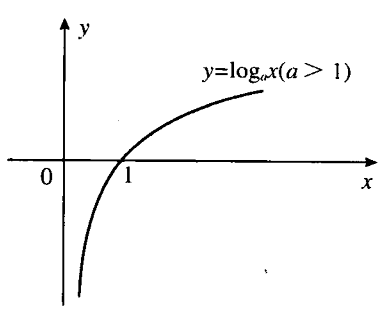

图 0—4

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com