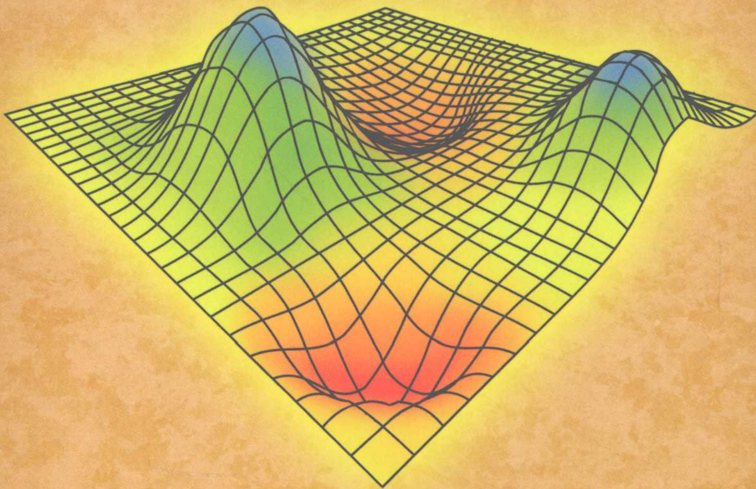
TURING 图灵数学·统计学丛书 39

WILEY



Elementary Numerical Analysis

数值分析导论

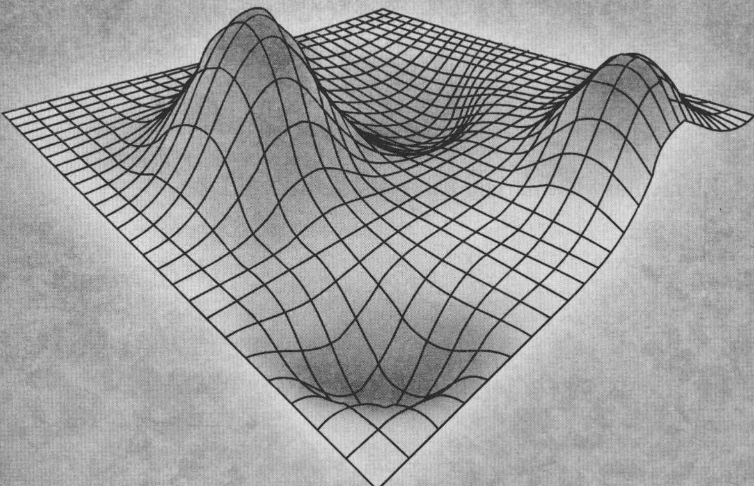
（第3版）

[美] Kendall Atkinson 著
[中] 韩渭敏
王国荣 徐兆亮 孙劼 译

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING 图灵数学·统计学丛书 39

WILEY



Elementary Numerical Analysis

数值分析导论

（第3版）

[美] Kendall Atkinson
[中] 韩渭敏 著

王国荣 徐兆亮 孙劼 译

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

数值分析导论：第 3 版/（美）阿特金森（Atkinson, K.），韩渭敏著；王国荣，徐兆亮，孙劼译. —北京：人民邮电出版社，2009. 10

(图灵数学 · 统计学丛书)

书名原文：Elementary Numerical Analysis, Third Edition

ISBN 978-7-115-21391-4

I. 数… II. ①阿…②韩…③王…④徐…⑤孙… III. 数值计算 IV. O 241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 157625 号

内 容 提 要

本书是一本数值分析的入门教材，出自两位著名的数值分析学家，被美国多所大学用作教材. 全书包括 9 章，涉及方程的求解，插值与逼近，数值积分与微分，线性方程组的解等较初级的内容，以及最小二乘数据拟合、本征值问题、非线性方程组等较高级主题. 书中有大量 MATLAB 程序，并在附录中介绍了 MATLAB. 本书习题丰富，书后还附有习题参考答案，有利于初学者自学.

本书可作为高等院校数学、工程等各理工科专业本科生的数值分析教材，也可供有关领域的研究人员和工作人员参考.

图灵数学 · 统计学丛书

数值分析导论（第 3 版）

◆ 著　[美] Kendall Atkinson　[中] 韩渭敏
译　王国荣　徐兆亮　孙　劼
责任编辑　明永玲

◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061　电子函件 315@ptpress.com.cn
网址：http://www.ptpress.com.cn
北京铭成印刷有限公司印刷

◆ 开本：700×1000 1/16
印张：29.5
字数：576 千字　2009 年 10 月第 1 版
印数：1–3 000 册　2009 年 10 月北京第 1 次印刷

著作权合同登记号　图字：01-2009-4229 号

ISBN 978-7-115-21391-4

定价：69.00 元

读者服务热线：(010)51095186　印装质量热线：(010) 67129223

反盗版热线：(010)67171154

中译本说明

本书中的程序我们用 MATLAB 语言给出. 没有 MATLAB 的读者可考虑用在互联网上能免费得到的 OCTAVE 编程语言. 书中给出的程序以基本的形式出现, 因此能容易被修改成 OCTAVE 程序.

我们热忱地感谢王国荣教授和他的学生徐兆亮教授、孙劼教授将本书译成中文. 对本书能与中国读者见面, 我们感到很高兴与荣幸.

Kendall Atkinson

韩渭敏

2009 年 8 月 25 日于艾奥瓦大学

译者序

美国艾奥瓦大学的 Atkinson 教授和韩渭敏教授合著的《数值分析导论 (第 3 版)》是一本优秀的入门教材. 它涵盖了数值分析课程中大部分标准课题, 不仅适合应用数学和计算数学专业的学生使用, 而且也适合工程技术专业的本科生使用.

本书的目的是使学生对数值分析的一些数值计算方法以及计算过程中的误差概念和理论有初步的了解. 书中给出了大部分算法的 MATLAB 程序, 可避免编写过多的程序, 大大地节省了学生的时间. 同时, 指导学生从网上得到有关的程序及其他的课程材料, 鼓励学生实验性地学习数值方法.

作为一本教材, 它配有许多习题. 有些习题可作为有关理论的进一步说明或深入研究的材料. 其中大多数习题能用计算器或计算机程序完成, 十分利于培养学生的独立思考和动手能力.

本书作者 Atkinson 教授是我的老朋友, 1988~1989 年我作为访问学者在艾奥瓦大学数学系聆听过他的精彩讲课并参加他主持的讨论班, 得到他的许多帮助. 韩渭敏教授是我的新朋友, 当他得知我要翻译本书时, 主动热情地帮助审读译稿, 在内容和文字上提出了许多宝贵的改进意见, 为本书翻译质量的提高作出了重要的贡献. 在此, 我要向他们表示衷心的感谢.

本书的翻译工作是由我和我以前的研究生 —— 上海海事大学徐兆亮教授和上海应用技术学院孙劼教授合作完成的. 其中第 3~5 章由徐兆亮翻译, 第 6 章和第 7 章由孙劼翻译, 我负责翻译其余部分并统稿.

本书是应人民邮电出版社图灵公司之邀翻译的, 翻译时间比较紧迫, 译文中难免有不当之处, 欢迎广大读者批评指正.

王国荣

2009 年于上海师范大学

前　言

本书是一本数值分析的入门教材，适合数学和其他理工科专业的大学生使用. 学生应具备的主要的基础知识是一元函数微积分的一学年课程所讲的内容，也要求对计算机有些了解. 本书可用于大学本科生的数值分析课程. 本书最后四章介绍线性代数、常微分方程和偏微分方程的数值方法. 对这些题材的背景知识有所了解是很有用的，当然最后四章也有对这些题材理论方面必要的介绍.

学生选读数值分析课程有各种各样的原因. 某些人在学习其他科目、从事研究工作或者在他们的专业中需要数值分析，另一些人学习它则是为了扩充其科学计算知识. 我们讲授这门课时，给学生设置了几个目标. 首先，他们将对解决数值分析基本问题 (如各章标题所述) 的一些数值方法有初步的了解并能运用；其次，他们将了解误差概念并懂得为什么需要分析和预估误差；第三，他们将逐步积累用计算机实现数值方法的某些经验，这些经验应该包括理解计算机算术运算及其结果.

本书包含数值分析课程中大部分标准主题，而且也探究了本学科的一些重要的基础论题. 其中包括复杂问题用比较简单的问题逼近、算法的构造、迭代法、误差分析、稳定性、渐近误差公式以及机器算术运算的结果. 考虑到课程的层次，重点放在对于问题本身和用于求解这些问题的数值方法的直观理解上. 我们精心选择了例子来帮助加深这种理解，而不仅仅为了说明算法. 我们只在证明足够简单和对结果的直观理解有所帮助时才会给出证明.

关于计算机程序设计，数值分析入门课程中首选的语言是 MATLAB. 附录 D 简要介绍了 MATLAB；而教材中的程序是更深入的例子. 我们鼓励学生修改这些程序并把它们作为编写自己的 MATLAB 程序的模型. 作者讲授这门课程时，还提供一些在线 MATLAB 学习材料的网站链接.

在书中包含MATLAB程序有多种原因. 首先，它们用于说明算法的构造. 其次，可以节省学生的时间，避免他们编写过多的程序，从而有更多时间实践这些数值方法. 毕竟，课程的重心应该是数值分析而不是学习如何编程. 第三，这些程序提供MATLAB语言的例子以及使用MATLAB时一些比较好的程序设计实践的例子. 当然，学生们应该自己编写一些程序. 有些程序可以通过简单修改教材中的一些程序而得到，例如，修改梯形求积法的程序可以得到中点法的程序. 而其他程序则是需要较多原创的. 本书中的所有程序可以从 John Wiley 出版社的网站 `http://www.wiley.com/college/atkinson` 上得到. 我们也提供一个站点`http://www.math.uiowa.edu/ftp/atkinson/ENA_Materials`，其中包括这些程序和其他课

程材料.

除了在书中使用 MATLAB 程序之外，我们还使用图形用户界面 (GUI) 进行实验，让学生仅需使用菜单、查询窗口和按钮就能研究各种论题. 我们已经编写出了其中的好几个，包括用于构造和分析泰勒多项式逼近，求根，既用等距节点又用切比雪夫节点进行多项式插值，以及数值积分. GUI 是使用 MATLAB GUI 开发环境编写的，它们必须在 MATLAB 中运行. 这些 GUI 从上面给出的本书作者网站可以得到，欢迎教师、学生以及使用 GUI 的其他人给我们发来反馈信息.

本书每一节末尾都有一些习题. 习题分为几种类型. 有些习题进一步说明本节中给出的理论结果，其中的大多数能用计算器或简单的计算机程序完成. 其他是为了进一步探究本节的理论性材料，或者拓展其他理论结果. 在某些小节中给出的习题需要相当大的程序量.

与第 2 版相比，第 3 版新增了一章和两小节，并重新组织了内容. 重写了计算机算术运算一节，将重点放在计算机中表示数的 IEEE 浮点形式. 二进制算术运算一节被移到了新的附录 E 中. 新的两节是关于函数的最小二乘逼近的 4.7 节 [包含介绍勒让德 (Legendre) 多项式] 以及关于两点边值问题的 8.8 节. 新增的第 9 章讨论了经典的两个变量的二阶线性偏微分方程的数值方法. 此外，我们改写了教材的其他若干部分，并且增加了例题和许多习题.

用本教材讲授一学期的课程时，我们通常讲授第 1~6 章和第 8 章的大部分内容，第 6 章的线性代数知识可以随时讲，但我们通常留在课程的后半段讲授. 第 4 章中关于多项式插值的知识需要在第 5 章和第 8 章之前讲授. 对一学期的课程而言，本书含有足够多的内容，教师在考虑略去哪些内容时有相当大的回旋余地.

感谢艾奥瓦大学的同事们对教材提出的意见，谢谢 Paul Lorczak 检查了手稿的准确性. 我们要感谢下列审稿人的建议，他们的意见对于第 3 版的写作十分有益：Richard Braun, Prabir Daripa, David Horntrop, Barbara Shabell, John Strain, Jingyi Zhu. 还要感谢 Cymie Wehr 为第 2 版准备的 LATEX 排版，非常之棒. 我们在此基础上写第 3 版，节省了大量时间和精力. 谢谢 Brian Treadway 教我们熟悉 LATEX，他的帮助是无价的. John Wiley 出版公司的员工们始终为本书而努力着，我们也要感谢他们.

Kendall Atkinson

Weimin Han(韩渭敏)

2003 年 5 月于艾奥瓦州艾奥瓦城

目 录

第 1 章　泰勒多项式

数值分析使用的结论与方法来自数学的许多领域, 特别是微积分和线性代数. 本章介绍一个来自微积分的非常有用的工具 —— 泰勒定理. 这个工具对本书中讨论的许多数值方法的形成和理解是十分必要的.

1.1 节引入泰勒多项式作为其他函数近似求值的一个方法; 1.2 节给出求泰勒多项式逼近误差的精确公式 —— 泰勒定理. 最后在 1.3 节中, 我们首先讨论如何求多项式的值, 然后以一个具体的函数为例推导和分析一个可计算的多项式逼近.

代数和微积分的其他有关知识在附录中给出. 附录 A 复习中值定理, 附录 B 复习微积分、代数、几何、三角函数的其他一些内容.

我们可以用多种计算机语言编写程序, 实施本教材中学到的数值方法. 最重要的基本计算机语言是 C、C++、Java 以及 Fortran. 本教材中使用一种高级语言, 用它在求解数学问题实施数值分析过程中更容易处理我们需要的数学结构. 这种语言是 MATLAB, 它广泛使用在各种类型的计算机上. 本教材提供许多 MATLAB 程序的例子, 我们鼓励学生使用这些程序, 并修改它们解决类似的任务. 附录 D 非常简要地介绍 MATLAB, 并列出一些更详尽地介绍 MATLAB 的文献.

1.1　泰勒多项式

在数学中出现的大多数函数 $f(x)$ 都不能用简单的方法精确地求值. 例如, 如果不用计算器或计算机求 $f(x)=\cos x$, e^x 或 $\sqrt{x}$ 的值, 我们就得使用几乎等于 $f(x)$ 并且较容易求值的函数 $\hat{f}(x)$. 最常用的一类近似函数 $\hat{f}(x)$ 是多项式. 它们容易处理并且通常是逼近 $f(x)$ 的有效工具. 另一种相关的函数形式是分段多项式函数, 它也被广泛地使用, 我们将在 4.3 节中研究它.

在多项式中, 使用最广泛的是泰勒多项式. 对具体的问题, 往往有更有效的逼近多项式, 第 4 章将讨论一些这样的多项式. 泰勒多项式相当容易构造, 并且它通常是得到更有效逼近的第一步. 泰勒多项式在多个数学领域中都很重要.

设 $f(x)$ 表示一个给定的函数, 例如 e^x, $\sin x$ 或 $\ln(x)$. 假定 $f(x)$ 在 $x=a$ 及其附近有定义, 则在 $x=a$ 处的泰勒多项式模拟 $f(x)$ 在点 $x=a$ 的性态, 并在接近于 a 的点 x 上几乎等于 $f(x)$.

举一个具体的例子, 求线性多项式 $p_1(x)$, 使其满足

$$\begin{aligned} p_1(a) &= f(a) \\ p_1'(a) &= f'(a) \end{aligned} \tag{1.1}$$

容易验证, 多项式由

$$p_1(x) = f(a) + (x-a)f'(a) \tag{1.2}$$

唯一确定. $y = p_1(x)$ 的图像是 $y = f(x)$ 在 $x = a$ 处的切线.

例 1.1.1　设 $f(x) = \mathrm{e}^x$ 且 $a = 0$, 则

$$p_1(x) = 1 + x$$

f 和 p_1 的图像在图 1-1 中给出. 注意, 当 x 接近于 0 时, e^x 近似地为 $p_1(x)$. ■

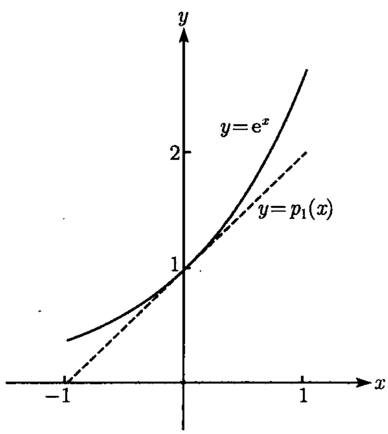


图 1-1　线性泰勒逼近

继续这样的构造过程, 考虑求一个在 $x = a$ 附近逼近 $f(x)$ 的二次多项式 $p_2(x)$. 因为在二次多项式公式中有三个系数, 比如说,

$$p_2(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$$

自然需要利用关于 $p_2(x)$ 的三个条件决定它们. 为较好地模仿 $f(x)$ 在 $x = a$ 处的性态, 要求

$$\begin{aligned} p_2(a) &= f(a) \\ p_2'(a) &= f'(a) \\ f_2''(a) &= f''(a) \end{aligned} \tag{1.3}$$

可以检验, 公式

$$p_2(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{1}{2}(x-a)^2 f''(a) \tag{1.4}$$

满足这些条件.

例 1.1.2 继续前面的例子, 考虑 $f(x)=\mathrm{e}^x$ 和 $a=0$, 我们有

$$p_2(x)=1+x+\frac{1}{2}x^2$$

函数 e^x, $p_1(x)$ 和 $p_2(x)$ 的对比可见图 1-2. ■

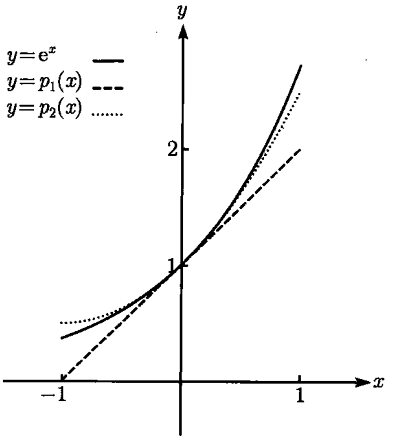


图 1-2 线性逼近和二次泰勒逼近

我们可以继续模拟 $f(x)$ 在 $x=a$ 处的性态. 设 $p_n(x)$ 是一个 n 次多项式, 满足

$$p_n^{(j)}(a)=f^{(j)}(a), \quad j=0,1,\cdots,n \tag{1.5}$$

其中 $f^{(j)}(x)$ 是 $f(x)$ 的 j 阶导数. 可以验证

$$\begin{aligned} p_n(x) &= f(a)+(x-a)f'(a)+\frac{(x-a)^2}{2!}f''(a)+\cdots+\frac{(x-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) \\ &= \sum_{j=0}^{n}\frac{(x-a)^j}{j!}f^{(j)}(a) \end{aligned} \tag{1.6}$$

在公式中, $f^{(0)}(a)=f(a)$, 而且

$$j!=\begin{cases} 1, & j=0 \\ j(j-1)\cdots(2)(1), & j=1,2,3,4,\cdots \end{cases}$$

称为 "j 阶乘". 如果在 (1.6) 中需要明确地表明与点 a 有关, 就把它记作 $p_n(x;a)$. (1.6) 中的多项式 $p_n(x)$ 称为函数 $f(x)$ 在近似点 a 处的 n 次的泰勒多项式. [注: 若 $f^{(n)}(a)=0$, 则多项式 $p_n(x)$ 的实际次数小于 n.]

例 1.1.3 仍考虑 $f(x)=\mathrm{e}^x$ 和 $a=0$. 则

$$f^{(j)}(x)=\mathrm{e}^x,\quad f^{(j)}(0)=1,\quad 对一切\quad j\geqslant 0$$

于是

$$p_n(x)=1+x+\frac{1}{2!}x^2+\cdots+\frac{1}{n!}x^n=\sum_{j=0}^{n}\frac{x^j}{j!} \tag{1.7}$$

表 1-1 包括 $[-1,1]$ 中 x 的几个典型值上 $p_1(x)$, $p_2(x)$, $p_3(x)$ 以及 e^x 的值. 对固定的 x, 当次数 n 增加时精度提高. 对固定次数的多项式, 当 x 远离 $a=0$ 时准确度降低. ■

表 1-1 e^x 的泰勒逼近

x	$p_1(x)$	$p_2(x)$	$p_3(x)$	e^x
−1.0	0	0.500	0.333 33	0.367 88
−0.5	0.5	0.625	0.604 17	0.606 53
−0.1	0.9	0.905	0.904 83	0.904 84
0	1.0	1.000	1.000 00	1.000 00
0.1	1.1	1.105	1.105 17	1.105 17
0.5	1.5	1.625	1.645 83	1.648 72
1.0	2.0	2.500	2.666 67	2.718 28

例 1.1.4 设 $f(x)=\mathrm{e}^x$, 且设点 a 是一个任意点, 不一定是 0. 则

$$f^{(j)}(x)=\mathrm{e}^x,\quad f^{(j)}(a)=\mathrm{e}^a,\quad 对一切\quad j\geqslant 0$$

因此

$$p_n(x;a)=\mathrm{e}^a\left[1+(x-a)+\frac{1}{2!}(x-a)^2+\cdots+\frac{1}{n!}(x-a)^n\right]=\mathrm{e}^a\sum_{j=0}^{n}\frac{(x-a)^j}{j!}$$

例如,

$$p_n(x;1)=\mathrm{e}^1\sum_{j=0}^{n}\frac{(x-1)^j}{j!} \tag{1.8}$$

多项式 $p_n(x;1)$ 当 $x\approx 1$ 时最准确; (1.7) 给出的多项式 $p_n(x;0)$ 当 $x\approx 0$ 时最准确. 作为一个习题, 要求读者对不同的 n 值, 在区间 $[-1,2]$ 上比较 $p_n(x;0)$ 和 $p_n(x;1)$ 的准确度 (参见习题 8). ■

注记 本书中使用两个符号表示 “近似地等于”. 符号 “$\approx$” 通常用于近似关系, 例如

$$x\approx 5$$

表示 x 在 5 的附近; 而

$$\mathrm{e}^x\approx 1+x,\quad x\approx 0$$

表示当 x 在 0 的附近时, e^x 近似地为 $1+x$. 符号 "≐" 通常用于数, 如

$$2\pi \doteq 6.283\,2$$

$$\sqrt{168} \doteq 12.961$$

符号 "≐" 通常用于实际的计算误差, 我们试图在用法上前后一致, 但有时并不清楚使用哪一个符号更恰当. ■

例 1.1.5 设 $f(x)=\ln(x)$ 且 $a=1$. 则 $f(1)=\ln(1)=0$, 由归纳法, 对 $j\geqslant 1$,

$$f^{(j)}(x)=(-1)^{j-1}(j-1)!\frac{1}{x^j}$$

$$f^{(j)}(1)=(-1)^{j-1}(j-1)!$$

利用公式 (1.6), 我们得到下列泰勒多项式

$$\begin{aligned} p_n(x) &= (x-1)-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{3}(x-1)^3-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{1}{n}(x-1)^n \\ &= \sum_{j=1}^{n}\frac{(-1)^{j-1}}{j}(x-1)^j \end{aligned} \tag{1.9}$$

$\ln(x)$, $p_1(x)$, $p_2(x)$ 以及 $p_3(x)$ 的图像见图 1-3. ■

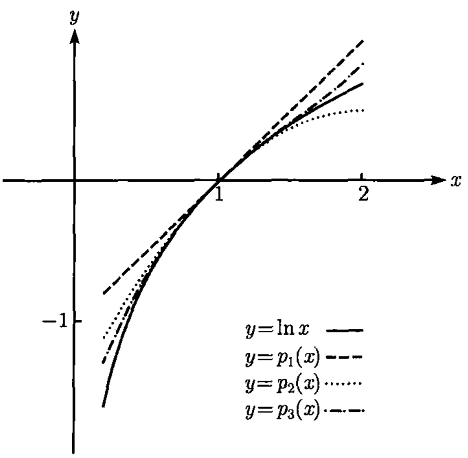


图 1-3 $\ln(x)$ 关于 $x=1$ 的泰勒逼近

本书中, 我们将在适当的地方给出一些数值分析中的一般准则 (general observation).

> **一般准则**
>
> 当不知道求解一个数学问题的直接方法时, 我们就用一个能够计算解的 "相近的问题 (nearby prolem)" 替代它. (1.10)

在本节中, 我们就用多项式求值替代诸如 e^x 这样的函数求值.

MATLAB 程序: 泰勒多项式求值　下面是一个 MATLAB 程序, 它在区间 $[-b,b]$ 上计算若干个泰勒多项式逼近 e^x, 其中 b 的值输入到程序中. 在区间 $[-b,b]$ 内选择的点 x 上, 程序将计算 1 次、2 次、3 次以及 4 次泰勒多项式的值. 以列表形式输出它们各自的计算误差. 既在用户的计算机屏幕上显示又在文件exp_taylor中保留.

```
% TITLE: Evaluate Taylor polynomials for exp(x) about x = 0
%
% This evaluates several Taylor polynomials and their errors
% for increasing degrees.  The particular function being
% approximated is exp(x) on [-b,b].

% Initialize
b = input('Give the number b defining the interval [-b,b] ');
h = b/10;
x = -b:h:b;
max_deg = 4;

% Produce the Taylor coefficients for the function exp(x) when
% expanded about the point a = 0.  The coefficients are stored
% in the array c, which will have length max_deg+1.

c = ones(max_deg+1,1);
fact = 1;
for i = 1:max_deg
  fact = i*fact;
  c(i+1) = 1/fact;
end

% Calculate the Taylor polynomials
p1 = polyeval(x,0,c,1);
p2 = polyeval(x,0,c,2);
p3 = polyeval(x,0,c,3);
p4 = polyeval(x,0,c,4);

% Calculate the errors in the Taylor polynomials
true = exp(x);
err1 = true-p1;
err2 = true-p2;
err3 = true-p3;
err4 = true-p4;

% Print the errors in tabular format
diary exp_taylor
disp('    x       exp(x)      err1      err2      err3      err4')
```

```
for i = 1:length(x)
  fprintf('%7.3f%10.3f%14.3e%14.3e%14.3e%14.3e\n',...
          x(i),true(i),err1(i),err2(i),err3(i),err4(i))
end
diary off
```

上述程序使用下列取名为polyeval的计算多项式的程序. 程序中使用的方法将在 1.3 节中讨论.

```
function value = polyeval(x,alpha,coeff,n);
%
% function value = polyeval(x,alpha,coeff,n)
%
% Evaluate a Taylor polynomial at the points given in x, with
% alpha the point of expansion of the Taylor polynomial, and
% with n the degree of the polynomial.  The coefficients are to
% be given in coeff; and it is assumed there are n+1 entries in
% coeff with coeff(1) the constant term in the polynomial

value = coeff(n+1)*ones(size(x));
z = x-alpha;
for i = n:-1:1
  value = coeff(i) + z.*value;
end
```

习题

1. 利用(1.9), 按表 1-1 的方式比较 $\ln(x)$ 及其 1 次、2 次以及 3 次泰勒多项式, 要求在区间 $[\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$ 中进行.

2. 对下列情形导出线性泰勒多项式和二次泰勒多项式. 画出给定的函数以及它们的泰勒多项式的图像.

(a) $f(x)=\sqrt{x}, a=1$ (b) $f(x)=\sin(x), a=\frac{\pi}{4}$

(c) $f(x)=\mathrm{e}^{\cos(x)}, a=0$ (d) $f(x)=\ln(1+\mathrm{e}^x), a=0$

3. 对下列函数, 利用 $a=0$ 作为逼近点, 导出 n 次泰勒多项式的一般公式.

(a) $1/(1-x)$ (b) $\sin(x)$ (c) $\sqrt{1+x}$

(d) $\cos(x)$ (e) $(1+x)^{\frac{1}{3}}$

4. 函数 $f(x)=\sqrt[3]{x}$ 在 $x=0$ 处有 1 次泰勒多项式逼近吗? 在 $x=1$ 处呢? 解释并验证你的答案.

5. 利用习题 3c 中得到的函数 $f(x)=\sqrt{1+x}$ 的 1 次、2 次和 3 次泰勒多项式, 计算 $\sqrt{0.9},\sqrt{1.1},\sqrt{1.5},\sqrt{2.0}$ 的近似值, 并且把它们与 8 位或多于 8 位的精确值比较.

6. 重复习题 5, 但这次 $f(x)=\sin(x), x=0.01, 0.1, 0.5, 1.0$.

7. 在区间 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上, $a=0$ 处, 比较 $f(x)=\sin(x)$ 与它的 1 次、3 次和 5 次泰勒多项式. 以表 1.1 的方式创建一个表格.

8. 设 $f(x)=\mathrm{e}^x$; 分别回想 $p_n(x;0)$ 和 $p_n(x;1)$ 的公式 (1.7) 和 (1.8). 在区间 $[-1,2]$ 上, 对