全国课改实验区

全国新课标实验区特级教师及研究专家联袂编写

三练一测大联盟

★ Sanlianyicedalianmeng ★

构建新理念◎迈进新课堂

领跑新课标◎共赢新高考

数学 ②

必修(北师大版)

江西科学技术出版社

全国新课标实验区特级教师及研究专家联袂编写

三练一测大联盟

★Sanlianyicedalianmeng★

本册主编◎王佩其
副主编◎饶新明

构建新理念◎迈进新课堂
领跑新课标◎共赢新高考

数学②

必修（北师大版）

江西科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

三练一测大联盟:数学.2:必修.北师大版/王佩其主编.—南昌:江西科学技术出版社,2009.8
ISBN 978-7-5390-3497-3

I.三… II.王… III.数学课-高中-习题 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 106008 号

国际互联网(Internet)地址:
http://www.jxkjcbs.com
选题序号:ZK2009039
图书代码:J09021-101

三练一测大联盟:数学.2:必修.北师大版 王佩其主编

出版发行	江西科学技术出版社
社址	南昌市蓼洲街 2 号附 1 号 邮编:330009 电话(0791)6623491 6639342(传真)
印刷	江西新华印刷厂
经销	各地新华书店
开本	880mm×1230mm 1/16
字数	395 千
印张	9.5
版次	2009 年 10 月第 1 版 2009 年 10 月第 1 次印刷
书号	ISBN 978-7-5390-3497-3
定价	19.60 元

(赣科版图书凡属印装错误,可向承印厂调换)

前 言

当前，教育改革如火如荼，教材的多元化、高考的多样化、选拔的能力化是社会发展的必然趋势，科学、经济、文化等各个领域正相互融合、相互借鉴、相互推动。了解新课程教材的特色，把握新教改的方向，是所有教育工作者共同关注的重大课题，也牵动着广大学生和亿万家长的心。

伴随着新课程理念的逐渐深入和新课改试验区的不断扩大，如何应对课改与高考结合的严峻现实？如何将“一切为了学生终身发展”的新课改理念领悟透彻，落到实处，产生实效？如何解决学生学习费时多而收效微的现实状况？……带着这些疑虑与困惑、深思与期待，我们深入研究新课改精神和高考动态，借鉴并吸收了课改一线最新的教研成果，精心策划、用心编写、倾心推出了这套**《三练一测大联盟》**系列丛书。该丛书着力在以下两个方面推陈出新：一是编写理念新——在策划编排上最大程度地体现新课程改革标准的精神，突出基础知识的丰富性和基本技能的创新性，确保编写内容既符合新课标的理念，又符合学生备考的要求；既是对教材内容的巩固与提高，又是对教材外延知识的补充和升华。二是呈现方式新——在编写内容上最大限度地体现素质教育的精神，除确保具体内容和选题范畴源于新教材、符合新课改的精神外，同时确保辅导的要点、选题的解答思路扣准新高考的方向；既体现现代教学灵活新颖的呈现形式，强调学生思维创新，又总结传统教育中合理的应试技能，将两者有机地融为一体。

呈现在您面前的这套新课标丛书**《三练一测大联盟》**的数学2·必修分册，共分设四大块板：

【课标导思】该栏目分为“情景导思”、“课标要求”两个部分：“情景导思”注重用生活中的情景素材来引出问题，让学生带着问题去学习，从而启迪学生思维；“课标要求”部分则简要提示本节的重点、难点和要点，从而让学生掌握相关知识点的等级要求。

【自主探究】针对本节教材中的基础知识、基本数学思想灵活设空，简明扼要，言简意赅，让学生做到有的放矢，从而进行科学的自主探究，提高自身自主学习的能力和效果。

【互动课堂】针对本课时的核心内容，扣准考试的高频考点，瞄准自我突破的关键环节。针对本课时的重难点，步步为营，化整为零；各个击破，逐层提高。对每一考点知识进行条分缕析，意在培养学生科学的探究能力和自主的创新意识，让学生在学习中建立起一套科学、完整的数学思想体系，提高学生分析、解决问题的能力，让学生的综合知能得到迅速攀升。

【题型探究】依据考试的最新命题角度，把握科学的解题规律，总结解题要点，归纳方法规律。通过有机的讲练结合，促使学生把所学知识转化为解题能力，使得学生在学习中实现角色转换，让学生真正成为学习的主人。

另外，我们这套丛书还配有对应的活页练、章水平检测卷和阶段水平检测卷。检测卷紧扣所学知识点，着重考查学生对所学知识的掌握程度，训练学生的解题能力，增强学生的学习信心，培养学生的实战能力。

此外，相应的教师用书还配有详尽的解析和参考答案，以供教师更好地驾驭课堂。

参与本书编写的教师，有名师王佩其等，编写阵容堪称强大。愿本书能切实帮助学生学好数学2·必修，进一步帮助学生培养数学素养、提高自主探究能力，形成良好的科学文化素养，从而为自己的个性发展和终身学习奠定坚实的基础。

战国时期著名思想家、教育家荀子说："假舆马者，非利足也，而致千里。假舟楫者，非能水也，而绝江河。君子生非异也，善假于物也。"一个人的成功，不但需要自己的努力，也需要借助他物来帮助自己，才能"致千里"，"绝江河"。最后衷心希望我们的辛勤汗水能够为同学们助上一臂之力，做到事半功倍！

目录 Contents

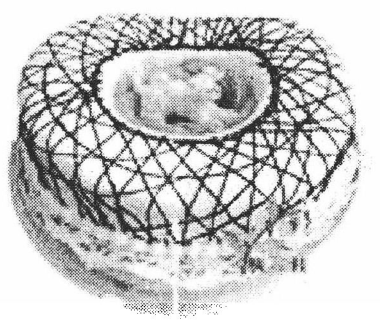
第一章 立体几何初步

第二章 解析几何初步

答案·练习·试卷

第一章 立体几何初步

你知道“鸟巢”吗？它是北京奥运会的主体育场，其外形结构主要由巨大的门式钢架组成，共有24根桁架柱.鸟巢的建筑顶面呈鞍形，长轴为332.3米，短轴为296.4米，最高点高度为68.5米，最低点高度为42.8米，观众无论坐在哪个位置，他和赛场中心点之间的视线距离都在140米左右.许多其他建筑界专家认为，“鸟巢”不仅为2008年奥运会树立了一座独特的历史性的标志性建筑，而且在世界建筑发展史上也具有开创性意义，将为21世纪的中国和世界建筑发展提供历史见证.这样伟大的建筑是如何设计的？它和立体几何有哪些关系呢？



先知先觉

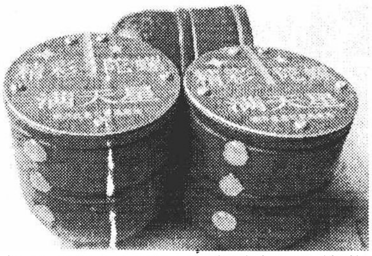
人类生活在一个三维的空间中，天天看到各种各样的立体图形，大多数都可以看成一些基本的几何体或它们的组合，研究一些基本的简单几何体就很有必要.“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”，从不同的角度看立体图形，产生的视觉感受也不一样，三视图和直观图将把我们带入神奇的立体图形世界.点、线、面是构成空间几何体的基本要素，它们之间的基本关系可以通过三个公理来刻画.而平行和垂直是线面的两个基本关系，它们的判定和性质是研究空间中线面关系的重要手段.几何体的面积和体积是在实际应用中经常遇到的两类计算问题，通过本章的学习，我们将掌握它们的计算方法.

§1 简单几何体

第1课时 简单旋转体

课标导思

情景导思



你知道陀螺的历史吗？中国在宋朝时就已出现了类似陀螺的玩具，名字叫作“千千”.千千是直径为四寸象牙制的圆盘，当中有一个一寸长的铁针，用手拧转这个铁针，使针尖立在桌面上旋转如飞，快停时再用衣袖拂动它，比赛谁转得久，这是当时宫女们在帝王深宫内的游戏.但陀螺这个词最早出现在明朝，它是否由宋朝的千千演变而来？据史载，明朝时陀螺已成为儿童的玩具，而不是宫女角胜之戏了.当时陀螺是木制的，实心而无柄，用绳子绕好了，一抛一抽，陀螺便在地上无声地旋转.当它缓慢下来时，再用绳子鞭它给它加油，其便可转个不停.这种玩法流传了几百年，一直到现在，我们还有这样的玩法.其实，陀螺就是一种旋转体.

课标要求

1.直观了解柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征；

2.能运用这些结构特征描述现实生活中简单物体的结构.

自主探究

1.球

(1)以半圆的直径所在的直线为________，将半圆旋转所形成的________叫作球面，球面围成的几何体称为________，简称为球.半圆的圆心叫作________，连接球心和球面上任意一点的线段叫作球的________，连接球面上两点并且过球心的线段叫作球的________.

(2)一条平面曲线绕着它所在平面内的一条直线旋转所形成的曲面叫作________；封闭的旋转面围成的几何体叫做________.

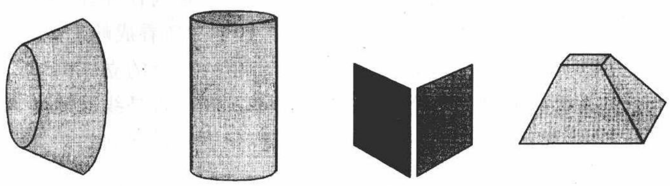
(3)一个圆绕它的直径所在的直线旋转________度后，旋转所成的曲面为球面.

2.圆柱、圆锥、圆台

(1)分别以矩形的一边、直角三角形的一条直角边、直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴，其余各边旋转而形成的曲面所围成的几何体分别叫作________________.

(2)________叫作所围成的几何体的轴；在轴上的这条边的长度叫作这个几何体的________；垂直于轴的边旋转而成的圆面叫作这个几何体的________；不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫作这个几何体的________；无论旋转到什么位置，这条边都叫作侧面的________.

(3)如图1-1-1所示四个几何体，其中是旋转体的是________.



① ② ③ ④

图1-1-1

互动课堂

互动 1　旋转体的概念

【例 1】下列命题中正确的是　　　　（　　）

A. 直角三角形绕一边所在直线旋转得到的旋转体是圆锥

B. 夹在圆柱的两个平行截面间的几何体还是一个旋转体

C. 圆锥截去一个小圆锥后剩余部分是圆台

D. 通过圆台侧面上一点，有无数条母线

【讲解】A 错误，应为直角三角形绕其一条直角边所在直线旋转得到的旋转体是圆锥；若绕其斜边所在直线旋转得到的是两个圆锥构成的一个组合体. B 错误，没有说明这两个平行截面的位置关系，当这两个平行截面与底面平行时，这个结论才正确. C 符合圆台定义，故正确. D 错误，通过圆台侧面上一点，只有一条母线. 故本题选 C.

【探究发现】此类题应以圆柱、圆锥、圆台的定义为基础进行判断，同时要结合各种旋转体的结构特征详细地分析，不可粗心大意. 此外还要注意旋转轴的选择，旋转轴不同则得到的旋转体也是不同的.

【随堂巩固 1】下列命题中，不正确的是　　　　（　　）

A. 以矩形的一边所在的直线为旋转轴，其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆柱

B. 以直角三角形的一边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆锥

C. 以直角三角形一条直角边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆锥

D. 以等腰三角形的底边上的高所在直线为旋转轴，其余各边旋转形成的曲面所围成的几何体叫圆锥

互动 2　旋转体的轴截面

【例 2】用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥，截得圆台上下底面半径的比是 1∶4，截去的圆锥的母线长是 3 cm，求圆台的母线长.

【讲解】如图 1-1-2，设圆台的母线长为 l，截得的圆锥底面与原圆锥底面半径分别是 r、$4r$，根据相似三角形的性质得 $\frac{3}{3+l}=\frac{r}{4r}$，解得 $l=9$. 所以圆台的母线长为 9 cm.

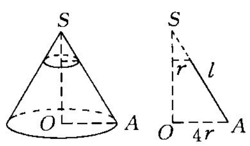


图 1-1-2

【探究发现】旋转体是由平面图形绕定直线旋转一周后所围成的几何体，因此过对称轴的平面与旋转体形成的截面必定是由此平面图形和它关于对称轴的对称图形所构成的. 这个截面常称为旋转体的轴截面. 轴截面联系了旋转体的上下底面的半径、母线等，在解决旋转体计算问题中起一个“中转站”的作用. 圆柱的轴截面为矩形，圆锥的轴截面为等腰三角形，圆台的轴截面为等腰梯形，球体的轴截面为圆.

【随堂巩固 2】在半径为 4 的球面上有三个点 A、B、C，它们在球的轴截面上，且 $\angle ABC=90°$，则 $AC=$________.

题型探究

题型 1　旋转体的概念

【例 1】有下列说法：①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段；②球的直径是球面上任意两点间的连线段；③用一个平面截一个球，得到的是一个圆；④过球心的截面截得的圆半径最大. 则正确命题的序号是____________.

【解析】根据球的有关概念，知①③④是正确命题.

【真知灼见】此类题以考查概念为主，我们要准确地把握各个旋转体的概念，掌握各旋转体的旋转轴是什么，由哪一条边旋转而成的曲面所围成的几何体才是所要的旋转体？

【类题活用 1】下列命题中，错误的是　　　　（　　）

A. 圆柱的轴截面是过母线的截面中面积最大的一个

B. 圆锥的轴截面是所有过顶点的截面中面积最大的一个

C. 圆台的所有平行于底面的截面都是圆

D. 圆锥的所有轴截面是全等的等腰三角形

题型 2　旋转体的辨别

【例 2】如图 1-1-3，画出绕虚线旋转一周后形成的立体图形.

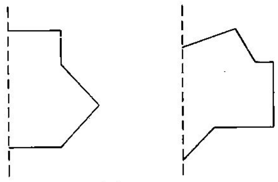


图 1-1-3

【解析】旋转后的图形如图 1-1-4 所示：

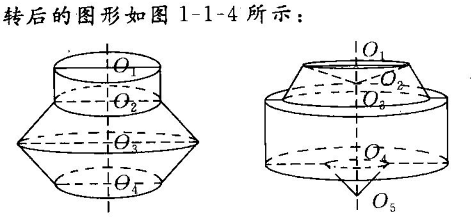


图 1-1-4

【真知灼见】当一个平面图形绕某条直线旋转后会形成一个旋转体，如直角三角形绕其直角边所在直线旋转会形成一个圆锥，矩形绕其一边所在直线旋转会形成一个圆柱，直角梯形绕其垂直于底边的腰所在直线旋转会形成一个圆台，半圆绕其直径所在直线旋转会形成球等.

【类题活用 2】如图 1-1-5，一个直角三角形绕直线 l 旋转会形成一个什么图形？画出所得到的几何体.

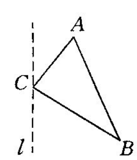


图 1-1-5

题型3　旋转体中的分类讨论

【例3】已知某直角三角形的面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，其中一锐角为30°，以直角三角形的一边为旋转轴所旋转得到的圆锥底面面积是多少？

【解析】不妨假设斜边长为c，则两条直角边的边长为$\frac{1}{2}c$，$\frac{\sqrt{3}}{2}c$，

由面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$得$c=2$，两条直角边的边长为1，$\sqrt{3}$.

若以长度为1的边所在的直线为旋转轴，

则圆锥的底面的面积为$\pi\left(\sqrt{3}\right)^2=3\pi$；

若以长度为$\sqrt{3}$的边所在的直线为旋转轴，则圆锥的底面的面积为π.

【真知灼见】平面封闭图形绕给定的对称轴旋转后可以得到旋转体，同一个平面封闭图形，如果选定不同的对称轴，可以得到不同的旋转体．因此，当对称轴不明确时，要依据对称轴分类讨论．

【类题活用3】已知某矩形的长为4，宽为3，以该矩形的一边为旋转轴旋转形成的圆柱底面的面积是多少？

题型4　与轴截面有关的计算

【例4】圆台的两底面面积分别为π、49π，平行于底面的截面面积的2倍等于两底面面积之和，求圆台的高被截面分成的两线段的比．

【解析】圆台的轴截面如图1-1-6所示，设O、O_1、O_2分别是圆台截面、下底面和上底面的圆心，由题设，有$O_2B=1$，$O_1C=7$，过点B作$BE\perp DC$于E，则$EC=6$.

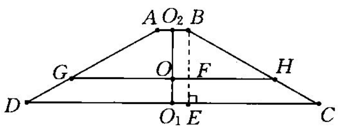


图1-1-6

又$\pi OH^2=\frac{\pi+49\pi}{2}$，所以$OH=5$，则$FH=4$.

因为$\frac{BF}{BE}=\frac{FH}{EC}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，

也就是$\frac{O_2O}{O_2O_1}=\frac{2}{3}$，所以$\frac{OO_1}{OO_2}=\frac{1}{2}$，

即圆台的高被截面所截成的两线段的比为1∶2.

【真知灼见】圆台的轴截面为等腰梯形，圆台的高、上下底面的半径均“集中”在这个直角梯形中，这样就可以把空间问题通过轴截面转化为平面问题．平面问题的处理：一方面可以将等腰梯形补为等腰三角形（如图1-1-7），另一方面也可以利用等腰梯形的高将上底和下底化归到一个直角三角形中．

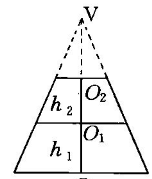


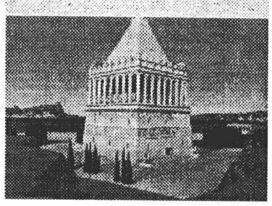
图1-1-7

【类题活用4】把一个圆锥截成圆台，已知圆台的上、下底面半径的比是1∶4，母线长为10 cm．求圆锥的母线长．

第2课时　简单多面体

课标导思

情景导思



古埃及的金字塔你一定知道，它是世界十大奇迹之一，可是你知道毛索洛斯墓庙吗？毛索洛斯墓庙也是世界十大奇迹之一，它位于哈利卡纳索斯，在土耳其的西南方，底部建筑为长方形，面积是1 200平方米，高45米，其中墩座墙高20米，柱高12米，金字塔高7米，最顶部的马车雕像高6米．建筑物被墩座墙围住，旁边以石像作装饰．从形状和外观上，毛索洛斯墓庙是我们即将学到的几种简单多面体的组合，让我们开始走上探索简单多面体的旅程吧！

课标要求

1. 认识棱柱、棱锥、棱台的结构特征；
2. 能够运用棱柱、棱锥、棱台的结构特征描述现实生活中简单物体的结构

自主探究

1. 多面体

(1)若干个平面多边形围成的几何体叫作________.

2. 棱柱

(1)两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形(除两个平行平面外)的公共边都互相平行,这些面围成的几何体叫作________.两个________的面叫作棱柱的底面,其余各面叫作________,两个面的公共边叫作________,其中两个________的公共边叫作棱柱的侧棱,底面多边形与侧面的公共顶点叫作________.与两个底面都垂直的直线夹在两底面之间的线段叫作棱柱的________.

(2)侧棱垂直于底面的棱柱叫作直棱柱,底面是正多边形的直棱柱叫作正棱柱.棱柱的底面可以是三角形、四边形、五边形等,则对应的棱柱称为三棱柱、四棱柱、五棱柱等.如图1-1-8,可以分别记为棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$,棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$,棱柱 $ABCDE\text{-}A_1B_1C_1D_1E_1$ 等.

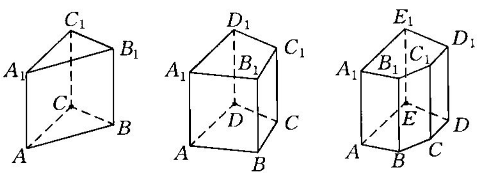


图 1-1-8

(3)棱柱有如下的性质:①侧棱都________;②侧面都是________四边形;③两个底面与平行于底面的截面是________的多边形;④对角面是________四边形.

(4)如图 1-1-9,有三个几何体,其中是棱柱的为________.

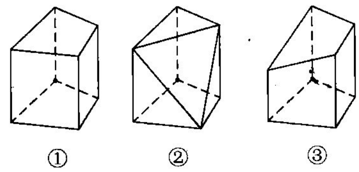


图 1-1-9

3. 棱锥、棱台

(1)有一个面是多边形,其余各面是有一个公共顶点的三角形,这些面围成的几何体叫作________.这个多边形叫作棱锥的________,其余各面叫作棱锥的________,相邻两侧面的公共边称为棱锥的________,过顶点做底面的垂线,顶点与垂足之间的线段长称为棱锥的________.

(2)正棱锥的底面为________,且各侧面为________的等腰三角形,侧面底边上的高称为正棱锥的________.

(3)用一个平行于底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫作________.原棱锥的底面和截面叫作棱台的________,其他的面叫作棱台的________,相邻侧面的公共边叫作棱台的________.与两个底面都垂直的直线夹在两底面之间的线段叫作棱台的________.由________截得的棱台叫作正棱台.正棱台的侧面为全等的________,侧面底边上的高称为正棱台的________.

(4)底面是三角形、四边形、五边形、…的棱锥依次叫作________、________、________、…,四面体就是________.

(5)棱锥至少有________条边,至少有________个顶点.

互动课堂

互动1 简单多面体的概念

【例1】有四个性质:(1)两底面相似;(2)侧面都是梯形;(3)侧棱长都相等;(4)侧棱延长后交于一点.其中棱台不具有的性质是________.

【讲解】用平行于棱锥底面的平面截棱锥,可以得到一个棱台,所以侧棱延长后必定交于一点,这个点就是棱锥的顶点.由于截面平行于底面,所以棱台的上下底面必定相似,而且侧面也是梯形,所以棱台不具有的性质是(3).

【探究发现】棱柱、棱锥、棱台是三种简单多面体,当棱柱的上底面变化为一个点的时候,我们就得到一个棱锥,再用一个平面去截棱锥,又可以得到棱台.因此考虑棱台的性质,可以把棱台"还原"为棱锥,再考虑相应的性质.

【随堂巩固1】一个多边形沿不平行于多边形所在平面的方向平移一段距离可以形成 ( )

A. 棱锥 B. 棱柱 C. 平面 D. 长方体

互动2 简单多面体的识别

【例2】如图1-1-10所示,画出了7个立体图形.

(1)找出与图②具有相同特征的图形,并说出相同特征是什么;

(2)找出其他具有相同特征的图形,并说出相同特征.

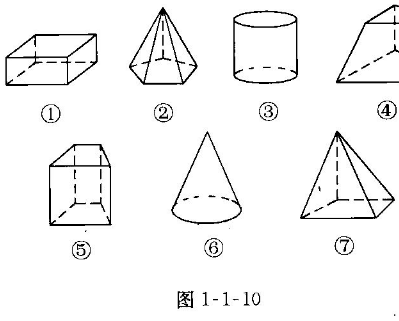


图 1-1-10

【探究发现】几何体类型的判断,主要依据定义,如果是由平面图形旋转而成,则为旋转体;如果是有两个平面全等,其余的面为平行四边形,则为棱柱;如果是有一个面为多边形,其余各面为三角形且共顶点,则为棱锥.

【随堂巩固2】如图1-1-11所示几何体中,棱柱的个数为________.

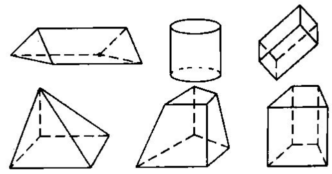


图 1-1-11

【讲解】(1)②为棱锥,⑦和它具有相同的特征,该特征为:围成几何体的面中一个面为多边形,其余的面为三角形.
(2)①和⑤具有相同特征,该特征为:围成几何体的面中有两个面为全等的多边形,其余的面为平行四边形;③⑥具有相同的特征,该特征为:它们可以通过平面图形旋转一周而得到.

互动3 简单多面体的顶点、面、棱的个数

【例3】已知三棱柱有5个面,6个顶点,9条棱;四棱柱有6个面,8个顶点,12条棱;五棱柱有7个面,10个顶点,15条棱;….由此可以推测,n棱柱有多少个面,多少个顶点和多少条棱,你能发现棱柱的面数F、顶点数V和棱数E有什么关系吗?

【讲解】显然,n棱柱有$n+2$个面,其中n个侧面,2个底面;有$2n$个顶点,上下底面各n个;上下底面各n条棱,侧棱共n条,因此棱共有$3n$,观察发现有$V+F-E=2$.

【探究发现】n棱柱的面数F、顶点数V和棱数E满足的等式关系$V+F-E=2$,这个等式关系对简单多面体都成立,这个等式常常称为"欧拉公式".对于n棱锥,面数$F=n+1$,顶点数$V=n+1$,棱的条数$E=n$;对于n棱台,面数$F=n+2$,顶点数$V=2n$,棱的条数$E=3n$,这个棱柱是一致的.

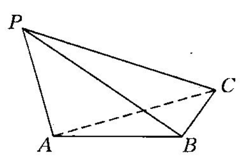
【随堂巩固3】一个棱柱有10个顶点,所有的侧棱长的和为60 cm,则每条棱长为________cm.

题型探究

题型1 概念判断题

【例1】有四个命题:(1)由五个平面围成的多面体只能是四棱锥;(2)棱锥的高线可能在几何体之外;(3)仅有一组对面平行的六面体是棱台;(4)有一个面是多边形,其余各面是共顶点三角形的几何体是棱锥.其中正确命题的个数为________.

【解析】五个平面还可以围成棱台,所以(1)错.如果三棱锥很"斜"(如图1-1-12(1)),则其高线必定在几何体之外,(2)正确.如果一个六面体的侧棱不交于一点,则该六面体必定不是棱台(如图1-1-12(2)),故(3)不正确.(4)就是棱锥的定义.所以正确命题的个数为2.



(1)

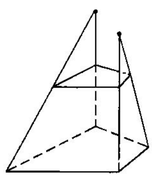

(2)

图1-1-12

【真知灼见】满足条件的几何体的存在性,往往可以通过一些具体的模型来考虑,如(1)中,5个面围成的几何体可以和日常生活中的切蛋糕联系在一起,圆形的蛋糕只需要切三刀就可以得到5个面围成的几何体,不是棱锥;(2)中棱锥,可以用自己的拇指、实指、中指和三个指尖构成一个棱锥;(3)中六面体,可以利用自己的4支长度不同的笔搭出这样的模型.几何体往往是生活中实物的抽象,充分利用这些,可以进一步提高自己的空间想象力.

【类题活用1】观察如图1-1-13所示的几何体,它有特征________,它________(是或不是)正棱锥.

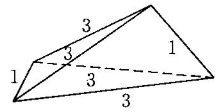


图1-1-13

题型2 棱柱间的相互关系

【例2】设$M=\{$三棱柱$\}$,$N=\{$直三棱柱$\}$,$P=\{$正三棱柱$\}$,则三个集合之间的关系为________.

【解析】直三棱柱是侧棱垂直于底面的三棱柱,而正三棱柱是底面为正三角形的直棱柱.所以P是N的真子集,N是M的真子集.

【真知灼见】棱柱之间的相互关系,从两个角度分析:(1)侧棱和底面的关系;(2)底面多边形的形状.

【类题活用2】$M=\{$四棱柱$\}$,$N=\{$正方体$\}$,$P=\{$长方体$\}$,讨论三个集合之间的关系.

题型3 简单多面体的计算

【例3】正四面体棱长为a,M、N为其两条相对棱的中点,求MN的长.

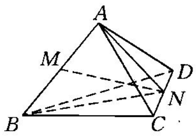


图1-1-14

【解析】如图1-1-14,因为四面体为正四面体,所以$\triangle ACD$和$\triangle BCD$均为等边三角形,而N为中点,所以$AN\perp CD$,AN为CD边上的高,即$AN=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,同理$BN=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,这样$\triangle ABN$为等腰三角形,由M为AB的中点,有$MN\perp AB$,在$\mathrm{Rt}\triangle AMN$中,$AM=\frac{a}{2}$,$AN=\frac{\sqrt{3}a}{2}$,可以得到$MN=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

【真知灼见】简单多面体的计算,主要是长度、角度、面积、体积的计算,长度和角度的计算需要把要求解的长度或角放在一个三角形中,这个三角形的边、角都是已知的或可求的.如果这个三角形的某个边或角不知道,再把这个未知边或角转移到其他三角形中,这也是空间问题平面化的一种方法.

【类题活用3】如图1-1-15,在棱长为2的正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中,$\triangle A_1DC_1$的面积为________.

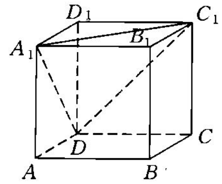
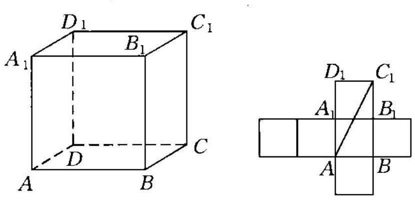


图1-1-15

题型 4　简单多面体表面路程最短问题

【例 4】如图 1-1-16(1)，正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a，一只小蚂蚁沿正方体表面从 A 点爬到 C_1，求小蚂蚁爬过的最短距离.

【解析】小蚂蚁沿正方体表面从 A 点爬到 C_1 点，有 6 个爬的方向. ① 面 ABB_1A_1 → 面 $A_1B_1C_1D_1$；② 面 ABB_1A_1 → 面 BB_1C_1C；③面 ADD_1A_1 → 面 $A_1B_1C_1D_1$；④ 面 ADD_1A_1 → 面 CDD_1C_1；⑤面 $ABCD$→面 CDD_1C_1；⑥面 $ABCD$→BCC_1B_1. 以上四种爬法，最短路程都相等，所以我们只需考虑①，把正方体的表面展成如图 1-1-16(2)所示的平面图形(缩)，则在平面中 A、C_1 两点之间的最短距离为$\sqrt{5}a$.



(1)　　　　(2)

图 1-1-16

【真知灼见】空间几何体表面路径最短问题，通常需要转化为平面问题来处理. 转化的方法通常是将空间几何体的表面在同一平面上展开，表面路径最短问题就可以化为平面上两个点之间的距离问题来处理，这是空间问题平面化的一种手段.

【类题活用 4】如图 1-1-17，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=5$，$BC=4$，$BB_1=3$，P 为线段 A_1B_1 上一点，则 $PA+PC_1$ 的最小值为________.

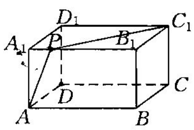


图 1-1-17

§2　直观图

课标导思

情景导思

世界上有很多伟大的建筑，如金字塔、罗斯王陵、巴比伦空中花园、法洛斯灯塔、阿提密斯神殿、罗得斯岛及宙斯神像等. 在它们被建成之前，都必须经过精心的设计，你一定非常想知道，人们是如何设计它们的，如何在一张张的平面图纸上反映一个非常复杂的空间结构呢？直观图将为你揭开谜团.

课标要求

1. 能用斜二测画法画出水平放置的平面图形的直观图；

2. 能用斜二测画法画出基本几何体的直观图.

自主探究

1. 直观图

(1)用来表示空间几何体的平面图形称为该几何体的直观图. 有一个几何体的直观图如图 1-2-1所示，则它所表示的几何体为________.

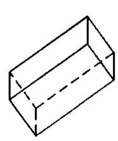


图 1-2-1

2. 斜二测画法

(1)斜二测画法主要用来画水平放置的平面图形或空间几何体的直观图，其主要步骤为：

①在已知图形中建立________. 画直观图时，它们分别对应 x'轴和 y'轴，使 $\angle x'O'y'=$________，它们确定的平面表示________.

②已知图形中平行于 x 轴或平行于 y 轴的线段，在直观图中分别画成________于 x'轴和 y'轴的线段；

③已知图形中平行于 x 轴的线段，在直观图中保持________；平行于 y 轴的线段，长度为________________.

(2)平面图形用其直观图表示时，一般来说，直线的平行关系________，点的共线关系________，线的共点关系________；角的大小________，有些线段的长度也发生了变化.(空格处填变化或不变化)

(3)正方形的直观图是________.

互动课堂

互动1　水平放置的平面图形的直观图

【例1】用斜二测画法画出水平放置的正五边形的直观图.

【讲解】(1)如图1-2-2所示,在已知正五边形$ABCDE$中,取中心O为原点,对称轴FA为y轴,过点O与y轴垂直的是x轴,分别过B、E作$GB\parallel y$轴、$HE\parallel y$轴,与x轴分别交于点G、B,画对应的轴$O'x'$、$O'y'$,使$\angle x'O'y'=45°$;

(2)如图1-2-3所示,以点O'为中点,在x'轴上取$G'H'=GH$,分别过G'、H'在x'轴的上方作$G'B'\parallel y'$轴,使$G'B'=\frac{1}{2}GB$;作$H'E'\parallel y'$轴,使$H'E'=\frac{1}{2}HE$;在y'轴的点O'上方取$O'A'=\frac{1}{2}OA$,在点O'下方取$O'F'=\frac{1}{2}OF$,并且以点F'为中点,画$C'D'\parallel x'$轴,且使$C'D'=CD$;

(3)连结$A'B'$、$B'C'$、$C'D'$、$D'E'$、$E'A'$所得五边形$A'B'C'D'E'$就是正五边形$ABCDE$的直观图,如图1-2-4所示.

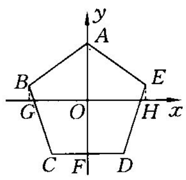


图1-2-2

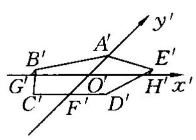


图1-2-3

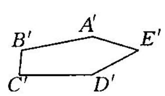


图1-2-4

【探究发现】画直观图时,首先观察原图形是否具有某种对称性,在原图形中选择一些对称位置建立好直角坐标系.建立的坐标系不同,画出的直观图也不同.画直观图对于不平行于轴的线段,可通过确定端点的办法来解决:过与坐标轴不平行的线段的端点作坐标轴的平行线段,再借助于所作平行线段确定端点在直观图中的位置,有了端点在直观图中的位置,一切问题便可迎刃而解,最后连点成图,去掉直观图中辅助的点或线,即可得到水平放置的平面图形的直观图.

【随堂巩固1】画出水平放置的正方形的直观图.

互动2　基本几何体的直观图

【例2】已知一个正四棱台的上底面边长为2 cm,下底面边长为6 cm,高为4 cm,用斜二测画法画出此正四棱台的直观图.

【讲解】(1)画轴.以底面正方形$ABCD$的中心为坐标原点,画x轴、y轴、z轴,三轴相交于O,使$\angle xOy=45°$,$\angle xOz=90°$.

(2)画下底面.以O为中点,在x轴上取线段EF,使得$EF=AB=6$ cm,在y轴上取线段GH,使得$GH=\frac{1}{2}AB$,再过G、H分别作$AB\parallel EF$、$CD\parallel EF$,且使得CD的中点为H,AB的中点为G,这样就得到了正四棱台的下底面$ABCD$的直观图.

(3)画上底面.在z轴上截取线段$OO_1=4$ cm,过O_1点作$O_1x'\parallel Ox$,$O_1y'\parallel Oy$,使$\angle x'O_1y'=45°$,建立坐标系$x'O_1y'$,在$x'O_1y'$中重复(2)的步骤画出上底面的直观图$A_1B_1C_1D_1$.

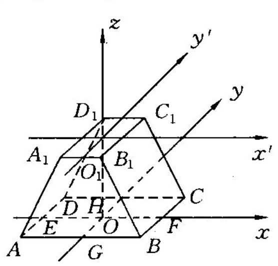


图1-2-5

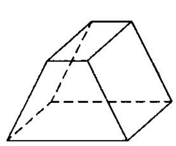


图1-2-6

(4)连结B_1C_1、A_1D_1,再连结AA_1、BB_1、CC_1、DD_1,得到的图形就是所求的正四棱台的直观图.

【探究发现】用斜二测画法画空间图形的直观图时,通常要建立三条轴x轴、y轴、z轴,它们相交于一点O,且$\angle xOy=45°$,$\angle xOz=90°$.空间几何体的底面作图与水平放置的平面图形一样即"水平长不变,垂直长减半".对于不平行于轴的线段,解决方法和画水平放置的平面图形一样,只要确定线段的端点在直观图中的位置.

【随堂巩固2】用斜二测画法画出棱长为2 cm的正方体的直观图.

题型探究

题型 1 斜二测画法的理解

【例 1】利用斜二测画法得到的:①三角形的直观图是三角形;②平行四边形的直观图是平行四边形;③菱形的直观图是菱形;④正方形的直观图是正方形.其中正确的说法有________个.

【解析】菱形、正方形的直观图是平行四边形,所以正确的说法共有 2 个.

【真知灼见】斜二测画法实际上是一种图形变换的方式,它保持了原图形中点线的关联关系和平行关系,所以三角形的直观图仍为三角形,平行四边形的直观图仍为平行四边形.但它不能保持线段长度的不变和角的不变,如正方形的直观图可以是一个内角为 45°的平行四边形,直角在直观图中变化为 45°或 135°的角,角发生了变化,因此菱形的直观图不再是菱形.

【类题活用 1】有下列关于斜二测画法画直观图的 4 个说法:①水平放置的矩形的直观图是平行四边形;②水平放置的等边三角形的直观图仍是等边三角形;③几何体的直观图的长、宽、高的比例与原几何体的长、宽、高的比例相同;④在画直观图时,由于选轴不同,所画直观图可能不同.其中正确的说法是________.

题型 2 由直观图画水平放置的平面图形

【例 2】图 1-2-7 为一个平面图形的直观图,请画出它的实际形状.

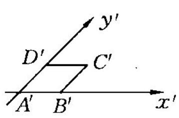


图 1-2-7

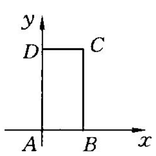


图 1-2-8

【解析】在图 1-2-7 中建立坐标系 $x'Ay'$,再建立一个平面直角坐标系,如图 1-2-8 所示.在 x 轴上截取线段 $AB=A'B'$,在 y 轴上截取线段 AD,使 $AD=2A'D'$.过 B 作 $BC\,/\!/\,AD$,过 D 作 $CD\,/\!/\,AB$,与 BC 交于点 C,则四边形 $ABCD$ 即为 $A'B'C'D'$ 的实际图形.

【真知灼见】给出直观图来研究原图形,逆向运用斜二测画法规则,更要求我们具有逆向思维的能力.画法关键之处同样是关键点的确定,逆向的规则为"水平长不变,垂直长增倍",注意平行于 y 轴的即为垂直.

【类题活用 2】如图 1-2-9 中"斜二测"直观图所示的平面图形是________.

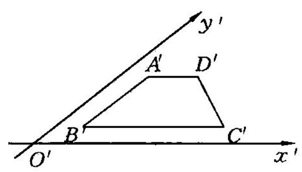


图 1-2-9

题型 3 直观图的复原

【例 3】一个三角形用斜二测画法画出来是一个正三角形,请画出原三角形.

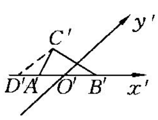


图 1-2-10

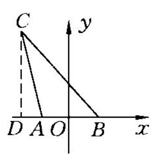


图 1-2-11

【解析】如图 1-2-10,以 AB 的中点 O' 为原点建立坐标系 $x'O'y'$,再建立一个平面直角坐标系,如图 1-2-11 所示.在 x 轴上截取线段 $AO=A'O'$,$BO=B'O'$,过 C' 作 $C'D'\,/\!/\,y'$ 轴交 x' 轴于 D',在 x 轴上截取线段 $DO=D'O'$,过 D 作垂直于 x 的直线,在该直线的上方截取线段 $CD=2C'D'$,连 AC、BC,则 $\triangle ABC$ 即为 $\triangle A'B'C'$ 的实际图形.

【真知灼见】平面图形中线段的长度和角在其直观图中会发生变化,因此面积的大小也会发生变化.通过逆用斜二测画法即"水平长不变,垂直长增倍",探求直观图与原平面图形之间线段、角、面积的变化关系.

【类题活用 3】如图 1-2-12 所示为水平放置的 $\triangle OAB$ 的直观图,由图判断原三角形中 AB、OD、BD 由小到大的顺序为________.

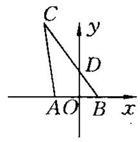


图 1-2-12

§3　三视图

第1课时　简单组合体的三视图

课标导思

情景导思

苏轼的诗《题西林壁》,想必同学们都能倒背如流:横看成岭侧成峰,远近高低各不同.不识庐山真面目,只缘身在此山中.

山还是那座山,景还是那片景."横看成岭侧成峰"说明从不同的角度看同一物体视觉的效果可能不同,要比较真实反映出物体,我们必须从多角度观察物体.其实,在生活中,我们看一样东西也有类似的体验,下面我们来探究物体的"三视图".

课标要求

1.能识别简单几何体的三视图,学会作简单几何体的三视图;

2.经历"从不同的方向观察物体"的活动,培养学生的空间想象能力,体会立体图形和平面图形间的转化关系,渗透应用数学的意识.

自主探究

1.三视图

(1)在初中,我们学习了基本几何体的主视图、俯视图和左视图,这三种图形称为几何体的________.

(2)三视图的主视图、俯视图、左视图分别是从物体的______、______、______看到的物体轮廓线的正投影组成的平面图形.

(3)有一个几何体的①主视图;②左视图;③前视图;④俯视图,其中不属于三视图的是________.(填写序号)

2.画三视图的规则

(1)先确定主视、俯视、左视的方向,同一物体放置的位置不同,所画的三视图可能不同.

(2)一个物体的三视图的排列规则是:俯视图放在主视图的____,长度与主视图一样,左视图放在主视图的____,高度与主视图一样,宽度与俯视图的宽度一样;

(3)记忆口诀:长对正,高平齐,宽相等;主左一样________,主俯一样________,俯左一样________.

(4)在视图中,被挡住的轮廓线画成____,尺寸线用细实线标出;d表示直径,R表示半径;单位不注明时按mm计.

(5)有如下几何体:①球;②正四面体;③正棱台.若该几何体无论如何放置,其三视图都是一样的,则这样的几何体为________.(填写序号)

互动课堂

互动1　三视图中的虚线和实线

【例1】如图1-3-1所示,判断其中两个物体的三视图是否有误,如存在错误请指出并加以改正.

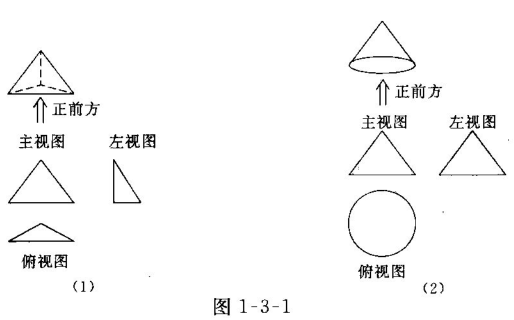


图1-3-1

【探究发现】几何体的三视图中线的虚实会反映不同的几何形体,因此我们在画几何体的三视图时,看不到的棱要画成虚线,看得到的棱要画成实线.

【随堂巩固1】如图1-3-2所示的四棱锥,其主视图为　(　　)

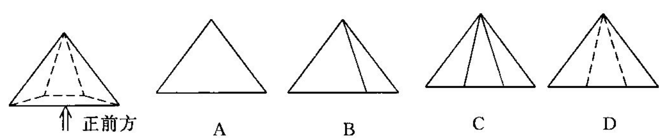


图1-3-2