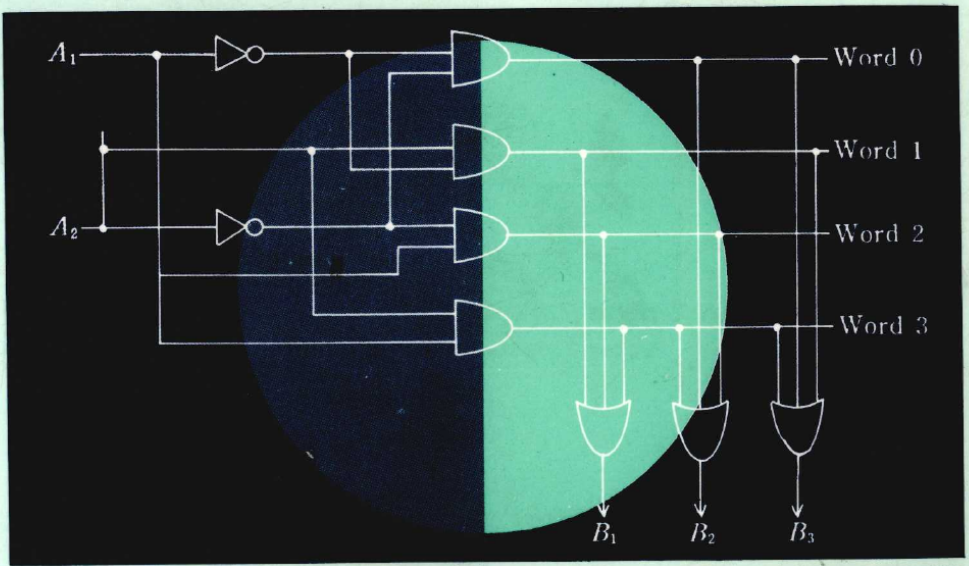
工商青年研修叢書

邏輯設計

顧博光 著



邏 輯 設 計

顧 博 光　著

幼獅文化事業公司印行

邏輯設計

行政院新聞局核准登記證局版臺業字第〇一四三號
著　者：顧博光
校　對：陳肇健・王琬玲
發行人：胡軌
出版者：幼獅文化事業股份有限公司
臺北市重慶南路一段66-1號三樓
臺北市漢中街五十一號
電話 (02) 3112832～9
郵政劃撥 0002737－3
印刷者：淵明印刷有限公司
永和市成功路一段四三巷五號
基本定價：四元零角零分
中華民國七十六年十二月出版

版權所有・翻印必究

32010

緣　起

在目前工商業競爭激烈的時代，工商青年除需具有勤奮努力堅苦卓絕的精神之外，更需具備最先進的現代管理及技術知識，方能使企業的經營管理紮根及技術升級，進而促進經濟蓬勃發展。「工商青年研修叢書」即在此一前提下策畫編寫而成。首批包括企管叢書五種（「管理科學理論與應用」、「中小企業管理實務」、「工廠管理實務」、「投資分析」、「成本分析」）及電腦叢書（「計算機概論」、「邏輯設計」、「程式語言——COBOL」、「程式語言——FORTRAN」、「程式語言——BASIC」），理論與實務並重，旨在提供企管及電腦方面最基本而重要的觀念，以便在職青年自我充實進修，或高職以上在學學生輔助教材之用，祈對國家整體工商發展有所助益，敬請讀者不吝賜教。

幼獅文化事業公司編譯部　謹啓

序　　言

本書是一本入門書籍，專為高職學生或有志於邏輯設計工作的人士而編寫的，故可以作為教科書，亦可以當作自修參考書。

在提倡工業升級的今日，自動化工業、資訊工業等都是政府列為重點發展的工業。這些工業必須要有更多、更高級的科技人才的投入，才能達成目標。而交換電路或邏輯電路或數位電路恰好是這些人才所必備的基礎知識，故為了配合人才教育的培育及推廣，本人很榮幸的跟幼獅文化公司合作，特地編寫了此書，期能使更多的人更輕易地接受邏輯電路的知識，也算是本人為國家社會略盡微薄的心力。

本書若有疏漏之處，請不吝批評指教，謝謝！

顧博光　謹識

逢甲大學電子工程系

中華民國七十五年五月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　　錄

第一章　布爾代數……………………………………………… 1

第一節　二值布爾代數……………………………………… 1
第二節　定　　理……………………………………………… 4
第三節　二值布爾代數的應用………………………………14

第二章　代數式之轉換 ………………………………………17

第一節　標 準 式………………………………………………19
第二節　*SP* 式轉換成 *PS* 式的其他方法……………………22
第三節　利用二元字碼或數字碼來代表標準式………………23

第三章　代數式的簡化 ………………………………………27

第一節　列 表 法………………………………………………28
第二節　圖 面 法………………………………………………33
第三節　重 複 法………………………………………………41
第四節　不完全指定函數……………………………………43

第四章　數系與電碼 …………………………………………47

第一節　基底以及數的表示法………………………………48
第二節　數系的轉換…………………………………………49

第三節 負 數……55
第四節 電 碼……56

第五章 電閘、電閘網路，接觸器、接觸網路……61

第一節 電閘的邏輯方塊及布爾函數……62
第二節 電閘邏輯方塊及電閘網路……66
第三節 電閘電子電路……74
第四節 積體電路電閘……87
第五節 繼電接觸器及接觸網路……90

第六章 組合網路的邏輯設計……99

第一節 編碼器及解碼器……99
第二節 轉 碼 器……103
第三節 補 數 器……105
第四節 二進位加法器……107
第五節 *BCD* 加法器……110

第七章 多工器、解多工多、祗讀記憶器、可規劃邏輯行列 115

第一節 多 工 器……115
第二節 解多工器……119
第三節 *ROM*……122
第四節 *PLA*……124
第五節 用 *ROM* 作組合網路之邏輯設計……125

第八章 次序網路簡介……129

第一節 記 憶 器……130

第二節　次序網路的模型……………………………………………… 134
第三節　正反器……………………………………………………… 135
第四節　主奴式正反器……………………………………………… 140
第五節　積體電路正反器…………………………………………… 142

第九章　脈波型及時脈型次序網路……………………………… 145

第一節　狀態圖及狀態表…………………………………………… 147
第二節　相等狀態、可適用狀態以及狀態表之删減…………… 157
第三節　二次指認、正反器激勵圖……………………………… 158
第四節　二次激勵代數式、輸出代數式及網路………………… 162
第五節　應用實例…………………………………………………… 166

第十章　階梯輸入次序網路 ……………………………………… 169

第一節　原始流程表………………………………………………… 170
第二節　最少狀態流程表…………………………………………… 173
第三節　擠壓流程表………………………………………………… 177
第四節　二次指認、爭跑、指引…………………………………… 179
第五節　激勵圖或 Y- 圖形………………………………………… 181
第六節　輸出圖或 Z- 圖形、輸出代數式及意外……………… 183
第七節　空列的利用技術…………………………………………… 186

第十一章　應　　用 ……………………………………………… 191

第一節　電子鐘及電子錶的原理…………………………………… 191
第二節　簡易控制器之設計………………………………………… 193

索　　引 …………………………………………………………… 199

第一章　布爾代數

邏輯電路（Logic circuit）有人稱之爲交換電路 (Switching circuit)，也有人稱之爲數位電路 (Digital circuit)，它所討論的是具有邏輯特性的交換網路（Switching network）的分析及綜合設計。在科技高度發達的今日，邏輯電路已經形成一個實用又普遍的基礎學科，欲從事資訊工業、自動化工業或電子儀器的製造等發展及應用方面的研究人才，都不能缺少這方面的知識。

邏輯電路並不强調電子電路的設計，相反地，它祇重視邏輯設計。邏輯設計注重的是觀念、方法、過程及判斷，它是把現成的具有邏輯性的電路，如電閘、正反器等材料，拿來組合成一個交換網路，可能組合成組合網路，也可能組合成次序網路。無須煩瑣的計算，也不必使用微積分或其他高等數學，祇要有正確而又清晰的邏輯觀念，就可修習這門功課。所用的數學也很簡單，一般是使用二值的布爾代數 (Boolean algebra)。故本章就從二值布爾代數開始介紹。

第一節　二值布爾代數

布爾代數跟一般的代數相類似，但自成一個數學體系。爲了簡單明瞭起見，本書祇介紹二值布爾代數 (two value Boolean algebra)，因爲畢竟在數理應用上，還是以二值布爾代數的應用最爲普

遍。但是編者仍然要提醒學習者注意，二值布爾代數祇是布爾代數中的一部分，不可把二值布爾代數拿來當作布爾代數。

基本假設

二值布爾代數是一個集合，集合內祇有 0 跟 1 兩個元素，而兩個元素之間可以有兩個二元運算 (Binary operation)，以及一個單元運算 (Unary operation)。其運算規則如下表：

表 1.1

$0 \cdot 0 = 0$	$0 + 0 = 0$
$0 \cdot 1 = 0$	$0 + 1 = 1$
$1 \cdot 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
$1 \cdot 1 = 1$	$1 + 1 = 1$
$\overline{0} = 1$	$\overline{1} = 0$

表中的 "·"，"+" 以及 "—" 均爲運算符號。

定義 1-1

布爾代數中的單元運算稱爲反運算 (NOT operation)，通常以 "—" 或 "~" 或 "ʹ" 表示之，如 $\overline{A}, \sim A, A'$ 等。

定義 1-2

布爾代數中的二元運算以 "·" 代表的叫做和運算 (AND operation)，而以 "+" 代表的二元運算稱爲或運算 (OR operation)。

定義 1-3

所謂布爾變數（Boolean variable）就是一種符號，祇對應至二值布爾代數中的兩個值 0 或 1。也就是說，設若 X 爲布爾變數，則 X 不是 0 就是 1。

定義 1-4

凡 0 或 1 或布爾變數經由運算符號連結而成的代數式稱爲布爾代數式 (Boolean expression)，以後簡稱代數式。布爾代數式的式值也是祇有 0 跟 1 兩個值。

一般的代數式型式如下：

$$\overline{0}, X+0, X+\overline{0}, X\cdot 1, X+Y+Z,$$
$$\overline{1}, X+1, X\cdot\overline{0}, X\cdot 0, X\cdot Y+Z,$$
$$X\cdot(Y+Z), (X+Y)\cdot(Y+Z)$$

※注意：括號（ ）不是運算，它祇是用來區別運算的先後順序而已，通常括號內的運算先作。

定義 1-5

所謂對偶 (Dual) 就是在一個代數式中把和運算符號跟或運算符號相互交換，同時把代數式中的 0 跟 1 相互交換。把這些交換視作運算則此運算稱爲對偶化（Dual operation）。對偶化所得的代數式跟原來的代數式互稱爲對偶式 (Dual expression)。

例如　$X+1$ 的對偶式是 $X\cdot 0$

　　　$X+Y$ 的對偶式是 $X\cdot Y$

定義 1-6

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

兩個代數式經過或運算後其值爲 1，而經過和運算後其值爲 0，則稱此兩代數式互補（Complement）。也就是說，設 A,B 爲代數式，則當 $A+B=1$ 以及 $A\cdot B=0$ 均成立時，則稱 A 跟 B 互補。若對於同一個變數符號 X 而言，$X+\overline{X}=1$，$X\cdot\overline{X}=0$，故 X 跟 $\overline{X}$ 互補。若把互補視作一種運算（稱爲補數化），則互補跟及反運算同義。

定義 1-7

變數 X 跟 $\overline{X}$ 互補，但 $\overline{X}$ 可視爲由 X 經反運算得來的結果，故如不考慮運算符號，則 X 跟 $\overline{X}$ 屬同一個文字（Literal）。任何一個代數式至少是一個文字以上。

第二節 定 理

明瞭了二值布爾代數的基本數學體系之後，我們可以演繹出很多定理來。利用這些定理，我們很方便地就可以把二值布爾代數拿來應用，諸如把複雜的代數式簡化，把一個代數式轉換成另外一種代數式，或把一個交換網路輸出、輸入之間的狀態關係用代數式來描述，甚至於把經過代數式描述過的網路設計出來。常用的定理有十六個，一般使用窮舉代值法就可證明。玆分述如下。

定理 1A $0\cdot X=0$

定理 1B $1+X=1$

〔**證明**〕設若 $X=0$，則 $0\cdot X=0\cdot 0=0$，定理 1A 成立。設若 $X=1$，則 $0\cdot X=0\cdot 1=0$，定理 1A 也成立。因爲 X 祇有 0 跟 1 兩個值，故滿足了窮舉的條件，也就是說定理 1A 完全成立。

同理 1B 定理亦可用窮舉代值法證明之。讀者請自行練習。

定理 2A　$1 \cdot X = X$

定理 2B　$0 + X = X$

〔**證明**〕設若 $X = 0$，則 $1 \cdot X = 1 \cdot 0 = 0 = X$，定理2A 成立。若 $X = 1$，則 $1 \cdot X = 1 \cdot 1 = 1 = X$，定理 2A 也成立。故不論 X 是 0 或是 1，定理 2A 恆成立。同理，定理 2B 也可用代值法直接證明之。

定理 3A　$X \cdot X = X$

定理 3B　$X + X = X$

〔**證明**〕設若 $X = 0$，則 $X \cdot X = 0 \cdot 0 = 0 = X$，定理 3A 成立。若 $X = 1$，則 $X \cdot X = 1 \cdot 1 = 1 = X$，定理 3A 也成立。故不論 X 是 0 或是 1，定理 3A 恆成立。同理用代值法也可證得定理 3B 成立。

定理 4A　$X \cdot \overline{X} = 0$

定理 4B　$X + \overline{X} = 1$

〔**證明**〕設若 $X = 0$，則 $X \cdot \overline{X} = 0 \cdot \overline{0} = 0 \cdot 1 = 0$，定理 4A 成立。若 $X = 1$，則 $X \cdot \overline{X} = 1 \cdot \overline{1} = 1 \cdot 0 = 0$，定理 4A 也成立。故不論 X 是 0 或是 1，定理 4A 恆成立。同理得證定理 4B 恆成立。

到目前為止，看了上述四個定理，每個定理均有 A 部分跟 B 部分，其證明都很類似，並且，剛好兩者之間滿足了對偶化的關係。故我們初步可以歸納出一個結論，那就是：「把一個定理對偶化之後可

以得出另一個新定理」。這個結論我們稱之為「對偶原理」(Principle of duality)。有了對偶原理之後，每一個定理衹要證明其A部分或B部分成立，就可以省下另外部分的證明了。

對偶原理更嚴密的證明必須回溯到二值布爾代數的基本假設。在基本假設中把 0 跟 1 互換，同時把和運算符號跟或運算符號互換之後，則原來表 1 的運算規則一點都沒變。故對偶化並沒有改變原來二值布爾代數的數學體系，也就是基本假設未變。而定理是由基本假設推演得來的，旣然基本假設未變，當然定理的陳述也成立。故由此可以充分證明出「對偶原理」。

學會了上面四個定理之後，讓我們來作幾個例題以作練習。

例題 1-1 $0\cdot(A+B)=0$

例題 1-2 $1+(A\cdot B)=1+A\cdot B=1$

例題 1-3 $A\cdot A\cdot B=A\cdot B$

例題 1-4 $A+A+B=A+B$

例題 1-5 $1\cdot(A+B)=A+B$

例題 1-6 $0+(A+B)=A+B$

例題 1-7 $A+\overline{A}+B=1+B=1$

例題 1-8 $A\cdot\overline{A}\cdot B=0\cdot B=0$

例題 1-9 $A\cdot\overline{A}+B=0+B=B$

例題 1-10 $(A+\overline{A})\cdot B=1\cdot B=B$

定理 5A $X\cdot Y=Y\cdot X$

定理 5B $X+Y=Y+X$

此定理稱之為交換律（Commutative law），也就是說運算符號左右兩邊的運算子（Operand）可以交換位置。

先用窮舉代值法來證明定理 5A。然後引用對偶原理就可推出定理 5B。當然，讀者亦可自行用代值法來證明定理 5B。證明過程如下表：

X	Y	$X\cdot Y$	$Y\cdot X$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

X,Y兩個變數有四種變數組合即 (0, 0),(0, 1),(1, 0),(1, 1)，而每一種組合均能使$X\cdot Y=Y\cdot X$，故定理 5A 完全成立。

定理 6A　$X\cdot Y\cdot Z=X\cdot(Y\cdot Z)=(X\cdot Y)\cdot Z$

定理 6B　$X+Y+Z=X+(Y+Z)=(X+Y)+Z$

此定理稱爲結合律 (Associative law)，也就是在同一個運算符號之下，運算的先後不必受由左而右的限制。定理 6A 的證明也很容易的由窮舉代值法得證。

〔**證明**〕設若$X=0$，則

$$X\cdot Y\cdot Z=0\cdot Y\cdot Z=0$$

$$(X\cdot Y)\cdot Z=(0\cdot Y)\cdot Z=0\cdot Z=0$$

$$X\cdot(Y\cdot Z)=0\cdot(Y\cdot Z)=0$$

故定理 6A 成立。

若$X=1$，則

$$X\cdot Y\cdot Z=1\cdot Y\cdot Z=Y\cdot Z$$

$$(X\cdot Y)\cdot Z=(1\cdot Y)\cdot Z=Y\cdot Z$$

$$X\cdot(Y\cdot Z)=1\cdot(Y\cdot Z)=Y\cdot Z$$

故定理 6B 亦成立。

故不論X是 0 是 1，定理 6A 完全成立。由對偶原理也可以立刻證出定理 6B 來。

定理 7A $\overline{X\cdot Y\cdot\cdots\cdots\cdot Z}=\overline{X}+\overline{Y}+\cdots\cdots+Z$

定理 7B $\overline{X+Y+\cdots\cdots+Z}=\overline{X}\cdot\overline{Y}\cdot\cdots\cdots\cdot\overline{Z}$

〔**證明**〕定理 7A 中因爲變數很多，故吾人可先從兩個變數開始，也就是先要證明$\overline{X\cdot Y}=\overline{X}+\overline{Y}$。仍然是利用代值法，先令$X=0$，則$\overline{X\cdot Y}=\overline{0\cdot Y}=\overline{0}=1$，而$\overline{X}+\overline{Y}=\overline{0}+\overline{Y}=1+\overline{Y}=1$，故$\overline{X\cdot Y}=\overline{X}+\overline{Y}$。再令$X=1$，則$\overline{X\cdot Y}=\overline{1\cdot Y}=\overline{Y}$，而$\overline{X}+\overline{Y}=\overline{1}+\overline{Y}=0+\overline{Y}=\overline{Y}$，故$\overline{X\cdot Y}=\overline{X}+\overline{Y}$亦成立。

所以定理 7A 在兩個變數時完全成立。然後利用結合律擴充至叁個變數，如$\overline{X\cdot Y\cdot Z}=\overline{(X\cdot Y)\cdot Z}=\overline{X\cdot Y}+\overline{Z}=\overline{X}+\overline{Y}+\overline{Z}$，定理 7A 仍然成立。依此類推至任何數目的變數，定理 7A 完全成立。同理定理 7B 亦可得證。

定理 8 $\overline{f}(X,Y,Z,\cdots\cdots U,\cdot,+)=f(\overline{X},\overline{Y},\overline{Z},\cdots\overline{U},+,\cdot)$

〔**證明**〕因 $f(X,Y,Z,\cdots\cdots U,\cdot,+)$ 可以視爲和項之積 (Product of sum terms 簡稱 P.S. 式）或乘項之和 (Sum of product terms 簡稱 S.P. 式），而 $\overline{f}(X,Y,Z,\cdots\cdots U,\cdot,+)$仍然爲一代數式，根據定理 7A 及 7B 就可得證。

定理 9A $X\cdot Y+X\cdot Z=X\cdot(Y+Z)$

定理 9B　$(X+Y)\cdot(X+Z)=X+Y\cdot Z$

此定理一般稱為分配律 (Distributive law)，即和運算“•”對於或運算“+”滿足分配律。同時或運算“+”對於和運算“•”也滿足分配律。用窮舉代值法證明定理 9A 如下：

設若　$X=0$，則

$$X\cdot Y+X\cdot Z=0\cdot Y+0\cdot Z=0+0=0$$

而　$X\cdot(Y+Z)=0\cdot(Y+Z)=0$

故　$X\cdot Y+X\cdot Z=X\cdot(Y+Z)$

若　$X=1$，則

$$X\cdot Y+X\cdot Z=1\cdot Y+1\cdot Z=Y+Z$$

而　$X\cdot(Y+Z)=1\cdot(Y+Z)=Y+Z$

故　$X\cdot Y+X\cdot Z=X\cdot(Y+Z)$

由此得證定理 9A 完全成立。用對偶原理可以得知定理 9B 亦成立。

定理 10A　$X+X\cdot Y=X$

定理 10B　$X\cdot(X+Y)=X$

此定理稱為吸收律（Absorption law），可由演繹法直接證明之。因 $X+X\cdot Y=X\cdot 1+X\cdot Y=X\cdot(1+Y)=X\cdot 1=X$。或者用代值法也可得證，請讀者自行練習。

定理 11A　$X\cdot Y+X\cdot\overline{Y}=X$

定理 11B　$(X+Y)\cdot(X+\overline{Y})=X$

〔**證明**〕用分配律即可得證，過程如下：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com