

ZHONGXUE SHUXUE
YOUHUA SIWEI JIAOXUE
LILUN YUSHIJIAN

全国中小学教师
继续教育参考资料

中学数学优化思维教学 理论与实践

曾建坪 著



湖南教育出版社

中学数学优化思维教学

理论与实践

曾建屏 主编

湖南教育出版社

中学数学优化思维教学理论与实践

曾建屏

责任编辑：李 萍

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 三河市新科印刷厂印刷

850×1168 32开 印张：8 字数：160000

2000年7月第1版 2000年12月第2次印刷

印数：2001-4000

ISBN7—5355—3226—8/G·3221

定价：15.60元

序

1998年6月,我有幸参加了邵阳市开展的《中学数学优化思维教学》课题实验研究的结题鉴定.该课题研究获得了湖南省第五届中小学教改成果一等奖,这是省级教改成果的最高奖.本书的出版正是为了在教育界推广这一成果.

本书由八部分组成.第一部分阐述了数学优化思维教学的理论构建及实践意义.第二部分具体阐述了在中学数学优化思维教学中应贯彻的两条特殊原则,即展现数学思维过程的原则和渗透数学思想方法的原则.第三部分谈数学优化思维教学的途径和方法.第四部分介绍中学数学思维能力和数学思想方法培养的详细信息目标体系.第五部分分别展示了“探究式”“启导式”“自辅式”和“问题解决式”等数学优化思维课堂教学模式.第六部分阐述数学思维能力的测试与评价,从测评目的、测评内容、测评方法三方面进行了探索,并提出了一套可行的测评方法.第七部分专门介绍中学数学优化思维教学实验研究的概况与成果,包括代表性观点与做法、课题实验方案、工作计划及五个附件.

本书最后一部分是中学数学优化思维教学课堂教学实录,共介绍了八堂课的教学,内容涉及代数、平面几何、立体几何、解析几何等各数学分支学科以及从初中到高中的各个年级,很有代表性.此外,还给出了两则教案和一个个案分析,为如何培养学生良好的思维品质提供了第一手材料.

综上,本书对中学数学优化思维教学这一课题的研究与介

绍较为全面、系统和详细，为推广优化思维教学提供了较详实的资料与较全面的阐述。

值此书即将出版之际，我向从事中学数学教育的同志们推荐这本书。湖南是基础教育历来就具有优势的一个大省，在素质教育方面也有自己的特色和突出成绩。《中学数学优化思维教学》课题实验是数学学科教学中实施素质教育的实验，是具有湖南特色的实验。

当前，我国基础教育界正在启动整个课程教育的改革，新的各科课程标准正在探索与研究之中。若干年后，新的中学数学课程内容与结构必将有较大变化。到那时，本书所介绍的部分内容当然会自动失效，但是，本书所提出的根本教学思想及教学原则等却依然具有意义。

李求来

2000年5月于湖南师范大学

目 录

一、数学优化思维教学的理论构建及实践意义·····	1
二、数学优化思维教学的教学原则·····	10
三、数学优化思维教学的途径和方法·····	15
四、数学思维能力与数学思想方法培养目标体系·····	30
五、数学优化思维教学的课堂教学模式·····	47
★ 六、数学思维能力的测试与评价·····	68
七、数学优化思维教学实验研究的概况与成果·····	101
八、数学优化思维教学课堂教学实录·····	148
附录·····	210

一、数学优化思维教学的理论构建及实践意义

1. 理论构建

素质教育是当今教育发展的方向。作为基础学科的中学教学，由于它具有很强的抽象性、概括性和逻辑性等重要特性，一直处于人类智能的核心领域。因此，如何将素质教育落实到中学数学教学中去，既是一个理论问题又是一个实践问题。“中学数学优化思维教学”这一课题经过我们五年的理论探索与教学实践，抓住了优化学生思维品质这一核心，进行了卓有成效的实验，初步构建了理论体系。

一、中学数学优化思维教学的基本含意。

中学数学优化思维教学是从优化课堂教学结构入手，遵循现代教学规律，加强基础知识教学，以培养学生思维能力为核心，最大限度地提高课堂教学效率，优化学生思维品质而组织的教学。

古往今来，教育家在教学中都十分重视开拓和启迪学生的思维。中国古代教育家孔子授业时强调“愤”“悱”而教；大学者朱熹也说过：“读书无疑者，须教有疑，小疑则小进，大疑则大进。”前苏联教育家苏霍姆林斯基说：“一个人到学校上学不仅为了取得一份知识的行囊，而主要是得到多方面的学习能力，学会思考。”“真正的学校乃是一个积极思考的王国。”

因此，如何使学生学会思考、获取能力是本课题研究的宗

旨，它包括教学思想、教学目标、教学原则、教学过程、教学方法、教学评价、学法指导等多方面的内容。整个教学活动都围绕“思维”这个核心开展活动，全方位实施优化，最终达到优化思维和提高人的素质的目的。这是一种新型的素质教学体系。

二、中学数学优化思维教学的理论依据。

前苏联教育家巴班斯基指出：“教学过程最优化是在全面考虑教学规律、教学原则、现代教学形式和方法、教学系统的特征以及内部条件的基础上，为了使过程从既定目标看来发挥最有效（即最优的）作用的组织的控制。”优化思维教学本质上是一种教学过程最优化理论，教学中对诸多因素实施系统规划与控制，使教学过程向最优化发展。此外，在理论上还广泛借鉴了国内外著名教育家的教育理论。如布鲁姆的“教学目标分类”理论，不但强调了知识传授目标，还强调了能力培养目标，从而形成了“知识-能力”体系；还有上海“青浦经验”等，这使课题的理论依据具有坚实的基础。

三、中学数学优化思维教学的教学思想。

教学思想是教学活动的行动指南。中学数学优化思维教学是以大面积提高教学质量，培养学生思维能力，优化学生思维品质作为根本的教学思想。优化思维教学的教学思想是非常丰富的。首先它必须做到大面积提高教学质量，进而优化学生思维品质；这两者相辅相成，前者是后者的基础，后者是前者发展的结果。

“大面积提高教学质量”在理论上是有充分依据的。首先必须树立新的学生发展观：只要充分尊重学生的独立人格和个性差异，提供能充分发挥学生的巨大潜能的适当条件，几乎所有的人都能学会一个人在世界上所能学会的东西。另一方面，只

要善于培养和提高智力因素，智力因素相对落后的学生也同样会取得（甚至超过）与智力因素较好的学生同样的学业成绩。学生成绩的优异程度，主要表现在学会思考问题与解决问题的方式与方法上，因此，只有让学生掌握较多的数学思维方式（如抽象概括、化归转化、推理论证、猜想发现）和数学思想方法（如观察、分析、综合、比较、换元、类比等），才能使学生的思维品质具有广阔性、深刻性、灵活性、敏捷性、批判性和独创性等基本特性。

四、中学数学优化思维教学的教学原则。

中学数学优化思维教学除遵循了一般教学原则外，还特地提出了展现数学思维过程和渗透数学思想方法的教学原则。数学教学的过程实质上是学生知识发生的过程，因此在教学过程中必须促进学生积极思维，使“静”态的书本知识内化到“动”态的数学思维中去。学生是在思维活动过程中学会思维的。由于教学内容、教材知识蕴含的思想、方法等都有丰富的背景材料，而思维活动本身又有一个发生、发展的过程，因此，教学生学会思维，就要向学生充分展现思维的过程。如概念提出过程、规律形成过程、结论推证过程、问题分析过程、模型建构过程、知识的应用过程、观念的形成过程等，应在教学中尽可能向学生展示，从而达到既能理解、掌握和应用知识，又能达到促进思维发展和提高能力的目的，最终使学生学会思维。

在教学中依据教材内容，有目标、有步骤地渗透数学思想与方法，实际上是交给学生打开“思维王国”大门的钥匙。教学中让学生在充分获取数学知识的基础上形成数学思想（如符号与变元表示思想、集合思想、函数关系思想、化归思想及系统结构思想等）和数学观念（如量化观、系统结构观、依存关系观、时空状态观等），掌握数学方法（如换元法、数形结合法

等)。只有在掌握好基本的数学思想与方法后,思考问题与解决问题的办法才会多起来。

五、中学数学优化思维教学的教学目标体系。

目标意识是人们对目标的重要性达到理性认识后所产生的一种心理意向。在数学教学中,有计划、有目标地实施知识传授与能力培养,比无计划、无目标地让其自然发展,效果是大不相同的。我们认为教学中既要有分节的目标,还要有全过程的目标。总的知识传授目标是:依照教材与大纲的要求,让学生获取数学知识与经验。如果说数学教育的着眼点是能力的培养,那么着手点就是知识的学习和经验的获取。能力培养目标是:美国数学家波利亚认为,数学能力就是指的解决问题的才智。教学中如果不将能力培养作为基本的目标,就失去了教学的意义。能力培养又分为思维培养目标(抽象概括、推理论证、化归转化、猜想发现)和数学方法培养目标(如分析、综合、类比、观察、演绎),从而形成目标体系。

数学能力培养的层次大致如下。

低层次:注意能力、观察能力、记忆能力、运算能力。

中层次:语言转换能力、联想能力、逻辑思维能力、空间想像能力。

高层次:直觉思维能力、创造思维能力、迁移能力、概括能力。

这些能力的形成主要是要通过在教学中有目的、有计划地渗透数学思想,不失时机地教会学生掌握一些数学方法,同时,要求学生通过“问题——解决”模式来实践所学的知识与方法,才能最终形成数学能力。

六、中学数学优化思维教学的优化教学过程。

优化教学过程是优化思维教学的关键所在。在教学中有诸

多因素影响教学目标的达到，因此必须对一些基本因素实施“先见森林，后见树木”的系统控制策略，才能使教学收到理想的效果。

1. 分节教学目标的确定.

每节课必须有明确的知识与能力培养目标：知识传授目标——知识点、知识点的达标层次；能力培养目标——培养何种思维能力，掌握哪些数学思想与方法。

2. 教学方法的选择.

著名学者奥苏伯尔的“认知-接受理论”认为：教学方法应根据特定的教学情境进行选择。教法选择的基本原则是面向全体学生，最大限度地激发学生主动参与学习的兴趣。一种好的教法的基本特征是强调启发、诱导、探索、归纳等环节，而检测一种教法的优劣只能看教学效果。本课题总结出的探究式、启导式、问题解决式等教学方法，在培养学生思维能力方面是卓有成效的。

3. 教学策略的自控.

教师在教学中处于主导地位。与此相对应的教学策略可以从以下几个方面加强调控。

(1) 教师必须用自己的情感激励、唤醒、鼓舞学生有意义学习的心态。

德国教育家第斯多惠说得好，教学的艺术不在于传授本领，而在于激励、唤醒、鼓舞学生的学习，使不想学习的学生得到唤醒，使学生的学习热情得到激励，使学有所得的学生得到鼓舞。

(2) 引导学生将数学知识的学习看成一种兴趣与爱好。

其一，把教材中的知识内容巧妙地转化为具有潜在意义的问题，即设置问题情境；其二，要致力于揭示教材知识的价值。

(3) 让学生得到成功的体验。

学生在思考问题的过程中,常常能提出一些创造性的见解。这些见解应该得到及时的赞扬和鼓励,使学生感受到成功的喜悦和自豪。对学生学习过程中的困难、障碍、错误和疑问,要耐心引导学生自行分析、自己解决,使学生既体会到失败的痛感,也由此得到一种成功的快感。

(4) 教师与学生积极进行心灵上的交流。

只有创造一种和谐、友爱和宽松的课堂气氛,才能使学生处于无拘无束、心情舒畅、精神振奋的心理状态之中,从而使学生进入最佳的学习境界之中。

(5) 减轻教学负荷。

使教学中的合理要求变成学生内在的思维渴求,让学生自主发展。

4. 学生活动的调控。

教学过程中,学生处于主体地位的主要体现应在于学生积极主动地参与教学活动。

(1) 提倡课前预习,在预习时提出的问题争取在课堂中得到释疑。

(2) 学生适当参与课堂教学活动,如公式的推导、定理的证明、问题的解答、课堂小结等。

这样才能使学生的思维一环紧扣一环,与教师的教学同步或超前。

(3) 根据学生的素质差异,允许学生的活动量有不同要求,特别要加强对差生的学习指导或释疑。

总之,学生的学习活动应该根据教学目标有序地进行,既轰轰烈烈,又扎扎实实。

5. 现代教学手段的应用。

按照教材内容与客观条件,尽量使用现代化的教学设备,采用直观的手法,如灯片、表格、模型、计算机等,使教学具体、形象、通俗,由静态到动态,由抽象到具体,从而加大教学中的信息容量,提高教学效益。

6. 课堂教学的调节。

根据教学进程,及时收集信息,掌握学生的学习情绪、学习效果、学习障碍等,适时调整教学进度或采取某种措施,使教学收到最佳成效。

七、教学评价。

教学评价是教学的重要组成部分,评价应成为一种教学质量的监控系统。优化思维教学的评价大致应从以下三个方面着手。

1. 教师对教学的自我评价。

作为教师对自己的教学态度、方法、成效、师生情感等方面是否达到满意程度作出评价。具体到一堂课的评价主要是从知识落实、能力培养、教法选择、教学效果等方面作出恰当的评估。

2. 学生学习的自我评价。

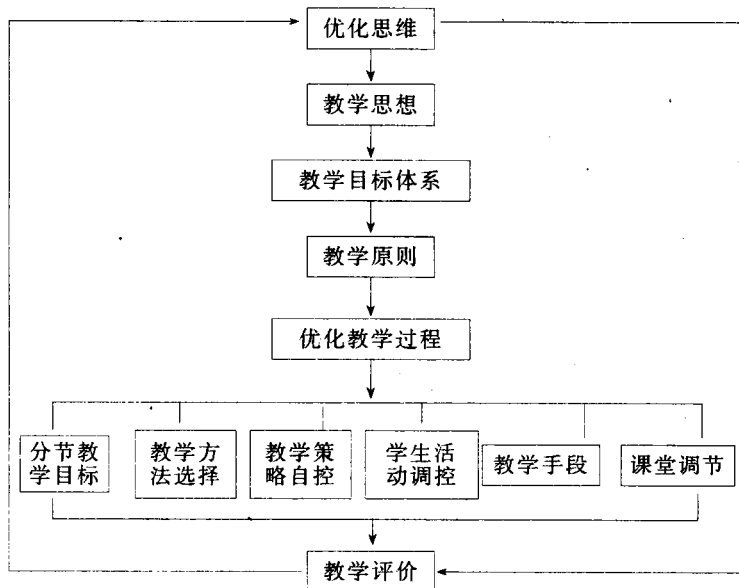
学生对教学参与的评价,其基本内容有:能否主动参与学习,能否提出学习上的质疑,解决问题的能力是否提高,对教师的教学建议与评价等。

3. 教学成效的评价。

教学成效评价的基本原则是理论联系实际,定量与定性相结合。评价的内容,主要是知识目标与能力培养所达到的层次。评价的方法,可采用随机评价(如提问、谈话、板演)和书面测试(形成性测试、诊断性测试、终结性测试)相结合的方法。

综合上述“优化思维教学”理论的构建,可用如下示意图

概括.



2. 实践意义

数学优化思维教学包括了诸方面的内容. 整个教学活动, 以思维训练为主线, 实施全方位优化, 最终达到提高数学素质的目的. 这是一种新型的教学体系. 抓住“优化思维”这一提高人的素质的关键, 在数学课堂教学中落实素质教育的精神, 从而较好地找到了数学教学中实施素质教育的突破口.

数学思维能力与数学思想方法的培养形成了目标系统, 使能力培养有章可循; 由于将“优化思维”作为教学的出发点与归宿点, 改变了过去重知识轻能力、重结论轻过程、重教轻学

的传统教学观念；在课题的研究与实践中，成功地找到了一些优化思维教学的模式、思维能力的检测方法、教学策略，对课题的实际操作提供了有价值的经验。

课题的理论与实践促进了中学数学教学质量的提高，促进了中学数学学科教学论的建设，创造了一个有利于出教学成果、出科研型教师队伍的研究模式。课题不但在实践中取得了全面提高学生素质的效果，而且在理论上也为构建具有中国特色的数学学科教学论作出了有益的探索。

二、数学优化思维教学的教学原则

【引】 中学数学优化思维教学除了遵循一般的教学原则外，还特别强调的两条教学原则是：展现数学思维过程的原则和渗透数学思想方法的原则。

1. 展现数学思维过程的原则

数学教学是数学思维活动的教学，思维能力的训练与培养，主要是在教学过程中进行的。数学教学不仅要教给学生数学知识，而且还要揭示获取知识的思维过程，也就是数学知识的发生与形成过程、教师的思维过程、学生的思维过程，这对发展能力至关重要。教师要善于发挥学生在思维过程中的主导作用，加强知识发生、发展过程中的教学，使数学家的成熟思维通过教师的教学加工转化成学生的积极主动的思维。我们认为：展现数学思维过程的原则是数学教学的根本原则。

数学思维过程是主体以获取数学知识或解决数学问题为目的，运用有关的思维方式或方法达到认识数学内容的内在的信息加工活动。这种思维活动可以分为三类基本过程：学习、模式识别和问题解决。

数学学习是指数学知识和数学活动经验的获得以及由此产生的行为变化的过程。从数学的认知角度来看，它是一个数学认知结构的形成和不断完善的过程，是一种复杂的心理活动。不仅包括数学知识（概念、公式、定理、法则等）本身的学习，也

包括这些知识的发生过程和运用过程，以及解决问题过程的经验。在数学教学中培养学生良好的知识素养，决不是向学生简单地传输数学知识，而是要让学生掌握由这些知识所构成的基本知识结构或框架。为此，要积极展示数学知识的发生和形成过程，让学生搞清楚知识的来龙去脉，做到透彻理解、全面掌握、灵活运用；要把知识放到知识结构的网络中进行教学，上下贯通，左右相联，形成一个处于动态发展的知识与思维网络。教师要善于对学生的数学思维活动进行引导和概括，注意数学概念、公式、定理、法则的提出过程，知识的形成、发展过程，解题思路的探索过程，解题方法和规律的概括过程，使学生在这些过程中展开思维，并形成数学技能；切忌直接出示那些哪怕是绝妙的解答，而应该将自己的思维过程（包括失败的思路）暴露给学生，让他们学会怎样去变更问题，怎样进行联想和类比，领悟成功之路。特别要注意在解决问题的过程中帮助学生总结创造性数学活动的经验，使之逐步上升为数学能力。

数学思维模式是指主体在数学思维活动中形成的相对稳定的思维样式，是一定的数学知识结构与数学思维方式结合而成的动态系统。如中学数学中的勾股定理、韦达定理、消元降次模式、方程模式、递归模式、叠加模式等。而数学思想、观点是数学知识内容和数学思维规律的最高概括，它是高层次的数学思维模式。数学思维模式的形成来源于主体已有的数学知识和经验，并在数学学习过程和思维模式的运用过程中不断得到丰富和发展。

问题解决是数学思维的最重要的一类基本过程，问题是数学的心脏，而问题解决就是数学思维的核心。课堂教学应该以如何调动学生的积极思维活动为中心来开展，每节课要设计出展现学生思维过程的几个关键点，特别要重视知识结构的建立