CHUANGXIN 2010 FANGAN

求新/求精/求活/求实

创新方案

高三总复习一轮用书

GaoKaoChuangXinFang AnXiLieCongShu

创新永无止境 方案志在

超越

灵感可能仅仅源于一个瞬间
或者一个符号
或某张图片给你的那种久违的激动
而创新方案带给你的不仅仅是灵感的触动
更多的是超越和突破

品质 品位

品牌

数学

（文科）

学生用书

中国青年出版社

责任与激情的呼唤……

创新方案

高三总复习一轮用书

QINGQING GaoSuNi

轻轻告诉你

总有一种景象，在内心深处，勾勒出高效课堂的轮廓。新版创新方案，当它梦幻般呈现在眼前，您心底是否涌起从来未有过的激动？策编名家的独辟见解，原汁原味的课堂在线，教学前沿的原创经典，剑露锋芒的梦想考场，四者完美融合，尽在不动声色中智慧释放……一部经典之作，历经数载洗炼。实用总是相似的，高效却如此稀见。

创新方案，优雅临君！

纵横书海 惟我精彩

本册主编　卢好运

副 主 编　吴选录　胡　鹏

郑承录　苏笃春

高春芝

数学

（文科）

创新永无止境

方案

CHUANGXINFANGAN

只有你 我的眼里

志在共赢

图书在版编目（CIP）数据

创新方案·高三数学.文科/孙翔峰主编.

—北京：中国青年出版社，2009.4

ISBN 978-7-5006-8705-4

Ⅰ.创…　Ⅱ.孙…

Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第034927号

责任编辑：茅红培

中国青年出版社 出版发行

社址：北京东四12条21号　邮政编码：100708

网址：www.cyp.com.cn

编辑部电话：(010)64007781

北京中青人出版物发行有限公司　电话：(010)64017809

山东汶上新华印刷有限公司印刷　新华书店经销

880×1230　1/16　22印张　770千字

2009年4月北京第1版　2009年4月山东第1次印刷

印数：1-30000　定价：43.00元

前言

Foreword

温家宝总理在同济大学向师生们作即席演讲时曾讲到：一个民族有一些关注天空的人，他们才有希望；一个民族只是关心脚下的事情，那是没有未来的。我们的民族是大有希望的民族！他希望同学们经常地仰望天空，学会做人，学会思考，学会知识和技能，做一个关心世界和国家命运的人。现摘录如下作为开篇，与广大学子共勉！

仰望星空

●温家宝

我仰望星空，
它是那样寥廓而深邃；
那无穷的真理，
让我苦苦地求索、追随。

我仰望星空，
它是那样庄严而圣洁；
那凛然的正义，
让我充满热爱、感到敬畏。

我仰望星空，
它是那样自由而宁静；
那博大的胸怀，
让我的心灵栖息、依偎。

我仰望星空，
它是那样壮丽而光辉；
那永恒的炽热，
让我心中燃起希望的烈焰、响起春雷。

致读者 For readers

CHUANGXINFANGAN

"专业性、务实性、创新性"的编写队伍，"快节奏、重过程、看结果"的工作风格和坚持"比别人多想一步"的编写理念铸就了集现代性、实用性、方法性、指导性、同步性于一体的《创新方案》。

创新方案——
按精品的标准塑造自己

"只有钻石可以切割钻石，只有最强可以满足最强"。面对莘莘学子，作为编辑的我们必须强调：创新方案培养的是未来的人，我们所做的不仅是一种产业，而是一种事业，我们要按精品的标准要求自己，塑造自己。我们热爱创新，求异求变，但不随心所欲，脱离方案；我们张扬个性，不囿旧规，但不孤芳自赏，自以为是；我们有远大报负，仰望星空，但不好高骛远，立足基础是我们的底线；我们宏观搞活，体例超前，但微观求准求精，细微之处想周全；我们源于教材，立足课堂，但又高于教材，超越课堂；我们渴望立竿见影，追求高效，但更注重疏导，水到渠成；我们甘于寂寞，苦研知识，但也关注社会，把高考的触角伸向生活；我们为尖子生锦上添花，但更为后进生雪中送炭。总之，《创新方案》融前瞻未来的设计理念于自信血脉中，以堪称完美的编排设计，折服所有挑剔目光。我们自信而来，突破经典，再创经典！

更多 **精彩** 期待与你一起分享

目录

Contents

创新方案 教辅旗舰 CHUANGXINFANGAN

目录 Contents

创新方案 教辅旗舰 CHUANGXINFANGAN

第一章 集合与简易逻辑

第一节 集 合

2010 高考前沿 GAO KAO QIAN YAN

考纲解读

1. 理解集合、子集、补集、交集、并集的概念.
2. 了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义.
3. 掌握有关的术语和符号,并会用它们正确表示一些简单的集合.

考向预测

1. 以选择题、填空题的形式考查集合的交、并、补运算.
2. 以集合为载体,考查函数的定义域、值域以及方程、不等式、曲线间的知识交汇问题.
3. 以考查集合的概念为主,同时考查集合语言和集合思想的运用.

自主探究 Part One 备战高考

考点扫描 CXFA KAO DIAN SAO MIAO

一、集合的基本概念

1. 集合元素的三个特性:________、________、________.
2. 集合的表示法:________、________、________.

二、元素与集合、集合与集合之间的关系

1. 元素与集合的关系有______和________,分别用符号______和______表示.
2. 集合与集合之间的关系有:________、________、________,分别用符号______,______,______表示.

三、集合的运算

交集	$A\cap B=$ ____________
并集	$A\cup B=$ ____________
补集	$\complement_U A=$ ____________

四、集合中的常用运算性质

1. $A\subseteq B$,$B\subseteq A$,则 A ____ B;$A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 A ____ C.
2. $\varnothing\subseteq A$ 且 $A\neq\varnothing$,则 $\varnothing$ ____ A.
3. $A\cap A=$ ____,$A\cap\varnothing=$ ____.
4. $A\cup A=$ ____,$A\cup B$ ____ $B\cup A$,$A\cup\varnothing=$ ____.
5. $A\cap\complement_U A=$ ____,$A\cup\complement_U A=$ ____.
6. $A\cap B$ ____ A ____ $A\cup B$.

五、重要结论

1. n 元集合共有____个子集,其中有____个真子集,____个非空子集.
2. $A\cap B=A\Leftrightarrow$ ________;$A\cup B=A\Leftrightarrow$ ________.
3. $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)$ ____ $(\complement_U B)$;
$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)$ ____ $(\complement_U B)$.

考点自测 CXFA KAO DIAN ZI CE

1. 设全集 $U=\{-2,-1,0,1,2\}$,$A=\{-2,-1,0\}$,$B=\{0,1,2\}$,则$(\complement_U A)\cap B=$ ( )
A. $\{0\}$ B. $\{-2,-1\}$
C. $\{1,2\}$ D. $\{0,1,2\}$
2. 集合 $A=\{x|0\leqslant x<4$ 且 $x\in\mathbf{N}^*\}$的真子集的个数是 ( )
A. 16 B. 15
C. 8 D. 7
3. 已知集合 $M=\{x|\frac{4}{x-4}<0\}$,集合 $N=\{x|x^2-3x+2\geqslant 0\}$,则集合$\{x|x\notin M$ 且 $x\in N\}$为 ( )
A. $\{x|x\geqslant 4\}$ B. $\{x|x>4\}$
C. $\{x|x\geqslant 4$ 或 $x\leqslant 0\}$ D. $\{x|x>4$ 或 $x<0\}$
4. 已知全集 $I=\{1,2,3,4\}$,$A=\{1\}$,$B=\{2,4\}$,则 $A\cup(\complement_I B)$等于________.
5. 设 $M=\{x|x^2-4>0\}$,$N=\{x|x^2-ax\geqslant x-a\}$,若 $M\cap N=M$,则 a 的取值范围是________.

自我校对

考点扫描 一、1. 确定性 互异性 无序性 2. 列举法 描述法 图示法
二、1. 属于 不属于 $\in$ $\notin$ 2. 包含关系 相等关系 不包含关系 $\subseteq$ $=$ $\not\subseteq$
三、$\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$ $\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$ $\{x|x\in U$ 且 $x\notin A\}$

名师在线 Part Two 解密高考

题型1 集合的概念

解决集合概念相关问题常用到集合元素的确定性和互异性，利用元素的互异性，一可以作为解题的依据和突破口解决问题，二可以利用元素的互异性检验所求结果是否正确.

[例1] 设 $a,b\in\mathbf{R}$，集合 $\{1,a+b,a\}=\{0,\frac{b}{a},b\}$. 则 $b-a$ 等于 ( )

A. 1　　B. -1

C. 2　　D. -2

【点拨】 由 $\{1,a+b,a\}=\{0,\frac{b}{a},b\}$ 中的 $\frac{b}{a}$ 可知，$a\neq0$，因此 $a+b=0$，然后利用两集合相等的条件列出方程组，分别求出 a、b 的值即可.

【课堂笔记】

题型2 集合间的关系

处理此类问题一般有两种方法，一是化简集合，从表达式中找两集合的关系，二是利用列举法表示各个集合，从元素中寻找关系. 方法二是解客观题的好方法，但停留在最初的归纳阶段，没有从理论上解决问题，做题时提倡使用第一种方法.

[例2] 已知集合 $M=\{x|x=m+\frac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\}$，

$N=\{x|x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\}$，

$P=\{x|x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\}$，

则 M、N、P 满足的关系是 ( )

A. $M=N\subsetneqq P$　　B. $M\subsetneqq N=P$

C. $M\subsetneqq N\subsetneqq P$　　D. $N\subsetneqq P\subsetneqq M$

【点拨】 对于用描述法给出的集合，要根据元素满足的条件确定集合的范围，再判定集合之间的包含关系.

【课堂笔记】

题型3 集合的运算

解决集合的运算问题，一般先化简集合以确定集合元素，然后借助维恩图、数轴等使问题直观化，使用数轴时需特别注意端点值的取舍.

[例3] 已知集合 $A=\{x|\frac{2x+2}{x-2}<1\}$，$B=\{x|x^2+4x-5>0\}$，$C=\{x||x-m|<1,m\in\mathbf{R}\}$.

(1)求 $A\cap B$；

(2)若 $(A\cap B)\subseteq C$，求 m 的取值范围.

【点拨】 先化简集合 A、B，再进行运算.

【课堂笔记】

互动

不改变例题的已知条件，仅将问题改为(1)求 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B$；(2)若 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B\supseteq C$，求实数 m 的取值范围.

满分样板　集合与其他知识的综合问题

该问题主要是集合与函数、方程、不等式的综合问题，解决这类问题时，既要善于灵活地运用集合的相关知识，又要注意以下两点：

(1)对于含有参数的方程问题，一般需要对参数进行讨论，要特别注意检验集合的元素是否满足"三性"，还要提防遗漏"空集"的情形发生.

(2)解决集合与不等式的问题，应充分利用数轴来解决问题.

[例4] (12分)已知集合 $A=\left\{(x,y)\left|\begin{cases}2x-y+2\geqslant0\\x-2y+1\leqslant0\\x+y-2\leqslant0\end{cases}\right.\right\}$，$B=\{(x,y)|x^2+(y-1)^2\leqslant m\}$，若 $A\subseteq B$，求 m 的取值范围.

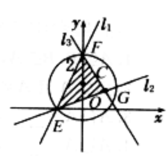
【解】 设 $l_1:2x-y+2=0$，$l_2:x-2y+1=0$，$l_3:x+y-2=0$，且 l_1 与 l_2、l_1 与 l_3、l_2 与 l_3 分别相交于点 E、F、G.

由 $\begin{cases}2x-y+2=0\\x-2y+1=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$，即 $E(-1,0)$，…… (2分)

由 $\begin{cases}2x-y+2=0\\x+y-2=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$，即 $F(0,2)$，………… (4分)

由 $\begin{cases}x-2y+1=0\\x+y-2=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，即 $G(1,1)$，………… (6分)

所以集合 A 表示以点 $(-1,0)$、$(0,2)$、$(1,1)$ 为顶点的三角形 EFG 的内部及边界(如图阴影所示).



当 $m=0$ 时，

集合 $B=\{(0,1)\}$，此时 $A\not\subseteq B$，故 $m\neq0$；

当 $m<0$ 时，$B=\varnothing$，此时 $A\not\subseteq B$，故 $m<0$ 舍去；…………………………………… (8分)

考点扫描 四、1. $=$ $\subseteq$ 2. $\subsetneqq$ 3. A $\varnothing$ 4. A $=$ A 5. $\varnothing$ U 6. $\subseteq$ $\subseteq$

五、1. 2^n 2^n-1 2^n-1 2. $A\subseteq B$ $A\supseteq B$ 3. $\cup$ $\cap$

考点自测 1. C 2. D 3. A 4. $\{1,3\}$ 5. $[-2,2]$

自我校对

当 $m>0$ 时，集合 B 表示以 $C(0,1)$ 为圆心，以 $\sqrt{m}$ 为半径的圆及其内部，此时有

$|CE|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$，

$|CF|=\sqrt{0+1}=1$，

$|CG|=\sqrt{1+0}=1$. ……………………………… (10 分)

因为 $A\subseteq B$，

所以 $\sqrt{m}\geqslant\sqrt{2}$，即 $m\geqslant 2$，

故 m 的取值范围是 $m\geqslant 2$. ……………………… (12 分)

【点评】解答集合问题，必须弄清题目的要求，正确理解各个集合的含义，再对集合进行化简，借助于数轴、韦恩图、曲线等来解决.

活学活用

已知函数 $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ 的定义域是集合 A，函数 $g(x)=\lg[x^2-(2a+1)x+a^2+a]$ 的定义域是集合 B.

(1)求集合 A、B；

(2)若 $A\cup B=B$，求实数 a 的取值范围.

规律总结

把这些方法记起来 在课下的时候 慢慢品味 它会开启 你思维的窗

1. 集合的运算应注意：

(1)勿忘对空集的讨论；

(2)勿忘集合中元素的互异性；

(3)对于集合 A 的补集运算，勿忘 A 必须是全集中的子集；

(4)对于含参数(或待定系数)的集合问题，勿忘对所求数值进行合理取舍.

2. 在集合运算过程中应力求做到"三化".

(1)意义化：即首先分清集合的类型，是表示数集、点集还是图形集；是表示函数的定义域、值域还是方程或不等式的解集；

(2)直观化：借助数轴，直角坐标平面、韦恩图等将有关集合直观地表示出来；

(3)具体化：具体求出相关集合中函数的定义域、值域或方程、不等式的解集等；不能具体求出的，也应力求将相关集合转化为最简单的形式.

沙场练兵 Part Three 笑傲高考

一、选择题

1. (2008 年高考湖南卷)已知 $U=\{2,3,4,5,6,7\}$，$M=\{3,4,5,7\}$，$N=\{2,4,5,6\}$，则 ( )

A. $M\cap N=\{4,6\}$ B. $M\cup N=U$

C. $(\complement_U N)\cup M=U$ D. $(\complement_U M)\cap N=N$

2. (2008 年高考广东卷)第二十九届夏季奥林匹克运动会将于 2008 年 8 月 8 日在北京举行. 若集合 $A=\{$参加北京奥运会比赛的运动员$\}$，集合 $B=\{$参加北京奥运会比赛的男运动员$\}$，集合 $C=\{$参加北京奥运会比赛的女运动员$\}$，则下列关系正确的是 ( )

A. $A\subseteq B$ B. $B\subseteq C$

C. $A\cap B=C$ D. $B\cup C=A$

3. (2008 年高考江西卷)定义集合运算：$A*B=\{z|z=xy,x\in A,y\in B\}$，设 $A=\{1,2\}$，$B=\{0,2\}$，则集合 $A*B$ 的所有元素之和为 ( )

A. 0 B. 2

C. 3 D. 6

4. (2009 年北京丰台区检测)设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，$B=\{a,b\}$，若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B$ 等于 ( )

A. $\{2,5,7\}$ B. $\{-1,2,5\}$

C. $\{1,2,5\}$ D. $\{-7,2,5\}$

5. (2009 年太原重点检测)满足条件 $\varnothing\subsetneqq M\subsetneqq\{0,1,2\}$ 的集合共有 ( )

A. 3 个 B. 6 个

C. 7 个 D. 8 个

6. 已知集合 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{y|y=2^{|x|},x\in\mathbf{R}\}$，集合 $N=\{x|y=\lg(3-x)\}$，则 $(\complement_U M)\cap N=$ ( )

A. $\{t|t\geqslant 3\}$ B. $\{t|t<1\}$

C. $\{t|1\leqslant t<3\}$ D. $\varnothing$

二、填空题

7. (2009 年广东三市联测)定义集合的"减法"：$A-B=\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$，若 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{2,3,5\}$，则 $A-B=$________.

8. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$ 中只有一个元素，则 a 的值为________.

9. 设集合 $A=\{x|2<x<9\}$，$B=\{x|a+1<x<2a-3\}$，若 B 是非空集合，且 $B\subseteq(A\cap B)$，则实数 a 的取值范围是________.

生命因问而精彩 夕阳西下，看衰草连天，游子问：家在何处？大漠荒原，看黄沙飞舞，浪者问：路在何方？浪花滔滔，看大江东去，诗人问：我在哪里？"问"是生活中、生命中最常出现的，无处不在，无时不在，问天问地，问古问今，生命因问而精彩。

三、解答题

10. 设 $A=\{-4,2a-1,a^2\}$，$B=\{9,a-5,1-a\}$．已知 $A\cap B=\{9\}$，求实数 a 的值．

11. 设 $S=\{x|-1\leqslant x\leqslant 7\}$，$A=\{x|0<x<3\}$，$B=\{x|a-2\leqslant x\leqslant a+1\}$，若 $a\in\mathbf{N}^*$，且 $B\subseteq \complement_S A$，求 a 的值．

12. 设集合 $A=\{(x,y)|y=2x-1,x\in\mathbf{N}^*\}$，$B=\{(x,y)|y=ax^2-ax+a,x\in\mathbf{N}^*\}$，问是否存在非零整数 a，使 $A\cap B\neq\varnothing$？若存在，请求出 a 的值；若不存在，说明理由．

创新预测

13. 集合 $S=\{0,1,2,3,4,5\}$，A 是 S 的一个子集，当 $x\in A$ 时，若有 $x-1\notin A$ 且 $x+1\notin A$，则称 x 为 A 的一个"孤立元素"，那么 S 中无"孤立元素"的 4 元子集的个数是（　　）

A. 4 个　　B. 5 个

C. 6 个　　D. 7 个

14. 已知 $M=\{x|(\frac{1}{2})^x<2\}$，$N=\{x|\log_2 x<1\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $\{x|x>-1\}$　　B. $\{x|0<x<2\}$

C. $\{x|-1<x<2\}$　　D. $\{x|x<2\}$

第二节　解绝对值不等式与一元二次不等式

2010 高考前沿 GAO KAO QIAN YAN

◉考纲解读

1. 掌握简单的绝对值不等式的解法．
2. 掌握一元二次不等式的解法．

◉考向预测

1. 以考查绝对值不等式或一元二次不等式的解法为主，兼顾考查集合的交、并、补运算或判断集合间的关系．
2. 给出函数表达式，以求函数定义域为载体考查绝对值不等式或一元二次不等式的解法．

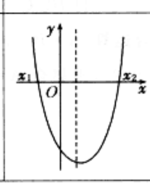
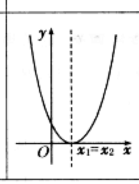
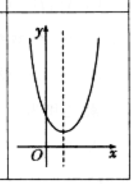
自主探究 Part One 备战高考

考点扫描 CXFA KAO DIAN SAO MIAO

一、含绝对值不等式的解法

结构形式	不等式的解集	结构形式	不等式的解集
$\|x\|<a(a>0)$		$\|f(x)\|<g(x)$	
$\|x\|>a(a>0)$		$\|f(x)\|>g(x)$	

二、一元二次不等式的解集

判别式 $\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 的图象			

自我校对

考点扫描　一、$\{x|-a<x<a\}$　$\{x|-g(x)<f(x)<g(x)\}$　$\{x|x<-a$ 或 $x>a\}$　$\{x|f(x)>g(x)$ 或 $f(x)<-g(x)\}$　二、$\{x|x>x_2$ 或 $x<x_1\}$　$\left\{x\middle| \begin{array}{l} x\in\mathbf{R} \\ 且\ x\neq-\frac{b}{2a}\end{array}\right\}$　$\mathbf{R}$　$\{x|x_1<x<x_2\}$　$\varnothing$　$\varnothing$

判别式 $\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a>0)$的根	$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $(x_1<x_2)$	$x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	无实数根
$ax^2+bx+c>0(a>0)$的解集			
$ax^2+bx+c<0(a>0)$的解集			

三、分式不等式的解法

解分式不等式总的原则是利用不等式的同解原理将其转化为整式不等式(组)求解.

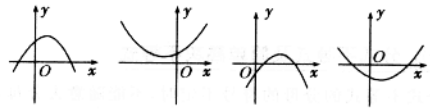
即 $\dfrac{f(x)}{g(x)}\geqslant 0\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\cdot g(x)\geqslant 0\\ g(x)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)>0$ 或$f(x)=0$;

$\dfrac{f(x)}{g(x)}>0\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ g(x)>0\end{cases}$或$\begin{cases}f(x)<0\\ g(x)<0\end{cases}\Leftrightarrow f(x)\cdot g(x)>0.$

考点自测 CXFA KAO DIAN ZI CE

1. 不等式 $x^2>x$ 的解集是　　(　　)
A. $(-\infty,0)$　　B. $(0,1)$
C. $(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

2. 已知函数 $y=ax^2+bx+c$,如果 $a>b>c$,且 $a+b+c=0$,则它的图象只可能是　　(　　)



A　　B　　C　　D

3. 不等式 $2x>|x-1|$ 的解集是　　(　　)
A. $(\frac{1}{3},+\infty)$　　B. $(\frac{1}{3},1]$
C. $[1,+\infty)$　　D. $(\frac{1}{3},1)\cup(1,+\infty)$

4. 对实数 m,有集合 $P=\{m|-1<m<0\}$,$Q=\{m|mx^2+4mx-4<0$,对于任意实数 x 恒成立$\}$,则集合 P 与 Q 的关系是________.

5. 不等式$|3^x-5|<4$ 的解集是________.

名师在线 Part Two 解密高考

题型1　含绝对值不等式的解法

此类不等式中有绝对值符号,解题关键是去掉绝对值符号,转化为普通不等式求解.

去掉绝对值符号的主要途径有:

(1)利用$|x|<a$ 或$|x|>a$ 的结论;

(2)利用绝对值的定义,采取找零点、分区间的方法,分段去掉绝对值符号;

(3)利用两边都是非负数(式)时平方去掉绝对值符号."零点分段"划去绝对值符号为通法;若由数轴上绝对值的几何意义解决,则更为简捷.

[例 1]　解下列关于 x 的不等式:

(1)$|2x+1|+|x-2|>4$;

(2)$1<|2x+1|\leqslant 3$.

【点拨】 (1)题可采取找零点分区间的方法去掉绝对值符号.

(2)题可用$|x|<a$ 或$|x|>a$ 的结论去掉绝对值符号.

【课堂笔记】

题型2　一元二次不等式的解法

解一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(a\neq 0)$的思维过程:

(1)看二次项系数 a 的符号;

(2)看二次方程根的情况;

(3)利用二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象写出解集.

[例 2]　解下列关于 x 的不等式:

(1)$x^2+ax+4>0\ (a\in\mathbf{R})$;

(2)$x^2-(a+\frac{1}{a})x+1<0(0<a<1)$.

【点拨】 第(1)题可通过讨论判别式 Δ 来求解,第(2)题可先分解因式,然后进行讨论.

【课堂笔记】

自我校对

考点自测　1. D　2. D　3. A　4. $P\subsetneqq Q$　5. $\{x|0<x<2\}$

拓展互动

解关于 x 的不等式 $x^2-(a+\frac{1}{a})x+1<0(a\neq0)$.

题型3 分式不等式及简单高次不等式

分式不等式的分母的符号不定时，不能随意去分母，要转化为等价的整式不等式组，高次不等式要用穿根法.

[例3] 解关于 x 的不等式：

$\frac{(x-k)(x+1)}{x-2}\leqslant0(k\in\mathbf{R})$.

【点拨】 原不等式可化为 $\begin{cases}(x-k)(x+1)(x-2)\leqslant0,\\x-2\neq0.\end{cases}$

其根为 $k,-1,2$，要讨论 k 与 $-1,2$ 的大小关系，利用穿根法求解.

【课堂笔记】

满分样板 二次函数、方程、不等式的综合问题

这类问题主要是将一元二次方程的根，一元二次不等式的解集以及二次函数的图象联系起来，解决问题.

[例4] (12分)已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $(-1,0)$，问是否存在常数 a,b,c，使不等式 $x\leqslant f(x)\leqslant\frac{1}{2}(1+x^2)$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都成立？

【解】 假设存在常数 a,b,c 满足题意，

$\because f(x)$ 的图象过点 $(-1,0)$，

$\therefore f(-1)=a-b+c=0$. ①(2分)

又 $\because$ 不等式 $x\leqslant f(x)\leqslant\frac{1}{2}(1+x^2)$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都成立，

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，$1\leqslant f(1)\leqslant\frac{1}{2}(1+1^2)$，

即 $1\leqslant a+b+c\leqslant1$，

$\therefore a+b+c=1$. ②

由①②可得：$a+c=\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$，……………………(4分)

$\therefore f(x)=ax^2+\frac{1}{2}x+(\frac{1}{2}-a)$，……………………(6分)

由 $x\leqslant f(x)\leqslant\frac{1}{2}(1+x^2)$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都成立，得

$x\leqslant ax^2+\frac{1}{2}x+(\frac{1}{2}-a)\leqslant\frac{1}{2}(1+x^2)$ 恒成立，

$\therefore\begin{cases}ax^2-\frac{1}{2}x+(\frac{1}{2}-a)\geqslant0\\(2a-1)x^2+x-2a\leqslant0\end{cases}$ 的解集为 $\mathbf{R}$，……………(8分)

$\therefore\begin{cases}a>0\\\Delta=\frac{1}{4}-4a(\frac{1}{2}-a)\leqslant0\end{cases}$ 且 $\begin{cases}2a-1<0\\\Delta=1+8a(2a-1)\leqslant0\end{cases}$，

即 $\begin{cases}a>0\\(1-4a)^2\leqslant0\end{cases}$ 且 $\begin{cases}a<\frac{1}{2}\\(1-4a)^2\leqslant0\end{cases}$，

$\therefore a=\frac{1}{4},\therefore c=\frac{1}{4}$，……………………(10分)

$\therefore$ 存在常数 $a=\frac{1}{4},b=\frac{1}{2},c=\frac{1}{4}$ 使不等式

$x\leqslant f(x)\leqslant\frac{1}{2}(1+x^2)$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都成立. ……(12分)

【点评】 理解三个"二次"之间的关系：

(1)二次函数的图象与 x 的位置关系，需要研究二次方程的 Δ 的值，分 $\Delta>0,\Delta=0,\Delta<0$ 三种情况讨论；

(2)三个"二次"关系的实质是数形结合思想：

$ax^2+bx+c=0$ 的解 $\xleftrightarrow{对应}$ $y=ax^2+bx+c$ 图象上点 $(x,0)$；

$ax^2+bx+c>0$ 的解 $\xleftrightarrow{对应}$ $y=ax^2+bx+c$ 图象上点 $P(x,y)$，其中 $y>0$，即 x 轴上方的点；

$ax^2+bx+c<0$ 的解 $\xleftrightarrow{对应}$ $y=ax^2+bx+c$ 图象上点 $P(x,y)$，其中 $y<0$，即 x 轴下方的点.

活学活用

已知二次函数 $f(x)$ 的二次项系数为 a，且不等式 $f(x)>-2x$ 的解集为 $(1,3)$.

(1)若方程 $f(x)+6a=0$ 有两个相等的根，求 $f(x)$ 的解析式；

(2)若 $f(x)$ 的最大值为正数，求 a 的取值范围.

规律总结

把这些方法记起来
在课下的时候
慢慢品味
它会开启
你思维的窗

1. 解一元二次不等式时一般化二次项系数为正数，同时注意判别式与因式分解的灵活运用. 甚至与二次函数的图象相结合，注意解集的端点是否在区间内. 特别注意解集为 $\mathbf{R}$ 和 $\varnothing$ 两种特殊情况.

2. 解分式(或高次)不等式使一边为0，转化为不等式(组)，然后用穿根法或列表法，同时注意 x 的系数是否都为正数(若因式出现 $(x-a)^n$ 形式时，要注意 n 的奇偶性对穿根的影响).

3. 在解含参数不等式时要重视两点：一是否需要分类讨论；二若讨论应以什么作为边界. 通常是比较根的大小或用数形结合等方法找出讨论的标准.

沙场练兵 Part Three 笑傲高考

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+6\leqslant 0\}$,集合 $B=\{x||2x-1|>3\}$,则集合 $A\cap B$ 等于 ( )

A. $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$ B. $\{x|2\leqslant x<3\}$

C. $\{x|2<x\leqslant 3\}$ D. $\{x|-1<x<3\}$

2. 不等式 $|2x^2-1|\leqslant 1$ 的解集为 ( )

A. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$ B. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$ D. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 0\}$

3. (2009年福州模拟)不等式 $|x|\cdot(1-2x)>0$ 的解集是 ( )

A. $(-\infty,\frac{1}{2})$ B. $(-\infty,0)\cup(0,\frac{1}{2})$

C. $(\frac{1}{2},+\infty)$ D. $(0,\frac{1}{2})$

4. 不等式 $x^2-ax-b<0$ 的解集为 $\{x|2<x<3\}$,则 $bx^2-ax-1>0$ 的解集为 ( )

A. $\{x|2<x<3\}$ B. $\{x|\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}\}$

C. $\{x|-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}\}$ D. $\{x|-3<x<-2\}$

5. (2008年高考四川非延考区)不等式 $|x^2-x|<2$ 的解集为 ( )

A. $(-1,2)$ B. $(-1,1)$

C. $(-2,1)$ D. $(-2,2)$

6. (2008年高考天津卷)已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2, & x\leqslant 0,\\ -x+2, & x>0,\end{cases}$ 则不等式 $f(x)\geqslant x^2$ 的解集为 ( )

A. $[-1,1]$ B. $[-2,2]$

C. $[-2,1]$ D. $[-1,2]$

二、填空题

7. 不等式 $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{x+1}\leqslant 0$ 的解集是________.

8. 已知不等式 $(k-1)x^2+2x+1\geqslant 0$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,则实数 k 的取值范围是________.

9. 若关于 x 的方程 $x^2+ax+a^2-1=0$ 有一正根和一负根,则 a 的取值范围为________.

三、解答题

10. (2009年重庆抽测)解关于 x 的不等式 $x^2-(a+1)x+a<0$(其中 a 为常数且 $a\in\mathbf{R}$).

11. 记关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x+1}<0$ 的解集为 P,不等式 $|x-1|\leqslant 1$ 的解集为 Q.

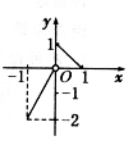
(1)若 $a=3$,求 P;

(2)若 $a>0$,且 $Q\subseteq P$,求实数 a 的取值范围.

12. 已知关于 x 的不等式 $ax^2-2ax-1<0$ 在 $(1,2]$ 上恒成立,求实数 a 的取值范围.

创新预测

13. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[-1,1]$,其图象如图所示,则不等式 $-1\leqslant f^{-1}(x)\leqslant\frac{1}{2}$ 的解集是 ( )



A. $[-1,\frac{1}{2}]$ B. $[-2,\frac{1}{2}]$

C. $[-2,0]\cup[\frac{1}{2},1]$ D. $[-1,0)\cup[\frac{1}{2},1]$

14. 在 $\mathbf{R}$ 上的定义运算 $\odot$:$x\odot y=x(2-y)$,若不等式 $(x+m)\odot x<1$ 对一切实数 x 恒成立,则实数 m 的取值范围是________.

巧语致歉 艾尔弗雷德因诗才而闻名,一天他给一些朋友朗读了自己的一首诗,颇受大家赞赏,但查尔斯说这首诗是从一本书里窃来的,艾尔费雷德非常生气。于是后来查尔斯道歉说:"我承认说错了。本来我以为你的诗是从那本书里窃来的,但我又查了一下,却发现那首诗仍然在那儿。"

之开心篇

第三节　简易逻辑

2010 高考前沿 GAO KAO QIAN YAN

考纲解读

1. 理解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义.
2. 理解四种命题及其相互关系.
3. 掌握充分条件、必要条件及充要条件的意义.

考向预测

1. 以选择题的形式考查充要条件的判断.
2. 以选择题的形式考查四种命题及命题真假的判断.

自主探究 Part One 备战高考

考点扫描 CXFA KAO DIAN SAO MIAO

一、逻辑联结词

1. 命题:可以判断______的语句叫做命题.

2. 逻辑联结词:______________这些词叫做逻辑联结词.

3. 简单命题与复合命题:不含______________的命题叫简单命题;由______________________构成的命题叫做复合命题.

4. 真值表

p	q	p 或 q	p 且 q	非 p
真	真			
真	假			
假	假			
假	真			

二、四种命题

1. 四种命题

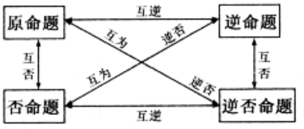
原命题:如果 p,那么 q(或若 p,则 q);

逆命题:______________;

否命题:______________;

逆否命题:______________.

2. 四种命题之间的相互关系



这里,__________与__________、__________与__________是等价命题.

三、充要条件

若 $p\Rightarrow q$,则 p 叫 q 的______条件,q 叫 p 的__________.

若 $p\Leftrightarrow q$,则 p 叫 q 的__________,q 叫 p 的__________.

四、反证法

用反证法证明命题的依据是:原命题与它的逆否命题等价;步骤是:

(1)假设命题的结论不成立,______________________;

(2)从这个假设出发,______________________;

(3)由矛盾判定假设不成立,______________________.

考点自测 CXFA KAO DIAN ZI CE

1. 命题"a、b 都是偶数,则 $a+b$ 是偶数"的逆否命题是 (　　)

A. $a+b$ 是偶数,则 a、b 都是偶数

B. a、b 不都是偶数,则 $a+b$ 不是偶数

C. $a+b$ 不是偶数,则 a、b 都不是偶数

D. $a+b$ 不是偶数,则 a、b 不都是偶数

2. "$x>3$"是"$x^2>4$"的 (　　)

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 命题"p 且 q"与命题"p 或 q"都是假命题,则下列判断正确的是 (　　)

A. 命题"非 p"与"非 q"真假不同

B. 命题"非 p"与"非 q"至多有一个是假命题

C. 命题"非 p"与"q"真假相同

D. 命题"非 p 且非 q"是真命题

4. 命题"若 $a>b$,则 $2^a>2^b-1$"的否命题为________.

5. 已知条件 p:$|x+1|>2$,条件 q:$5x-6>x^2$,则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的__________条件.

自我校对

考点扫描　一、1. 真假　2."或""且""非"　3. 逻辑联结词　简单命题和逻辑联结词

4. 真　真　假　真　假　假　假　假　真　真　假　真

二、1. 若 q,则 p　若 $\neg p$,则 $\neg q$　若 $\neg q$,则 $\neg p$　2. 原命题　逆否命题　逆命题　否命题

名师在线 Part Two 解密高考

题型1 复合命题的构成及其真假判定

1. 复合命题是由简单命题与逻辑联结词“或”、“且”、“非”构成的命题.

2. 复合命题真假的判断通常借助真值表来完成.

［例1］ 指出下列复合命题的构成形式，并判断真假.

(1)点(3,4)既在圆 $x^2+y^2=25$ 的内部，又在圆 $(x-3)^2+(y-3)^2=9$ 的内部；

(2) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ 的四边形 $ABCD$ 不是平行四边形.

【点拨】 判断复合命题的构成形式和真假，关键是搞清构成它的简单命题及其真假.

【课堂笔记】

题型2 四种命题的关系及真假判定

原命题、逆命题、否命题、逆否命题之间的改写，要抓住它们的概念和改写方式，它们的等价关系：两个互为逆否的命题为等价命题(同真同假).

【注意】 否命题和命题的否定不同.

［例2］ 写出下列命题的否命题，并判断原命题以及否命题的真假：

(1)如果 $x>-3$，那么 $x+8>0$；

(2)如果一个三角形的三边条都相等，那么这个三角形的三个角都相等；

(3)矩形的对角线互相平分且相等；

(4)相似三角形是全等三角形.

【点拨】 可先写出每个命题的否命题，再判断真假，也可利用等价命题来判断.

【课堂笔记】

互动

分别写出例题中所给的命题(3)与命题(4)的否定命题、逆命题、逆否命题，并对各自的真假加以判断.

题型3 充分条件、必要条件、充要条件

对具体问题判断时，要注意以下问题：

(1)确定条件是什么，结论是什么；

(2)尝试从条件推结论，结论推条件；

(3)确定条件是结论的什么条件.

［例3］ 指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件(在“充分而不必要条件”、“必要而不充分条件”、“充要条件”、“既不充分又不必要条件”中选出一种作答).

(1)在 $\triangle ABC$ 中，p：$\angle A>\angle B$，q：$BC>AC$；

(2)对于实数 x、y，p：$x+y\neq 8$，q：$x\neq 2$ 或 $y\neq 6$；

(3)在 $\triangle ABC$ 中，p：$\sin A>\sin B$，q：$\tan A>\tan B$；

(4)已知 $x,y\in\mathbf{R}$，p：$(x-1)^2+(y-2)^2=0$，q：$(x-1)(y-2)=0$.

【点拨】 判定 p 是 q 的什么条件，即判断“$p\Rightarrow q$”和“$q\Rightarrow p$”是否成立.

【课堂笔记】

考点扫描　三、充分　必要条件　充要条件　充要条件

四、(1)即假设结论的反面成立　(2)经过推理论证，得出矛盾　(3)从而肯定命题的结论正确

满分样板 反证法

“正难则反”是常用的数学思想方法.当证明一个否定性命题、带有至多(少)等词的命题的真假较为困难时,通常利用反证法,转而去判断它的逆否命题的真假.互为逆否命题的两个命题同真同假就是反证法的逻辑基础.

[例 4] (12分)已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数,a、$b\in\mathbf{R}$,对命题“若 $a+b\geqslant0$,则 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$”.

(1)写出其逆命题,判断其真假,并证明你的结论;

(2)写出其逆否命题,判断其真假,并证明你的结论.

【解】(1)逆命题是:若 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$,

则 $a+b\geqslant0$,真命题. …………………………………… (2 分)

用反证法证明:假设 $a+b<0$,则 $a<-b$,$b<-a$.

∵ $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数,则 $f(a)<f(-b)$,$f(b)<f(-a)$,∴ $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,这与题设相矛盾,所以逆命题为真. ……………………………………… (6 分)

(2)逆否命题:若 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,

则 $a+b<0$,为真命题. ……………………………………… (8 分)

因为原命题⇔它的逆否命题,

所以证明原命题为真命题即可.

∵ $a+b\geqslant0$,

∴ $a\geqslant-b$,$b\geqslant-a$. ……………………………………… (10 分)

又∵ $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,

∴ $f(a)\geqslant f(-b)$,$f(b)\geqslant f(-a)$,

∴ $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$.

所以逆否命题为真. ……………………………………… (12 分)

【点评】用反证法证明命题“若 p 则 q”要根据反证法的三个步骤执行,在推出矛盾时,可能出现以下三种情况:

(1)导出非 p 为真,即与原命题的条件矛盾;

(2)导出 q 为真,即与假设“非 q 为真”矛盾;

(3)导出一个恒假命题.

活学活用

a,b,c 为实数,且 $a=b+c+1$,证明:两个一元二次方程 $x^2+x+b=0$,$x^2+ax+c=0$ 中至少有一个方程有两个不相等的实数根.

规律总结

把这些方法记起来

在课下的时候

慢慢品味

它会开启

你思维的窗

1. 要重视三种复合命题与四种命题之间的联系与区别,后者必须为“若…,则…”的形式,前者必定可用逻辑联结词联结.

2. 判断命题充要条件的三种方法是:

(1)定义法;

(2)等价法:即利用 $A\Rightarrow B$ 与 $\neg B\Rightarrow\neg A$;$B\Rightarrow A$ 与 $\neg A\Rightarrow\neg B$;$A\Leftrightarrow B$ 与 $\neg B\Leftrightarrow\neg A$ 的等价关系,对于条件或结论是不等关系(否定式)的命题,一般运用等价法;

(3)利用集合间的包含关系判断,若 $A\subseteq B$,则 A 是 B 的充分条件或 B 是 A 的必要条件;若 $A=B$,则 A 与 B 互为充要条件.

沙场练兵 Part Three 笑傲高考

一、选择题

1. 设集合 $M=\{x|0<x\leqslant3\}$,$N=\{x|0<x\leqslant2\}$,那么“$a\in M$”是“$a\in N$”的 ( )

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 p:若 $a\in A$,则 $b\in B$,那么命题 $\neg p$ 是 ( )

A. 若 $a\in A$,则 $b\notin B$　B. 若 $a\notin A$,则 $b\notin B$

C. 若 $b\notin B$,则 $a\notin A$　D. 若 $b\in B$,则 $a\in A$

3. 有下列 4 个命题:

①若 $\lg M+\lg N=1$,则 $MN=10$ 的逆命题;

②“相似三角形的周长相等”的否命题;

③“若 $b\leqslant-1$,则方程 $x^2-2bx+b^2+b=0$ 有实根”的逆否命题;

④“$A\cup B=B$,则 $A\supseteq B$”的逆否命题.

其中真命题是 ( )

A. ①②　B. ②③

C. ③　D. ③④

4. 用反证法证明命题.若整数系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 有有理根,那么 a、b、c 中至少有一个是偶数.下列假设中正确的是 ( )

A. 假设 a、b、c 都是偶数

B. 假设 a、b、c 都不是偶数

C. 假设 a、b、c 中至多有一个是偶数

D. 假设 a、b、c 中至多有两个是偶数

5. (2008年高考重庆卷)设 x 是实数,则“$x>0$”是“$|x|>0$”的 ( )

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

6. (2008年高考山东卷)给出命题:若函数 $y=f(x)$ 是幂函数,则函数 $y=f(x)$ 的图象不过第四象限.在它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中,真命题的个数是 ( )

A. 3　B. 2

C. 1　D. 0

自我校对

考点自测 1. D　2. B　3. D　4. 若 $a\leqslant b$,则 $2^a\leqslant2^b-1$　5. 充分而不必要