中专数学

（初等数学部分）

张旺三等 主编

武汉工业大学出版社

中专数学

初等数学部分

主　审　张栉勤　何水泉

主　编　张旺三　甘年初　江楚义

副主编　马利华　范晓勤　周腊意

　　　　殷均平　陈义文　南文胜

武汉工业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中专数学:初等数学部分/张旺三等编著.—武汉:武汉工业大学出版社,1997.7

ISBN 7-5629-1277-7

Ⅰ.中… Ⅱ.张… Ⅲ.①数学-专业学校-教材②初等数学-专业学校-教材 Ⅳ.012

武汉工业大学出版社出版发行

(武昌珞狮路14号 邮编430070)

湖北黄冈市新华印刷厂印刷

各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/32 印张:10 字数:216千字

1997年8月第1版 1997年8月第1次印刷

印数:1—1000册 定价:12.80元

前　　言

本教材是根据1987年国家教委审定的财经类专业通用的《中等专业学校数学教学大纲》，结合近年的教学、招生制度改革的实际情况进行新编的中专数学教材，其内容是集合、函数、三角、解析几何、排列组合以及二项式定理。在编写的内容处理上加深了基础知识以及基本技能的训练，注重了与初中知识的衔接，充分地考虑了当前中专生生源地域的不同以及知识程度上的差别，它具有较强的针对性和实用性。

本教材可供招收初中毕业生的财经类各专业试用。

本教材由张旺三同志策划、组织并统稿，由张栉勤、何水泉同志审阅。参加编写的同志有黄冈财校的江楚义、周腊意、殷均平，陈义文、南文胜、张旺三；黄冈机电工程学校的范晓勤；黄冈财税学校的马利华、陶彩荣；黄冈水产学校的甘年初、熊健。在编写的过程中得到了黄冈财校领导、教务科的大力支持。

由于编者水平有限，错误及不当之处在所难免，期望广大读者批评指正。

编　者

1997年1月

目　　录

第一章　集　　合

集合是现代数学中最基本的概念之一。它是从日常生活和生产活动中抽象出来的一个数学概念，它不仅自身已经成为一门学科，而且渗透到各个领域，在经济工作中也有广泛的应用。本章将介绍关于集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示法、集合与集合之间的关系、集合最基本的运算和简单应用。

第一节　集合的概念

一、集合

在许多经济工作中，常常会遇到如下的数学问题：

某建筑公司采购了两批建筑材料，第一批有水泥、玻璃、木材和红砖，共计四个品种；第二批有钢筋、涂料和水泥，共计三个品种。要计算两批货共采购了多少个品种？

显然这个问题不能简单地用 $4+3=7$(种)进行计算。因为把前批 4 个品种和后批 3 个品种合并在一起，发现水泥这个品种是两批共有的，所以实际购进材料品种只有 6 种。

在这个问题中，我们所处理的对象是由水泥、玻璃之类所组成的集体，处理方法采用了“合并”与“共有”的运算方法。

下面再考察几组对象：

(1)某班级有 50 名学生；

(2)所有不大于 5 的自然数；

(3)所有直角三角形；

(4)直线 $y=2x+1$ 上的所有点；

(5)方程 $x^2-16=0$ 的根。

以上五个例子，虽然是五个完全不同的问题，但它们有一个共同的特点，就是每个问题所讨论的事物都具有某种属性。

我们把具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**，简称**集**。把组成集合的各个对象叫做**集合的元素**。

例如，上面考察的第(1)组就是由某班学生组成的集合，每个学生都是它的元素；第(2)组就是由所有不大于 5 的自然数组成的集合，1、2、3、4、5 都是它的元素；第(5)组是由方程的根组成的集合，4、-4 是集合的元素。

前面所说的某建筑公司采购两批材料的品种，也可以分别组成两个集合。第一批材料是由水泥、玻璃、木材、红砖四个品种组成的集合；第二批材料是由钢筋、涂料、水泥三个品种组成的集合。

下面用集合的定义来分析几个具体事例，看它们是否组成集合。

(1)1.70m 以上的人。它是一个总体，且每一个人都有一个确定特性即身高在 1.70m 以上，所以它组成一个集合。

(2)直线 $3x+y-5=0$ 上所有的点。它是一个总体，且每一点都有一个确定特性即在直线 $3x+y-5=0$ 上，所以它组成一个集合。

(3)漂亮的衣服。它是一个总体，但它的元素是不能确定的，因为一件衣服是否漂亮随着人的审美观不同而有不同的

结论，所以它不能组成一个集合。

由上可知，集合具有“确定性”，即对于任何一个元素都能确定它是不是某一个集合的元素。例如高身材的人，好看的花布，紧俏的物资，不道德的行为等都不是集合。

习惯上，用大写字母 A、B、C 等表示集合，而用小写字母 a、b、c 等表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，则记作 $a \in A$，读作“a 属于 A”，如果 b 不是集合 A 的元素，则记作 $b \overline{\in} A$ 或 $b \notin A$，读作“b 不属于 A”。

数的集合简称**数集**，为了方便，一般规定如下表示常见数集的记号：

N 表示全体自然数的集合（简称**自然数集**）；

Z 表示全体整数的集合（简称**整数集**）；

Q 表示全体有理数的集合（简称**有理数集**）；

R 表示全体实数集（简称**实数集**）。

若数集中的元素都是正数，就在集合记号的右上角标以“+”号；若数集中的元素都是负数，就在集合的记号右上角标以“－”号。例如，**正整数集**记作 Z^+，**负实数集**记作 R^- 等等。

二、集合的表示法

表示集合的方法，常用的有列举法和描述法两种。

1. 列举法

把集合的所有元素一一列举出来，写在花括号{ }内，每个元素只写一次，不考虑顺序，这种表示集合的方法叫**列举法**。

例 1 用列举法写出本章开始所述的某建筑公司采购两批货品种所组成的集合。

解　设第一、二批进货品种分别为集合 A、B，则

A:{水泥，玻璃，木材，红砖}

B:{钢筋，涂料，水泥}

例 2　(1)小于 5 的自然数

解　$\{1,2,3,4\}$

(2)自然数集

解　$\{1,2,3,\cdots\cdots\}$

(3)负偶数集

解　$\{\cdots\cdots,-2n,\cdots,-6,-4,-2\}$

2. 描述法

把集合中的元素所具有的特定性质描述出来，写在花括号{　}内，这种表示集合的方法叫**描述法**。

在描述法中，一般把集合表示成如下的形式：

{元素所具有的属性}

或者为　{x|x 所应具有的属性或应满足的条件}

例如，所有实数组成的集合可以表示为：

{实数}

或表示为　$\{x|x\in \mathrm{R}\}$

其中竖线的左边表示这个集合元素的一般形式，竖线的右边表示集合的元素所具有的特定性质。

例 3　用描述法表示以下集合：

(1)方程 $x^2-5x+6=0$ 的所有实数根组成的集合；

(2)不等式 $2x-6>3$ 的所有解组成的集合。

解　(1)方程 $x^2-5x+6=0$ 的实数根组成的集合可表示为：

$$\{x|x^2-5x+6=0\}$$

(2)不等式 $2x-6>3$ 的解其集合可表示为：

$$\{x|2x-6>3\}$$

例 4 用描述法表示以下集合：

(1)数轴上所有坐标不小于 -1，不大于 1 的点所组成的集合。

(2)直角坐标平面内，直线 $3x+2y=5$ 上的所有点组成的集合。

(3)直角坐标平面第二象限内的所有点组成的集合。

解 如图 1-1 所示：

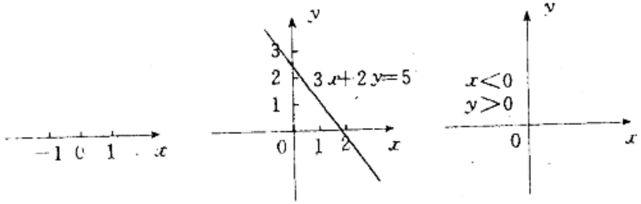

图 1-1

(1)数轴上所有坐标不小于 -1，不大于 1 的点组成的集合是：

$$\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$$

(2)直角坐标平面内，直线 $3x+2y=5$ 上所有点的集合是：

$$\{(x,y)|3x+2y=5\}$$

(3)直角坐标平面第二象限内的所有点的集合是：

$$\{(x,y)|x<0,y>0\}$$

一般说来，一个集合的表示法，可以采用列举法，也可以采用描述法。上面例 4 中的三个集合，由于其中所有的点不可

能一一列举，所以只能采用描述法表示。

我们已经学习过许多集合，把含有有限个元素的集合叫做**有限集合**。例如，例 1 和例 2(1)中的集合都是有限集合。

含有无限多个元素的集合，叫做**无限集合**。例如，例 2(2)和例 4 中的集合都是无限集合。

只有一个元素的集合叫做**单元素集**。例如，$\{a\}$、$\{b\}$和$\{0\}$都是单元素集。

不含任何元素的集合叫做**空集**，记作$\{\ \}$或$\varnothing$。例如，方程 $x^2+16=0$ 的所有实数根组成的集合就是空集，因为方程 $x^2+16=0$ 在实数范围内没有解，说明方程的解集中没有任何元素，是个空集。

至少有一个元素的集合叫做**非空集**。

注意：$\{\ \}$与$\{0\}$是不同意义的两个集合，$\{\ \}$是空集，它不含任何元素；$\{0\}$是单元素集，它含有一个元素 0。

另外，$\{a\}$与 a 也是不同意义的两个概念，$\{a\}$是集合，而 a 是构成集合的一个元素。

三、集合与集合的关系

1. 集合的包含关系

我们已经学习过实数集 R，自然数集 N，不难发现 N 中任何一个数都是 R 中的数。对于集合之间的这种关系，给出以下定义。

定义　设有两个集合 A 和 B，若 B 的每一个元素都是 A 的元素，则**集合 B 叫做集合 A 的子集**，记作：

$$A\supseteq B \text{ 或 } B\subseteq A。$$

读作“A 包含 B”或“B 包含于 A”。

为了直观起见，今后我们常用圆来表示一个集合，用圆中的点来表示集合中的元素。

图 1-2 直观地描述了集合 A 与 B 的关系：

$$A \supseteq B \text{ 或 } B \subseteq A$$

即 B 是 A 的子集。

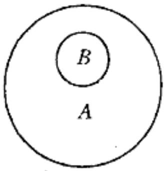

图 1-2

由子集的概念，可得如下结论：

(1)任何一个集合 A，因为它的每一个元素都属于 A，所以：

$$A \subseteq A$$

这就是说，任何集合都是它本身的子集。

(2)空集是任何一个集合 A 的子集，即：

$$\varnothing \subseteq A$$

其理由是：如果空集不是某集合的子集，则它至少有一个元素不属于 A，而这与空集定义是相互矛盾的。

例 5 写出下列集合的子集

$\{1\}$，$\{1,2\}$，$\{1,2,3\}$，$\{1,2,3,4\}$

解 $\{1\}$的所有子集是：

$\varnothing$，$\{1\}$

$\{1,2\}$的所有子集是：

$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{1,2\}$

$\{1,2,3\}$的所有子集是：

$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{1,2,3\}$

$\{1,2,3,4\}$的所有子集是：

$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{4\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{1,4\}$，$\{2,3\}$， {2,4},{3,4},{1,2,3},{1,2,4},{2,3,4},{1,3,4},{1,2,3,4}

通过例 5,我们可以发现集合中的元素个数与其子集的个数之间是有规律的:元素的个数是 1,其子集的个数是 2^1;元素的个数是 2,其子集的个数是 2^2;元素的个数是 3,其子集的个数是 2^3;元素的个数是 4,其子集的个数是 2^4。不难总结出元素的个数是 n,其子集的个数是 2^n。

如果 $A\supseteq B$,且 A 中至少有一个元素不属于 B,则集合 B 叫做集合 A 的**真子集**,记作 $A\supset B$ 或 $B\subset A$。

显然,空集是任何非空集合的真子集,即 $\varnothing\subset A$。

2. 集合的相等关系

定义 对于两个集合 A 与 B,如果 $A\supseteq B$,同时 $B\supseteq A$,则称集合 A 与集合 B 是相等的,记作:

$$A=B$$

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同。例如:

$$\{1,2,3\}=\{3,1,2\}$$

习题 1-1

1. 在___处填上记号 $\in$ 或 $\overline{\in}$:

(1)0 ____ N, -5 ____ N, $\frac{3}{2}$ ____ N, $\sqrt{2}$ ____ N;

(2)0 ____ Z, -5 ____ Z, $\frac{3}{2}$ ____ Z, $\sqrt{2}$ ____ Z;

(3)0 ____ Q, -5 ____ Q, $\frac{3}{2}$ ____ Q, $\sqrt{2}$ ____ Q;

(4)0 ____ R, -5 ____ R, $\frac{3}{2}$ ____ R, $\sqrt{2}$ ____ R。

2. 写出下列集合中的元素:

(1){大于 4 小于 15 的偶数};

(2) $\{x \mid x^2=1\}$；

(3) $\{x \mid 2<x<6$ 且 $x \in Z\}$；

(4) {一年中有 31 天的月份}。

3. 用适当的方法表示下列集合：

(1)大于 5 的所有实数；

(2)所有的偶数；

(3)方程 $x^2-7x+12=0$ 的根；

(4)不等式 $x+3>2$ 的解集；

(5)坐标平面直线 $x+y=5$ 上的所有点。

4. 按下列要求举例：

(1)一个有限集；

(2)一个无限集；

(3)一个单元素集；

(4)一个空集。

5. 下列语句中能否组成集合：

(1)某班成绩好的学生全体；

(2)有知识的人的全体：

(3)大学本科毕业的人的全体；

(4)漂亮衣服的全体。

6. 说明 0、$\{0\}$、$\varnothing$ 它们之间的关系。

7. 列举集合 $\{a,b,c\}$ 的所有子集并指出哪些是真子集。

8. 在下面各题中的____处填上适当的记号（$\in$、$\overline{\in}$，$=$，$\subset$，$\supset$）：

(1) a ____ $\{a,b,c\}$；

(2) $\{a\}$ ____ $\{a,b,c\}$；

(3) 2 ____ $\{x \mid 2x-4=0\}$；

(4) Q^- ____ R^-；

(5) $\{a,b\}$ ____ $\{b,a\}$；

(6) $\{1,3\}$ ____ $\{1,-1,3\}$；

(7) $\{1,2,3\}$ ____ $\{1,3\}$。

第二节　并集与交集

一、并集

在第一节中我们曾经学过，建筑公司第一批和第二批所采购建筑材料品种的集合分别为：

A＝{水泥，玻璃，木材，红砖}

B＝{钢筋，涂料，水泥}

两批共采购了六种材料，组成一个新的集合：

C＝{水泥，玻璃，木材，红砖，钢筋，涂料}

集合 C 包含了属于 A 或 B 的所有元素，没有重复的元素，我们把它叫做 A 和 B 并集。

根据这一个具体事例，我们可以给出并集的定义。

定义　设 A 和 B 是两个集合，把属于 A 的和属于 B 的所有元素合并在一起（重复的元素只写一次）组成的集合叫做 **A 与 B 的并集**，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”，即：

$$A\cup B=\{x|x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

上面定义中的“$x\in A$ 或 $x\in B$”包含了三种可能情况：

(1) $x\in A$ 但 $x\overline{\in} B$；

(2) $x\in B$ 但 $x\overline{\in} A$；

(3) $x\in A$ 且 $x\in B$。