普通高等教育"十一五"规划教材

数字信号处理

桂志国 楼国红 陈友兴 张 权 郝慧艳 编著

科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育"十一五"规划教材

数字信号处理

桂志国 楼国红 陈友兴 张权 郝慧艳 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书全面介绍了数字信号处理与应用的基础理论和分析方法。书中前3章是数字信号处理的基础，包括离散时间信号与系统的时域分析、z域分析、离散傅里叶变换三部分内容。第4章是快速傅里叶变换及其应用。第5～7章是数字滤波器的基本结构、设计原理及设计方法。第8章和第9章分别讨论了信号的抽取与插值和有限字长效应。第10章介绍了常用的特殊滤波器。为了加深对基本理论的理解和基本方法的掌握，书中安排了一些 Matlab 实例。全书各章都有精选例题和不同类型的习题。

本书可作为普通高等院校信息类相关专业本科生或研究生教材，也可供相关科研与工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/桂志国等编著. —北京：科学出版社，2009
(普通高等教育"十一五"规划教材)
ISBN 978-7-03-026040-6

Ⅰ. 数… Ⅱ. 桂… Ⅲ. 数字信号-信号处理-高等学校-教材
Ⅳ. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 208686 号

责任编辑：巴建芬 余 江 潘继敏 / 责任校对：陈玉凤
责任印制：张克忠 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年1月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2010年1月第一次印刷 印张：22
印数：1—4 000 字数：518 000

定价：36.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

数字信号处理是高等院校电子信息工程、电子信息科学与技术、通信工程、自动化、生物医学工程、测控技术与仪器、电子科学与技术、计算机科学与技术等专业的一门重要的专业基础课程。随着信息时代的发展,数字信号处理理论与技术日益完善,已成为一门重要的学科与技术,其应用领域日益扩大,几乎遍及各个工程技术领域。

作者根据当前信号与信息处理技术的发展动态和教学需要,结合十几年教学实践经验,对教材内容进行了精心编排,以期能够更好地为各个高校"数字信号处理"的教学服务。本书系统地讨论了数字信号处理的基本理论、基本分析方法、基本算法和基本实现方法。全书共 10 章。前 3 章是数字信号处理的基础,即离散时间信号与系统的时域分析、z 域分析、离散傅里叶变换。第 4 章讨论傅里叶变换的快速算法。第 5~7 章是数字滤波器的结构、理论和设计方法。第 8 章是数字信号处理的有限字长效应。第 9 章讨论信号的抽取与插值。第 10 章介绍常用的特殊滤波器。通过本书的学习,可以为读者进一步学习有关信号与信息处理方面的课程打下良好的理论基础。

本书以数字信号处理基本知识、基本理论为主线,同时将具有强大计算功能的 Matlab 软件引入本书,并给出了典型例题的 Matlab 程序,有助于读者对课程基本概念的理解和巩固。本书论述深入浅出,数学推导严谨,逻辑性、系统性强,着重基本概念的清楚明确阐述,对相关专业的工程技术人员来说也是一本有益的自学用书和实用的参考书。

本书的编写分工如下:郝慧艳编写第 1、2 章,桂志国编写第 3 章,张权编写第 4、5、7 章,陈友兴编写第 6、9、10 章,楼国红编写第 8 章。全书由桂志国教授统稿。

在本书的编写过程中,韩焱教授、王明泉教授阅读了部分初稿并对编写工作提出了宝贵的建议,李静怡和李化欣两位同事参加了书稿的校对工作,在此一并表示感谢。科学出版社编辑的热情帮助与支持,为本书的顺利出版创造了有利条件,在此表示深深的谢意!

由于水平有限,不妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

作　者

2009 年 7 月

目　　录

第 1 章　离散时间信号与系统的时域分析

在信号与系统课程中，学习了连续时间信号与系统的时域、频域和复频域分析。与连续信号对应的是离散信号，同样也需要研究离散信号与系统的时域和频域特性。离散时间信号与系统的分析和连续时间信号与系统的分析相比，有一定的相似性，但也有很大的不同：连续系统可用微分方程描述，而离散系统可用差分方程描述，差分方程与微分方程的求解在很大程度上是相互对应的；在连续系统分析中，卷积积分具有重要意义，在离散系统分析中，卷积和也具有同等重要的作用。连续系统分析与离散系统分析的相似性给学习提供了有利条件，但也必须充分注意连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的不同之处。

本章首先介绍了离散时间信号的基本概念、常用序列和基本运算；其次介绍了序列的卷积和及其求解方法；再次着重讨论了线性移不变系统的特性和差分方程的时域解法；最后介绍了相关函数的基本概念，讨论了相关函数和线性卷积的关系。

1.1　离散时间信号——序列

时间为离散变量的信号称为离散时间信号，它只在离散时间上给出函数值，是时间上不连续的序列，常用 $x(n)$ 表示。这里 $x(n)$ 既指序列的第 n 个数，又指整个序列。

离散时间信号可用数的集合{ · }的形式表示，例如，一个离散时间信号可表示为 $x(n)=\{\underset{\uparrow}{0},0,1,1,1,1,0,0\}$，箭头指向的元素表示 $n=0$ 时的序列值，即 $x(0)=0$。

离散时间信号也可用表达式的形式来表示，例如，$x(n)=2^n$，这里 n 为整数。

另外，离散信号 $x(n)$ 也常用图形来描述，如图 1.1.1 所示。图中横轴虽为连续直线，但只在 n 为整数时才有意义。纵轴线段的长短代表各序列值的大小。

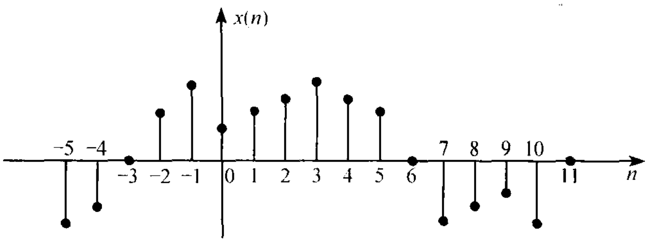

图 1.1.1　离散信号 $x(n)$ 的图形描述

一个离散信号 $x(n)$ 可能产生时就是离散的，例如，若 $x(n)$ 表示某地一个月中每天的平均气温，则 $x(n)$ 本身就是离散的。但大多数情况下，$x(n)$ 是由一个连续时间信号 $x(t)$ 的抽样得到的。若 $x(t)$ 表示一个连续时间信号，以采样间隔 T_s 对其进行周期抽样得到离散时间信号 $x(nT_s)$（n 取整数）。通常，T_s 为常量，所以 $x(nT_s)$ 就记为 $x(n)$。

1.1.1 常用序列

在离散时域中，也有一些基本的离散时间信号，它们在离散时间信号与系统中起着重要的作用，有些信号和已学习过的连续时间的基本信号相似，但也有一些不同之处，将在以下的讨论中予以指出。下面给出一些典型的离散时间信号表达式和波形。

1. 单位抽样序列 $\delta(n)$

单位抽样序列 $\delta(n)$ 如图 1.1.2 所示，其定义如下：

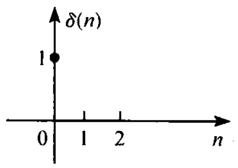

图 1.1.2 单位抽样序列

$$\delta(n)=\begin{cases}1, & n=0\\0, & n\neq 0\end{cases} \tag{1.1.1}$$

$\delta(n)$ 也称为单位抽样序列或单位样值序列。该信号在离散时间信号与系统的分析、综合中有着重要的作用，其地位犹如连续时间信号与系统中的单位冲激信号 $\delta(t)$。注意 $\delta(t)$ 与 $\delta(n)$ 的区别：$\delta(t)$ 在 $t=0$ 时，脉宽趋于零、幅值趋于无限大、面积为 1，表示在极短时间内所产生的巨大"冲激"；而 $\delta(n)$ 在 $n=0$ 时，值为 1。在实际中，不存在 $\delta(t)$，而 $\delta(n)$ 是存在的。任意序列可以表示成单位抽样序列的移位加权和，即

$$x(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m) \tag{1.1.2}$$

例 1.1.1 已知 $f(n)=\begin{cases}1, & n=-1\\1.5, & n=0\\0, & n=1\\-3, & n=2\\2, & n=3\end{cases}$

该序列可用单位抽样序列信号表示为

$$f(n)=\delta(n+1)+1.5\delta(n)-3\delta(n-2)+2\delta(n-3)$$

2. 单位阶跃序列 $u(n)$

单位阶跃序列 $u(n)$ 如图 1.1.3 所示，定义如下：

$$u(n)=\begin{cases}1, & n\geqslant 0\\0, & n<0\end{cases} \tag{1.1.3}$$

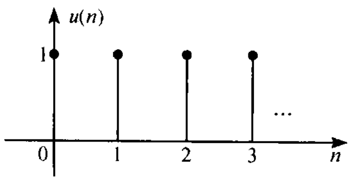

图 1.1.3 单位阶跃序

它类似于连续时间信号与系统的单位阶跃信号 $u(t)$。但 $u(t)$ 在 $t=0$ 时常不给予定义，而 $u(n)$ 在 $n=0$ 时定义为 $u(0)=1$。观察 $\delta(n)$ 序列与 $u(n)$ 序列的定义式，可以看出两者之间的关系为

$$u(n)=\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+\delta(n-3)+\cdots=\sum_{k=0}^{\infty}\delta(n-k)$$

而 $\delta(n)$ 可用 $u(n)$ 的后向差分来表示，即

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \tag{1.1.4}$$

可见，在连续时间信号与系统中，单位冲激信号 $\delta(t)$ 与单位阶跃信号 $u(t)$ 之间的关系使用微分关系来描述；而在离散时间系统中，单位阶跃序列 $u(n)$ 与单位抽样序列 $\delta(n)$ 之间的关系用差分关系来描述。

若序列 $y(n)=x(n)u(n)$，则 $y(n)$ 的自变量 n 的取值就限定在 $n\geqslant 0$ 的右半轴上。

3. 矩形序列 $R_N(n)$

矩形序列 $R_N(n)$ 如图 1.1.4 所示，定义如下：

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leqslant n \leqslant N-1 \\ 0, & n < 0 \text{ 或 } n \geqslant N \end{cases} \tag{1.1.5}$$

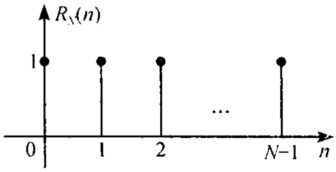

图 1.1.4 矩形序列

矩形序列与单位抽样序列、单位阶跃序列的关系为

$$R_N(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \cdots + \delta(n-N+1) = \sum_{m=0}^{N-1}\delta(n-m) \tag{1.1.6}$$

$$R_N(n) = u(n) - u(n-N) \tag{1.1.7}$$

4. 正弦序列

正弦序列如图 1.1.5 所示，其表达式为

$$x(n) = A\sin(\omega_0 n + \phi) \tag{1.1.8}$$

式中，A 为幅度，ϕ 为初始相位，ω_0 为正弦序列的数字域频率，$\omega_0=\dfrac{2\pi}{N}$。

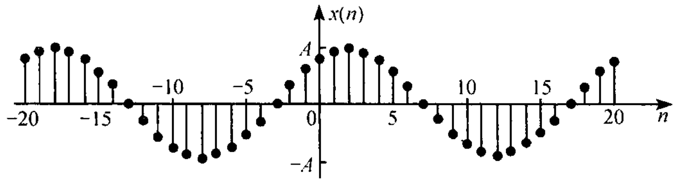

图 1.1.5 正弦序列

正弦序列的数字频率 ω、连续正弦信号角频率 Ω 以及连续正弦信号频率 f 之间的关系很重要。若连续正弦信号为

$$x(t) = A\sin(\Omega t + \phi) = A\sin(2\pi f + \phi)$$

式中，f 为信号频率，$\Omega=2\pi f$ 为角频率，而信号的周期 $T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{2\pi}{\Omega}$。

对连续信号 $x(t)$ 以采样间隔 T_s 进行等间隔周期采样得到离散信号 $x(n)$，即

$$x(n) = x(t)\big|_{t=nT_s} = A\sin(\Omega nT_s + \phi) = A\sin(\omega n + \phi)$$

由上述推导过程可知

$$\omega = \Omega T_s = 2\pi f T_s$$

上式就是三者之间的关系，以后章节会陆续用到。这个关系不仅仅适用于正弦信号，也可以推广到一般信号。

由图 1.1.5 可见，正弦序列的包络是周期正弦函数。但序列本身可能是周期的，也可能是非周期的，关于正弦序列的周期性将在后面进行详细讨论。

5. 实指数序列

实指数序列的表示式如下：

$$x(n) = a^n u(n) \tag{1.1.9}$$

式中，a 为实数，由于 $u(n)$的作用，当 $n<0$ 时，$x(n)=0$。其波形特点是：当$|a|<1$ 时，序列收敛，如图 1.1.6(a)和(c)所示；当$|a|>1$ 时，序列发散，如图 1.1.6(b)和(d)所示；从图 1.1.6(c)和(d)可以看出，当 a 为负数时，序列值在正负之间摆动。

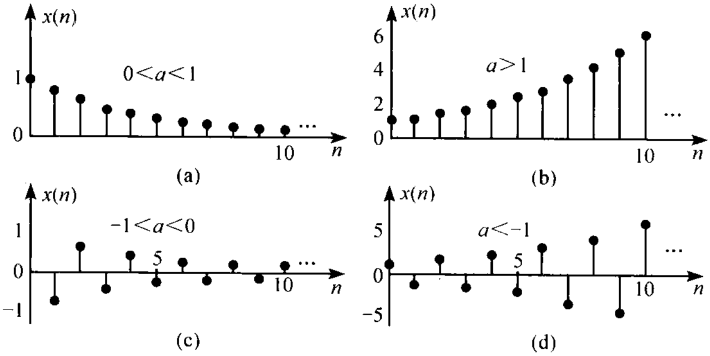

图 1.1.6　实指数序列

6. 复指数序列

复指数序列是最常用的一种复序列，可表示如下：

$$x(n) = e^{(\sigma+j\omega_0)n} \tag{1.1.10}$$

其指数是复数（或纯虚数），该复序列可用欧拉公式展开为

$$x(n) = e^{\sigma n}\cos\omega_0 n + je^{\sigma n}\sin\omega_0 n \tag{1.1.11}$$

式中，ω_0为复正弦序列的数字域频率，σ 表征了该复正弦序列的幅度变化情况。其波形如图 1.1.7 所示。

7. 周期序列

对于任意整数 n，若 $x(n)=x(n+N)$（N 为某一最小正整数），则序列 $x(n)$是周期序列，N 是该序列的周期。

对于正弦序列 $A\sin(\omega_0 n+\phi)$，当 ω_0一定，n 为自变量时，是否是周期序列？假设其为周期序列，有 $A\sin[\omega_0(n+N)+\phi]=A\sin(\omega_0 n+\phi)$，由此得 $\omega_0 N=2\pi k$（N,k 为整数），周期 $N=2\pi k/\omega_0$。下面分几种情况对其周期性进行讨论。

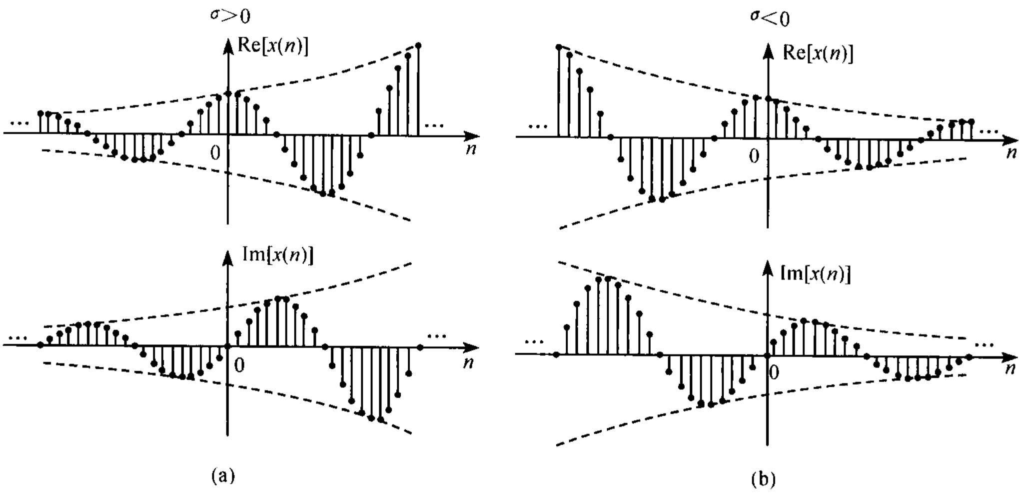

图 1.1.7　复指数序列

（1）当 $2\pi/\omega_0$ 是整数时，只要取 $k=1$，则 $N=2\pi/\omega_0$ 为最小正整数，也就是说序列的周期为 $2\pi/\omega_0$。如 $\sin(\pi n/10)$，$\omega_0=\pi/10$，所以周期为 20。如图 1.1.8(a)所示。

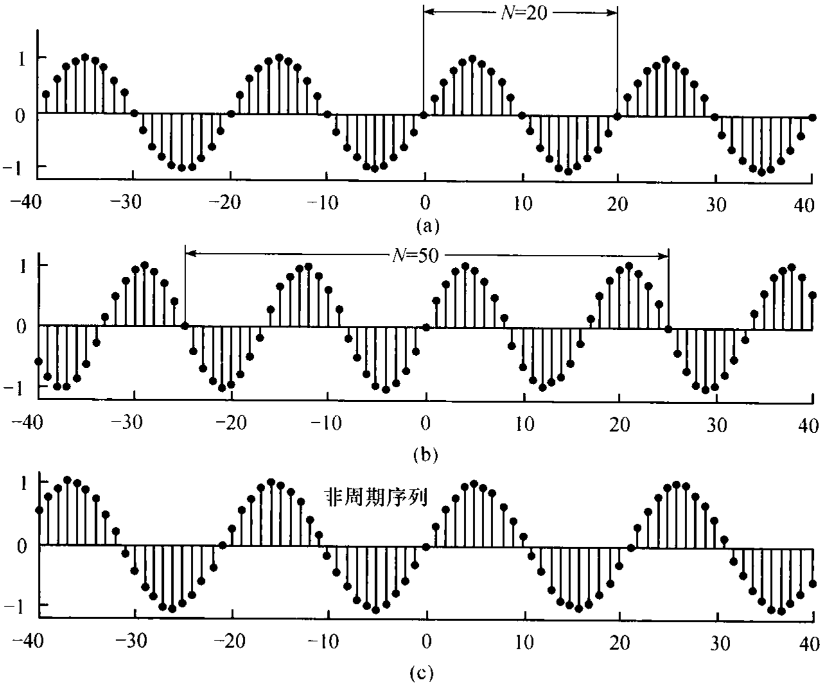

图 1.1.8　周期序列

（2）当 $2\pi/\omega_0$ 不是整数，而是一有理数时，例如，$2\pi/\omega_0=Q/P$，其中 Q、P 是互素的整数，此时只有取 k 为 P 时，才能保证 N 为整数。这时 $N=2\pi/\omega_0\cdot P=Q$，正弦序列具有周期性，周期大于 $2\pi/\omega_0$。如 $\sin(3\pi n/25)$，$\omega_0=3\pi/25$，取 $P=3$，$Q=50$，得周期为 50。如图 1.1.8(b)所示。

（3）当 $2\pi/\omega_0$ 是无理数时，无论如何取 k（整数）值，均不能使 N 成为整数，所以此时

正弦序列不具有周期性。如 $\sin(3n/10)$，$2\pi/\omega_0=20\pi/3$ 为无理数，所以该序列不是周期序列。如图 1.1.8(c)所示。

1.1.2 序列的基本运算

离散时间信号(序列)通过运算可以得到新的序列，这些运算可以是相加、乘积、差分、累加、卷积和以及变换自变量(移位、反褶和尺度变换等)。下面简单介绍几种常用的运算。

1. 移位

设某一序列 $x(n)$，当 m 为正时，$x(n-m)$ 指原序列 $x(n)$ 逐项依次延时(右移)m 位；而 $x(n+m)$ 则指 $x(n)$ 逐项依次超前(左移)m 位，当 $m=1$ 时称为单位延时。这里 m 为整数。

例 1.1.2 已知序列 $x(n)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n, & n\geqslant -1\\ 0, & n<-1\end{cases}$，则

$$x(n+1)=\begin{cases}\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n, & n\geqslant -2\\ 0, & n<-2\end{cases},\qquad x(n-1)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^n, & n\geqslant 0\\ 0, & n<0\end{cases}$$

移位运算如图 1.1.9 所示。从图中可以看出，一个非因果的右边序列可以通过移位将其变成因果信号；反之亦然。

2. 反褶

若有序列 $x(n)$，用 $-n$ 置换 $x(n)$ 中的自变量 n，定义 $x(-n)$ 为对 $x(n)$ 的反褶信号，此时 $x(-n)$ 的波形相当于将 $x(n)$ 的波形以 $n=0$ 为轴翻转得到。反转运算在离散时间信号(序列)的卷积和运算过程中非常重要。

例 1.1.3 已知序列 $x(n)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n, & n\geqslant -1\\ 0, & n<-1\end{cases}$，则 $x(-n)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}, & n\leqslant 1\\ 0, & n>1\end{cases}$。

$x(n)$ 及 $x(-n)$ 如图 1.1.10 所示。

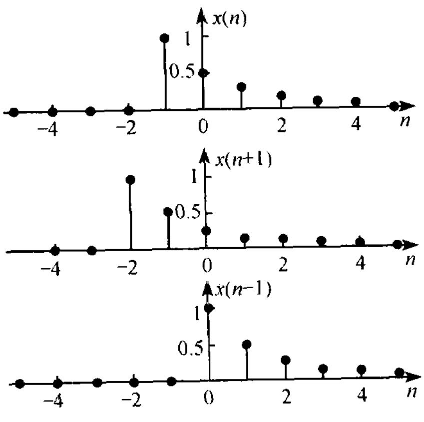

图 1.1.9 移位运算

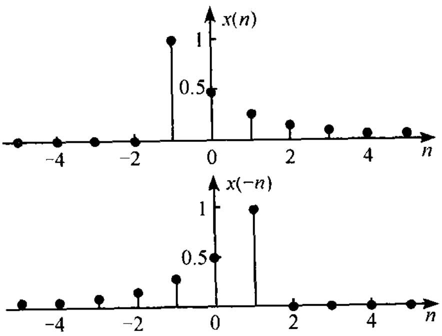

图 1.1.10 反褶运算