21世纪高职高专公共课系列教材

高等数学

（上册）

GAODENG SHUXUE

主　编/王桂珍

山东人民出版社

高等数学

（上册）

主　　编：王桂珍
副 主 编：陶晓军　郝兆兰　陈　俊
参编人员：（按姓氏笔画为序）
王　莉　杨法峰　李淑珍
范　萍　赵　勇　侯志强
晁储军　梁　峰　彭　岩
董学红

山东人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/王桂珍，王洪龄主编．—济南：山东人民出版社，2009.9

ISBN 978-7-209-04882-8

Ⅰ.高… Ⅱ.①王…②王… Ⅲ.高等数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 159401 号

责任编辑:周云龙　袁丽娟

封面设计:祝玉华

高等数学

王桂珍　王洪龄　主编

山东出版集团

山东人民出版社出版发行

社　址:济南市经九路胜利大街 39 号　　邮　编:250001

网　址:http://www.sd-book.com.cn

发行部:(0531)82098027 82098028

新华书店经销

青岛星球印刷有限公司印装

规　格　16 开(184mm×260mm)

印　张　20

字　数　440 千字

版　次　2009 年 9 月第 1 版

印　次　2009 年 9 月第 1 次

ISBN 978-7-209-04882-8

定　价　30.50 元(上下册)

前言

本教材是山东省21世纪高职高专公共课系列教材之一，旨在适应高职高专的教学和人才培养目标的需要，贯彻国家关于课程和教材建设的文件精神，注重内容和体系的创新，追求质量上的突破，编出特色，打造品牌.

进入21世纪，随着数学研究的深入及信息化步伐的加快、计算机的普及、高职高专教学条件的不断改善，社会对高等职业技术人才的数学及信息技术能力的要求也越来越高. 为了满足社会对高等职业技术人才的要求，高职高专高等数学课程不仅要让学生所学的数学知识“必需、够用”，还需让学生“会用”. 因此，本教材在编写时着力于数学思想方法的阐述，注重运用现代数学计算技术，把数学软件 Matlab6.5 渗透到教学之中，利用其强大的运算功能来简化数学计算，既降低了学习的难度，又节省了教学时数，还激发了学生的学习兴趣.

本教材在应用方面力求实现新突破，努力扩展数学基础课的应用空间，以符合高职高专教育培养应用型人才的目标和要求，并着力培养学生的实践和创新能力.

本教材共10章，分上、下两册出版，每册五章：第一章函数极限与连续，第二章导数与微分，第三章中值定理导数的应用，第四章不定积分，第五章定积分及其应用，第六章空间解析几何，第七章多元函数微分学，第八章重积分，第九章微分方程，第十章无穷级数. 讲授本教材全部内容，建议教学时数至少128学时.

本教材的编写得到了泰山职业技术学院、枣庄职业技术学院等学校领导和教师的支持和帮助，在此致以深深的谢意. 同时，本教材的出版也得到了山东人民出版社领导及编辑的大力支持，特别是周云龙编辑为本教材的出版付出了辛勤的劳动，在此一并表示感谢.

编者对本教材的编写做出了最大的努力，但由于水平与经验有限，不当之处在所难免，敬请广大读者批评指正.

编　者

目录

第一章

函数　极限与连续

《高等数学》是以函数为主要对象，研究变量及变量间依赖关系的一门数学课程，它的内容包括一元及多元函数微积分、空间解析几何、无穷级数和微分方程．其研究方法主要应用极限法．本章将介绍函数极限与连续的基本知识，为今后的学习打下一定的基础．

1.1 函　数

一、函数的概念

函数是描述变量间相互依赖关系的一种数学模型.

在自然现象或社会现象中，往往同时存在多个不断变化的量，这些量并不是孤立变化的，而是相互联系并遵循一定规律的，函数就是描述这种联系的一个法则. 例如，从静止状态自由下落的物体，落下的距离 s 与下落的时间 t 的平方成正比，变量 s 与 t 之间的相互依赖关系由数学模型 $s=\frac{1}{2}gt^2$ 给定（g 是重力加速度），等等. 这正是函数概念所表达的思想意义.

定义 1　设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于每一个数 $x\in D$，变量 y 按照一定的对应法则 f，总有确定的数值与之对应，则称 y 为 x 的函数，记为 $y=f(x)$.

其中 x 叫自变量，y 叫因变量，数集 D 叫做函数的定义域.

当 x 在定义域内取得一个值 x_0 时，对应的函数值记作 $f(x_0)$. 函数值的全体组成的数集称为函数的值域.

函数 $y=f(x)$ 中表示对应关系的记号 f 也可以改用其他字母. 例如，英文字母“g”、“h”、“F”、“G”或希腊字母“φ”、“ψ” 等等，这时函数就记作 $y=g(x)$、$y=h(x)$、$y=F(x)$、$y=G(x)$、$y=\varphi(x)$、$y=\psi(x)$，等等.

在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的. 在数学中，有时不考虑函数的实际意义，而抽象地研究用算式表达的函数. 这时我们约定：函数的定义域就是自变量所取的使算式有意义的一切实数组成的数集.

如果自变量在定义域内任取一个数值时，对应的函数值只有唯一的一个，则称这种函数为单值函数；否则称这种函数为多值函数. 本课程所讨论的函数如无特别说明均指单值函数.

构成函数的三个基本要素是：定义域、值域和对应法则，其中定义域和对应法则是确定一个函数的两要素.

例 1　求函数 $y=\sqrt{9-x^2}$ 的定义域.

解：要使函数有意义，必须且只需

$$9-x^2\geqslant 0,$$

解得：

$$-3\leqslant x\leqslant 3,$$

故所求函数的定义域为 $D=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 3\}$.

例 2　求函数 $y=\ln(x^2-1)+\arcsin\frac{2x-1}{7}$ 的定义域.

解：要使函数有意义，必须且只需

$$\begin{cases} x^2-1>0, \\ \left|\dfrac{2x-1}{7}\right| \leqslant 1. \end{cases}$$

解得：$-3\leqslant x<-1$ 或 $1<x\leqslant 4$，

故所求函数的定义域为 $D=[-3,-1)\cup(1,4]$.

二、函数的表示法

实际应用中，函数的具体表示法有很多种，我们比较常用的有：解析法、表格法和图示法.

1. 解析法（或称公式法）

用数学式子来表示因变量与自变量的关系，这种表示函数的方法称为解析法. 数学上常用这种方法.

这种方法的优点是便于理论分析和研究，缺点是不直观，而且许多问题中函数往往难于用解析法来表示.

如 $y=x$，$y=3x^2+5x-1$，$S=\pi R^2$ 等，都是以解析法表示的.

在用解析法表示函数时，经常遇到下面一种特殊的函数——分段函数.

两个变量之间的函数关系有的要用两个或两个以上的数学式子来表达，即对一个函数，在其定义域的不同部分用不同数学式子来表达，通常称这种函数为分段函数.

例 3　设分段函数 $f(x)=\begin{cases} x-1, & -1\leqslant x<0, \\ 0, & x=0, \\ 2^x, & x>0. \end{cases}$ 求：(1) 定义域；(2) $f(-1)$，$f(0)$，$f(1)$.

解：这是用三个数学式子表示的一个分段函数，$x=0$ 是其分段点，如图 1-1.

(1) 分段函数的定义域是各段自变量取值范围之总和，依题意得定义域为 $[-1,+\infty)$.

(2) 该函数的对应法则是：若自变量 x 在区间 $[-1,0)$ 内取值，则相对应的函数值用 $y=x-1$ 计算；若 x 取 0，则对应的函数值是 $y=0$；若 x 在区间 $(0,+\infty)$ 内取值，则对应的函数值用 $y=2^x$ 计算.

由上述对应法则，得

$f(-1)=(x-1)|_{x=-1}=-2$，

$f(0)=0$，

$f(1)=2^x|_{x=1}=2$.

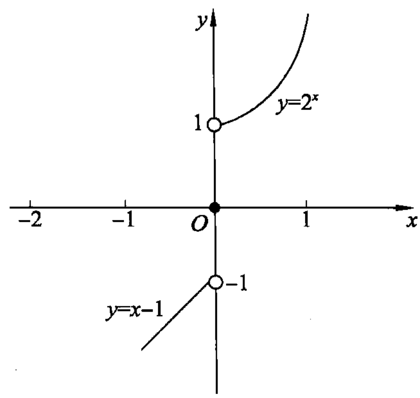


图 1-1

例 4　函数 $f(x)=\begin{cases} 1, & x>0, \\ 0, & x=0, \\ -1, & x<0. \end{cases}$ 该函数的对应法则为：

当 x 在 $(0,+\infty)$ 内取值时，对应的函数值等于 1；

当 $x=0$ 时，对应的函数值等于 0；

当 x 在 $(-\infty,0)$ 内取值时，对应的函数值等于 -1.

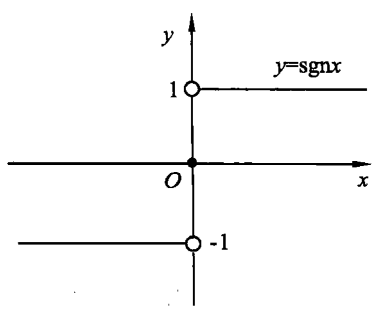


图 1-2

我们把这个函数称为符号函数(如图 1-2),记作 $\operatorname{sgn}x$.

2. 表格法

把自变量所取的值和对应的因变量的值列成表,这种表示函数的方法叫表格法.

这种方法的优点是简单明了,由自变量的值可查到因变量的值.缺点是不直观,而且表中所列值往往不完全,不能完整地表示函数.

例 5 为了了解全国人口情况,国家统计局先后组织五次人口普查,山东省在五次普查中的人口数如表 1-1:

表 1-1

年份 n	1953	1964	1982	1990	2000
人口数 Q(万人)	4888	5552	7442	8439	9079

上表表示了年份 n 与人口数 Q 之间的函数关系. n 每取定表中列出的一个值,就有唯一确定的 Q 值与之对应.

数学用表等都是用表格法来表示函数.

3. 图示法

以图形表示函数的方法叫图示法.这种方法在工程技术中的应用较多.

优点是直观形象,能清楚地看到函数的变化趋势,缺点是不能获得准确的函数值和进行精确的理论分析.

例 6 在气象观测站,气温自动记录仪把某一天的气温变化描绘在记录纸上,如图 1-3 所示的曲线.对于一昼夜内每一时刻 t,都有唯一确定的温度 T 与之相对应.

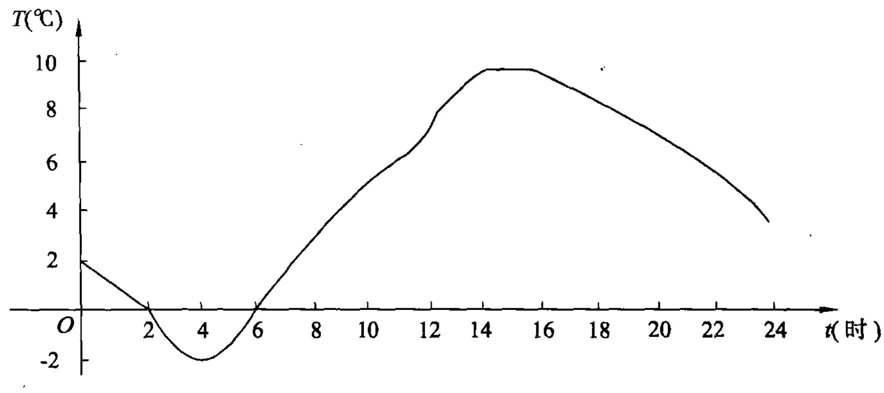


图 1-3

另外,还有些函数无法用解析法、表格法或图示法表示,只能用言语来描述.

例如定义在 $\mathbf{R}$ 上的狄利克雷函数 $D(x)=\begin{cases}1, & \text{当 } x \text{ 为有理数},\\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数}.\end{cases}$

三、反函数

定义 2 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,值域为 M,如果对值域 M 中的任意一个 y,都能由 $y=f(x)$ 确定 D 中唯一一个 x 与之对应,由此得到的以 y 为自变量的函数叫做 $y=f(x)$ 的反函数,记作 $x=f^{-1}(y)$, $y\in M$.

我们习惯上,用 x 表示自变量,y 表示因变量,所以将函数 $x=f^{-1}(y)(y\in M)$ 表示为 $y=f^{-1}(x)(x\in M)$.

由定义可知,函数 $y=f(x)$ 的定义域和值域分别是其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域和定义域.

例 7 求下列函数的反函数:

(1) $y=\frac{1}{3}x(x\in\mathbf{R})$;

(2) $y=e^{x+1}(x\in\mathbf{R})$;

(3) $y=\sqrt{x}-1(x\geqslant 0)$.

解:(1) 由 $y=\frac{1}{3}x$ 得 $x=3y$,

将 x 与 y 互换,得 $y=3x$,

所以 $y=\frac{1}{3}x(x\in\mathbf{R})$ 的反函数是 $y=3x(x\in\mathbf{R})$.

(2) 由 $y=e^{x+1}$ 得 $x=\ln y-1$,

将 x 与 y 互换,得 $y=\ln x-1$,

所以 $y=e^{x+1}(x\in\mathbf{R})$ 的反函数是 $y=\ln x-1(x>0)$.

(3) 由 $y=\sqrt{x}-1$ 得 $x=(y+1)^2$,

将 x 与 y 互换,得 $y=(x+1)^2$,

所以 $y=\sqrt{x}-1(x\geqslant 0)$ 的反函数是 $y=(x+1)^2(x\geqslant -1)$.

在同一直角坐标系下,函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图形是同一条曲线,而函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是关于直线 $y=x$ 对称的,如图 1-4.

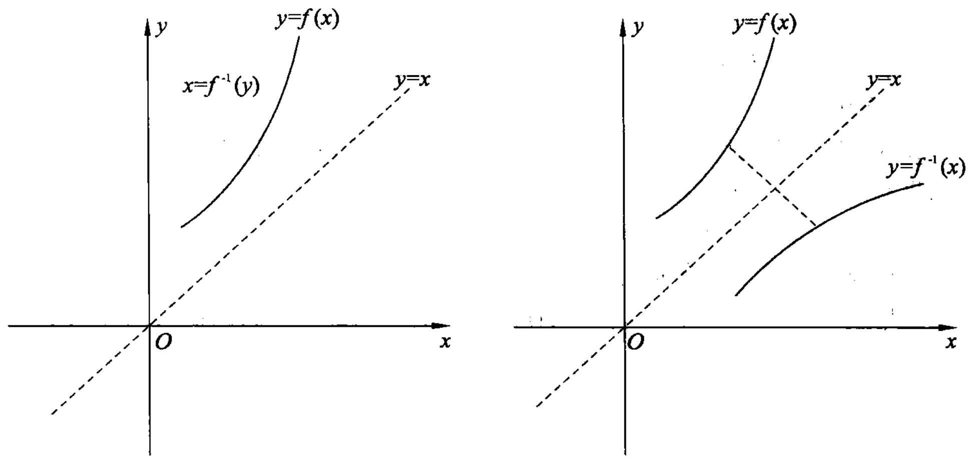


图 1-4

四、函数的基本性态

1. 单调性

定义 3 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,区间 $I\subset D$,如果对于 I 上的任意两点 x_1 及

x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

(1) $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间上 I 是单调增加的；

(2) $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间上是单调减少的.

单调增加的函数和单调减少的函数统称为单调函数. 若 $y=f(x)$ 在区间 I 上是单调函数，则称 I 是该函数的单调区间.

沿着 x 轴的正方向看，单调增加函数的图形是一条上升的曲线，如图 1-5；单调减少函数的图形是一条下降的曲线，如图 1-6.

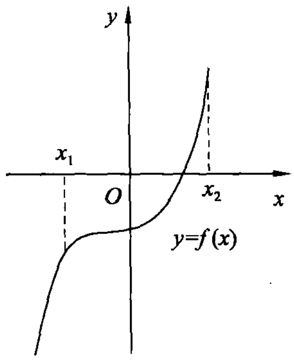


图 1-5

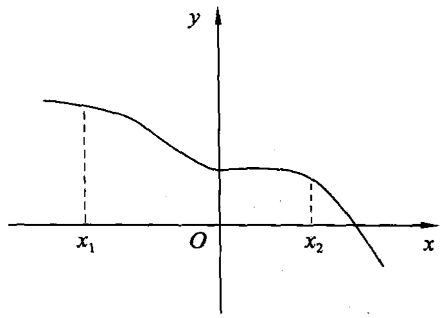


图 1-6

例 8 证明函数 $y=2x-3$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内是单调增加的.

证明：用单调函数的定义判断函数的单调性，应先在给定的区间内任取两个自变量的值，然后比较对应函数值的大小.

在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内任取两点 $x_1<x_2$，于是

$f(x_1)-f(x_2)=(2x_1-3)-(2x_2-3)=2(x_1-x_2)<0$，

即 $f(x_1)<f(x_2)$，

所以 $y=3x-2$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内是单调增加的.

2. 奇偶性

定义 4 设有定义域关于原点对称的函数 $y=f(x)$，对于定义域中的任何 x，

如果有 $f(-x)=f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为偶函数；

如果有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $y=f(x)$ 为奇函数.

否则称 $y=f(x)$ 为非奇非偶函数.

从图形上看，奇函数的图形关于坐标原点对称，如图 1-7；偶函数的图形关于 y 轴对称，如图 1-8.

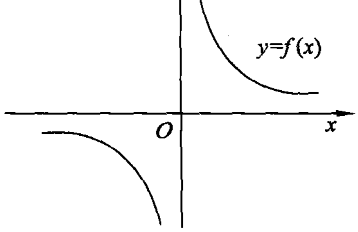


图 1-7

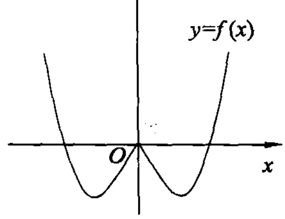


图 1-8

例 9　判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=2x^4+3x^2+1$；

(2) $f(x)=x^3+\cos x$.

解：用奇偶函数的定义判断函数的奇偶性，应先算出 $f(-x)$，然后与 $f(x)$ 对照.

(1) 函数的定义域是 $(-\infty,+\infty)$. 对任意的 x，有

$f(-x)=2(-x)^4+3(-x)^2+1=2x^4+3x^2+1=f(x)$，

所以 $f(x)=2x^4+3x^2+1$ 是偶函数.

(2) 函数的定义域是 $(-\infty,+\infty)$. 对任意的 x，有

$f(-x)=(-x)^3+\cos(-x)=-x^3+\cos x$.

由于 $f(-x)\neq -f(x)$，且 $f(-x)\neq f(x)$，

所以 $f(x)=x^3+\cos x$ 是非奇非偶函数.

3. 有界性

定义 5　设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义，如果存在正数 M，使得当 x 在 D 内取任何值时，均有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则称函数 $y=f(x)$ 在 D 上是有界的. 如果不存在这样的 M，则称函数 $y=f(x)$ 在 D 上是无界的.

函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有界的几何意义是：曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内被限制在 $y=M$ 和 $y=-M$ 两条直线之间，如图 1-9.

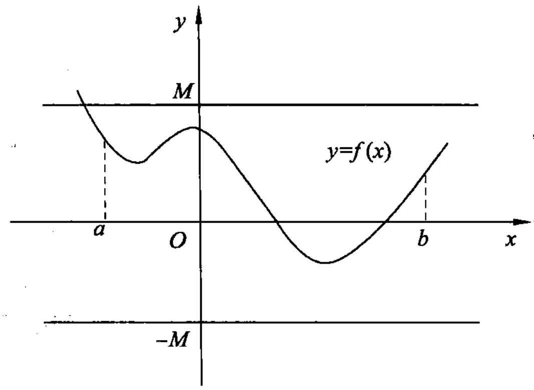


图 1-9

不难验证，函数 $y=\arctan x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界函数，而 $y=\tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 内是无界函数，函数 $y=\frac{1}{x}$ 在 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 上有界，而在 $(0,1]$ 内是无界的.

读者也要注意到，根据定义，有界函数的界往往是不唯一的.

4. 周期性

定义 6　设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，若存在常数 T，使得对任一 $x\in D$，都有 $f(x+T)=f(x)$，则称函数 $y=f(x)$ 是定义在 D 上以 T 为周期的周期函数.

若 T 是函数的一个周期，则 $\pm 2T,\pm 3T,\cdots$ 也都是它的周期. 通常我们称周期中的最小正周期为周期函数的周期.

周期为 T 的周期函数，在长度为 T 的各个区间上，其函数的图形有相同的形状. 对正弦函数 $y=\sin x$，在长度为 2π 的各个区间上，其图形的形状显然是相同的.

例 10　求函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期.

解：$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$

$=A\sin[(\omega x+\varphi)+2\pi]$

$=A\sin\left[\omega\left(x+\frac{2\pi}{\omega}\right)+\varphi\right]$

$=f\left(x+\frac{2\pi}{\omega}\right)$

由此可知，$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期是 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}$.

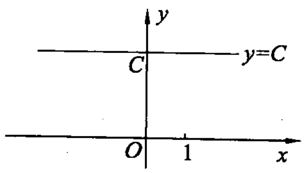
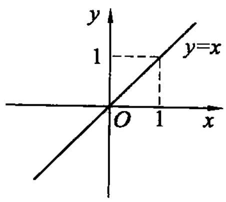
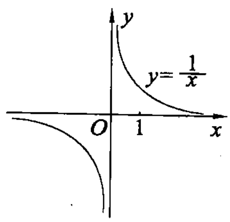
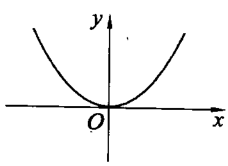
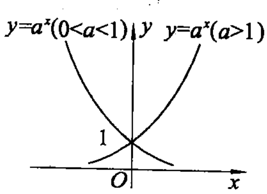
研究函数的周期性的好处在于，如果知道一个函数的周期，则由周期性可推知其在整个定义域的性质.

五、初等函数

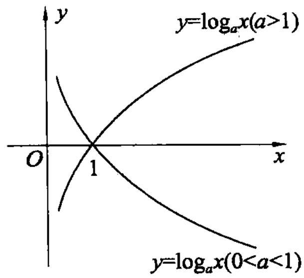
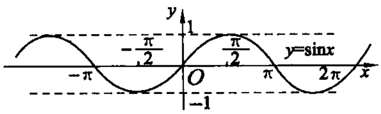
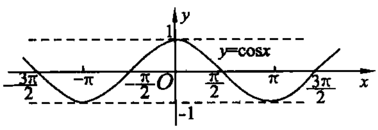
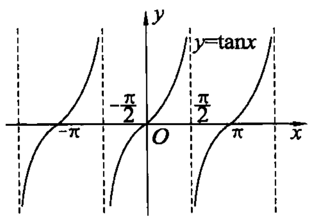
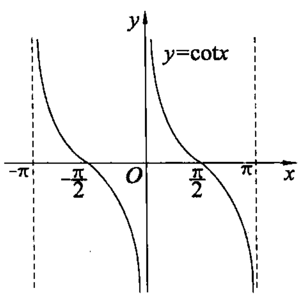
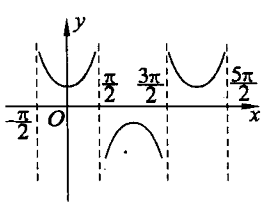
1. 基本初等函数

我们在中学阶段学过的六种函数，统称为基本初等函数，如表 1-2.

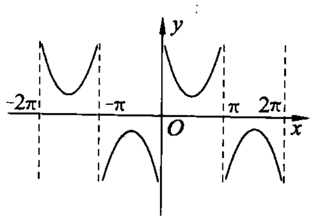
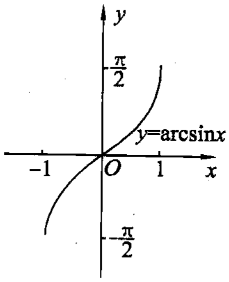
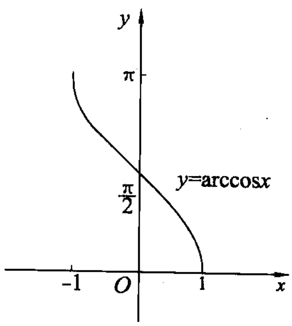
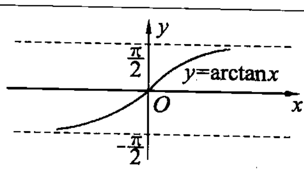
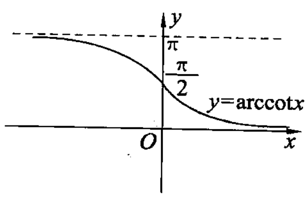
表 1-2

<table>
<tr><th>函数名称</th><th colspan="2">函数表达式</th><th>函数图形</th><th>简单性质</th></tr>
<tr><td>常值函数</td><td colspan="2">$y=C$</td><td>
</td><td>过 $(0,C)$ 点，平行于 x 轴
偶函数</td></tr>
<tr><td rowspan="3">幂函数</td><td rowspan="3">$y=x^\alpha$（α 为任意实数）</td><td>$y=x$</td><td>
</td><td>$x\in(-\infty,+\infty)$
$y\in(-\infty,+\infty)$
奇函数</td></tr>
<tr><td>$y=\dfrac{1}{x}$</td><td>
</td><td>$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$
$y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$
奇函数</td></tr>
<tr><td>$y=x^2$</td><td>
</td><td>$x\in(-\infty,+\infty)$
$y\in[0,+\infty)$
偶函数</td></tr>
<tr><td>指数函数</td><td colspan="2">$y=a^x$
（$a>0$ 且 $a\neq1$）</td><td>
</td><td>$x\in(-\infty,+\infty)$
$y\in(0,+\infty)$
非奇非偶函数　无界</td></tr>
</table>

续表

函数名称	函数表达式	函数图形	简单性质
对数函数	$y=\log_a x$ ($a>0$ 且 $a\neq1$)		$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$ 非奇非偶函数　无界
三角函数	$y=\sin x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$ 奇函数　有界
	$y=\cos x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$ 偶函数　有界
	$y=\tan x$		$\left\{x\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$ $y\in(-\infty,+\infty)$ 奇函数　无界
	$y=\cot x$		$\{x\mid x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$ $y\in(-\infty,+\infty)$ 奇函数　无界
	$y=\sec x$		$\left\{x\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$ $y\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ 偶函数　无界

续表

函数名称	函数表达式	函数图形	简单性质
三角函数	$y=\csc x$		$\{x \mid x\neq k\pi, k\in \mathbf{Z}\}$ $y\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$ 奇函数　无界
反三角函数	$y=\arcsin x$		$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 奇函数　有界
	$y=\arccos x$		$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$ 非奇非偶函数　有界
	$y=\arctan x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 奇函数　有界
	$y=\operatorname{arccot} x$		$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$ 非奇非偶函数　有界

熟练掌握上述函数的形式与图形，对学好今后的知识是大有益处的.

2. 复合函数

定义 7 设有函数 $y=f(u)$、$u=\varphi(x)$，若 $u=\varphi(x)$ 的值域包含在 $y=f(u)$ 的定义域内，则 y 也是 x 的函数，我们称这个函数为由 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 复合而成的函数，简称复合函数，记作 $y=f[\varphi(x)]$. 通常称 $f(u)$ 是外层函数，称 $\varphi(x)$ 是内层函数，称 u 为中间变量.

复合函数不仅可由两个函数复合而成，也可以由多个函数相继进行复合而成.

需要指出，不是任何两个函数都能构成复合函数. 按定义 7 中所给的两个函数，只有当内层函数 $u=\varphi(x)$ 的值域与外层函数 $y=f(u)$ 的定义域的交集非空时，这两个函数才能复合成复合函数 $y=f[\varphi(x)]$.

例如，函数 $y=\arcsin u$，定义域 $u\in[-1,1]$，值域 $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，

$u=2+x^2$，定义域 $x\in(-\infty,+\infty)$，值域 $u\in[2,+\infty)$，

虽然能写成 $y=\arcsin(2+x^2)$，但它却无意义. 因为内层函数 $u=2+x^2$ 的值域$[2,+\infty)$与外层函数 $y=\arcsin u$ 的定义域$[-1,1]$的交集为空集.

复合函数的本质就是一个函数. 为了研究函数的需要，今后经常要将一个给定的函数看成是由若干个基本初等函数复合而成的形式，从而把它分解成若干个基本初等函数.

正确分析复合函数的复合过程，是正确求解复合函数的导数、微分和积分的关键.

例 11 指出下列函数的复合过程：

(1) $y=e^{x^2}$；

(2) $y=\tan x^{\frac{1}{3}}$；

(3) $y=\ln\sin\sqrt{x}$.

解：(1) 外层是指数函数 $y=e^u$，内层是幂函数 $u=x^2$，

所以 $y=e^{x^2}$ 是由 $y=e^u$ 和 $u=x^2$ 复合而成的.

(2) 外层是正切函数 $y=\tan u$，内层是幂函数 $u=x^{\frac{1}{3}}$，

所以 $y=\tan x^{\frac{1}{3}}$ 是由 $y=\tan u$ 和 $u=x^{\frac{1}{3}}$ 复合而成的.

(3) 外层是对数函数 $y=\ln u$，次外层是正弦函数 $u=\sin v$，内层是幂函数 $v=\sqrt{x}$，所以 $y=\ln\sin\sqrt{x}$ 是由 $y=\ln u$、$u=\sin v$ 和 $v=\sqrt{x}$ 复合而成的.

3. 初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的复合所构成的，并能用一个数学式子表示的函数叫做初等函数. 例如函数 $y=A\sin(\omega t+\varphi_0)$、$y=\ln(x+\sqrt{x^2-1})$、$y=\sqrt{e^{2x}-5^x+\arcsin^3 x}$ 等等都是初等函数.

初等函数的构成既有函数的四则运算，又有函数的复合运算；我们必须掌握把初等函数按基本初等函数的四则运算和复合形式分解.

本课程研究的函数，主要是初等函数.

注意：分段函数一般不是初等函数，读者在学习过程中应加以注意.

例 12 将函数 $y=\ln(e^x+\sqrt{1+e^x})$ 按基本初等函数的复合与四则运算形式分解.

解：令 $y=\ln u$，则 $u=e^x+\sqrt{v}$，$v=1+e^x$，