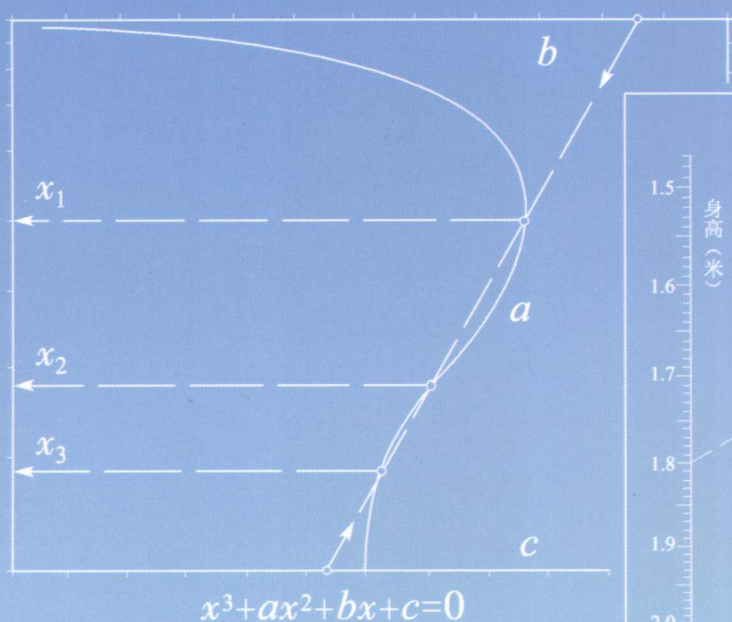
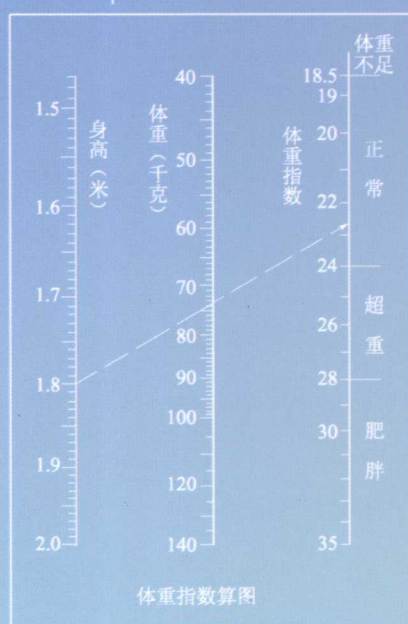


土木工程图算法

◎刘东椿 夏远斌◎编 著



三次方程算图



体重指数算图

土木工程图算法

刘东椿 夏远斌 编著

中国建材工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

土木工程图算法/刘东椿,夏远斌编著. —北京:中国建材工业出版社,2010.3

ISBN 978-7-80227-684-0

I. ①土… II. ①刘…②夏… III. ①土木工程—算法图
IV. ①TU

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 018858 号

内 容 简 介

本书用图算法简化了土木工程中的建筑、给排水、水力学、路桥等专业书籍的几十种计算,详述了算图绘制方法,其中三种高次方程图算法具有通用性。

本书内容简洁易懂,可与参考文献对照,适合土木工程技术人员和师生参考。附录 6 计算人的体重指数图算法易被广大读者所运用。

土木工程图算法

刘东椿 夏远斌 编著

出版发行:中国建材工业出版社

地 址:北京市西城区车公庄大街 6 号

邮 编:100044

经 销:全国各地新华书店

印 刷:北京鑫正大印刷有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:14.25

字 数:363 千字

版 次:2010 年 3 月第 1 版

印 次:2010 年 3 月第 1 次

书 号:ISBN 978-7-80227-684-0

定 价:35.00 元

本社网址:www.jcbs.com.cn

本书如出现印装质量问题,由我社发行部负责调换。联系电话:(010)88386906

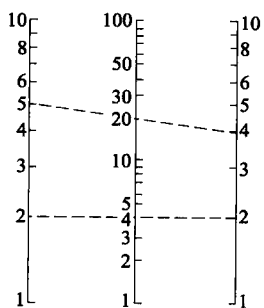
前言

本书对土木工程书籍的几十个计算问题提出简化的图算法。

方程的数值解法大致可分为消元法和迭代法两种,有些书中称迭代法为试算法。本书为改进这两种解法提供了一些图算法。这些算图可供应用,其思路和绘制方法对读者将有所启迪。

图算知识不深,具有中学文化水平的读者就可研读。图算误差通常不超过 1%,还可以继续提高答案精度。本书力求以理论衔接、主体创新和例题验证的论述方式体现科技论文特点。

算图以往称为诺模图。图算学研究把公式、方程及表格数据绘成有标尺的图形,在图



上画线求解。它可以使一些复杂计算变成容易掌握的图上作业,从而节省时间。图算学创始人——法国奥根氏于 1884 年首先提出用三条平行的有对数分度的直线表示乘法:两边直线为乘数,在两乘数之间任意画一直线,交中间直线的一点就是积,见左图。由此发展成为一种几何门类的应用数学——图算学。图算的独特优点使其具有持久的生命力,在许多科技领域发挥作用。电算能促进算图绘制和应用,但不能完全取代图算,正如汽车不能淘汰自行车一样。

世界上许多科技发达的国家都重视图算,我国的图算和电算一样都在不断发展。早在 20 世纪 30 年代,水利专家李仪祉率先翻译诺模学时,苦于得不到合适译名,乃以译音代之。建国前,茅以升、罗河、赵仿熊、孙克定等学者都曾在各校讲授诺模学。罗河教授 1953 年出版《图算原理》一书,系统而详尽地阐述算图的绘制原理与方法,并首次仿照珠算的名称取名图算,得到公认。

党的十一届三中全会带来了科学的春天。1982 年春天在广州召开首届图尺算大会,茅以升作了“图算如下棋,可以启发智慧”的精辟报告,给图算研究工作以极大的倡导与推动。同年秋天,在天津图算学研讨会上,全国 100 多位代表欢聚一堂,罗河教授在开幕词中号召志同道合者把我国图算科技推向新阶段。1984 年 10 月在青岛召开图算学一百周年全国纪念会,茅老在报告中提出了殷切希望。会议商定在青岛筹建全国图算学培训中心。随后上海、大庆、北京也成立了图算学会。

1991 年 10 月,在青岛召开第 4 次全国图算学术研讨会,全体代表首先向已故著名科学家茅以升和罗河致哀,表达了同仁的深切怀念。接着,1994 年在上海,1997 年在大庆,2000 年在北京,相继召开了图算学术研讨会。

编者有幸聆听了老前辈的教导,在学术交流中获益匪浅。罗老遗信鼓励着编者,希望把在本专业的图算收获写出来交流,起到抛砖引玉的作用。本书在编写出版过程中,承蒙郭华良、夏健健、蒋靖、刘光启、浦浩中、陈亚东、陈春平、李明明、王健、姚立杰、刘兴平、姚树

镇、周虎臣、刘广慧和黄一波等同志帮助,编者在此一并致谢。

图算研究会名誉会长孙克定研究员见到本书初稿时即发来贺电:信息时代,各显其能,图算优势,实不可轻。

孙克定先生其人可书。他年轻时从无锡到上海交大求学后,在抗战时期奔赴苏北参加新四军,1945年任苏北公学政治处副主任。1953年他任南京紫金山天文台副台长时,曾为前来视察的毛主席和老首长陈毅作现场介绍。后来他从中科院系统科学研究所副所长任上离休,一直致力于计算数学的研究与推广工作,91岁时他躬着腰还到会作学术报告。笔者2006年10月在京拜望97岁高龄的孙老,他侧卧在床用放大镜看字,执意下床颤巍巍地送笔者到电梯口,深情地说:“图算是有用的。”半年后他辞世,笔者在此表示深切的怀念。

本书编写中得到盐城市阳光建筑安装工程有限公司大力支持,在此深表谢意。

由于编者水平所限,书中存在缺点和不足之处,恳请读者提出意见。

刘东椿

于江苏大丰市育红西路2号井

目 录

1 建筑结构图算法	1
1.1 圆形截面受弯构件承载力图算法	1
附:图 1.1 的绘制方法	2
1.2 环形截面受弯构件承载力图算法	4
1.3 矩形截面对称配筋小偏心受压构件承载力图算法	6
1.4 圆形截面偏心受压构件正截面受压承载力图算法	10
1.5 环形截面偏心受压构件正截面受压承载力图算法	38
2 给水排水图算法	50
2.1 常用资料	50
2.1.1 钢管和铸铁管水力计算的图算法	50
2.1.2 钢管(水煤气管)水力计算的图算法	53
附:图 2.1.2 的绘制方法	53
2.1.3 钢筋混凝土给水圆管(满流, $n=0.013$)水力计算的图算法	55
2.1.4 排水圆管(非满流)水力计算的图算法	55
2.1.5 矩形断面暗沟水力计算	61
2.1.6 梯形断面明渠水力计算	66
2.1.7 防露层厚度图算法	69
2.2 建筑给水排水	71
2.2.1 二氧化碳灭火系统管道压力图算法	71
附:图 2.2.1 的绘制方法	71
2.2.2 平均对数温度差图算法	73
2.2.3 减压孔板直径图算法	75
附:图 2.2.3 的绘制方法	75
2.2.4 缓冲水容积图算法	77
2.3 城镇给水	78
2.3.1 集中流量折算系数图算法	78
2.3.2 管井出水量和滤水管长度图算法	78
2.4 工业给水处理	81
2.4.1 容积散质系数的简化计算	81
2.4.2 水的总含盐量图算法	81
2.4.3 空气含热量图算法	83
2.5 城镇排水	85

2.5.1	消力槛深度图算法	85
2.5.2	临界时间图算法	87
2.5.3	侧堰水力计算的图算法	89
2.5.4	计量槽流量图算法	90
	附:图 2.5.4 的绘制方法	90
2.6	工业排水	94
2.6.1	尾矿压力输送水力计算的图算法	94
2.6.2	尾矿自流输送水力计算的图算法	97
	附:图 2.6.2 的绘制方法	97
2.7	城镇防洪	99
2.7.1	小流域暴雨汇流时间图算法	99
2.7.2	最大壅水高度图算法	103
2.8	对《城市供水行业 2000 年技术进步发展规划》的一点改进	105
	附:图 2.8 的绘制方法	105
3	水力学图算法	108
3.1	管流	108
3.1.1	简单管路流量图算法	108
3.1.2	简单管路直径图算法	110
3.1.3	三叉管的计算方法	113
3.1.4	三项方程算图在管流计算中的应用	115
3.2	明渠均匀流	118
3.2.1	梯(矩)形明渠:已知 Q, i, m, n 和 β 时,求 b 和 h_0 的代数解法	118
3.2.2	梯(矩)形明渠:已知 Q, i, m, n 和 h_0 时,求 b 的图算法	119
3.2.3	梯形明渠:已知 Q, i, m, n 和 b 时,求 h_0 的图算法	121
3.2.4	矩形明渠:已知 Q, i, n 和 b 时,求 h_0 的图算法	123
3.3	明渠非均匀流	125
3.3.1	梯形明渠临界水深图算法	125
3.3.2	平底梯形明渠跃后水深图算法	127
	附:三元表值算图及图 3.3.2 的绘制方法	127
3.3.3	矩形明渠水跃共轭水深图算法	133
3.4	消能流	135
3.4.1	消力池深度图算法	135
3.4.2	消力槛淹没系数公式	138
3.4.3	消力槛高度图算法	139
3.5	渗流	143
3.5.1	地下水缓变渗流正常水深图算法	143
3.5.2	土坝渗流溢出高度的两种图算法	146
	附:图 3.5.2-2 的绘制方法	153

3.6	本书在文献[41]水力学的应用	154
3.7	本书在文献[42]水力学的应用	156
4	路桥工程图算法	158
4.1	图算法在《路桥施工计算手册》的应用	158
4.2	桥梁设计:圆形及环形截面偏心受压的半中心角图算法	159
	附:图 4.2 绘制方法简介	160
4.3	三次方程图算法在《桥梁混凝土结构设计原理计算示例》一书的应用	163
4.4	三次方程图算法在《悬索结构设计》一书的应用	166
4.5	《桥梁工程下部结构设计》一书的图算法	168
	附:图 4.5-b 的绘制方法	168
4.6	公路设计:路面有效模量图算法	172
	附:图 4.6 的绘制方法	174
4.7	三次方程图算法在《公路钢筋混凝土及预应力混凝土 桥涵设计规范》条文应用算例一书的应用	176
5	其他土木工程图算法	177
5.1	材料力学:工字钢型号图算法	177
5.2	风荷载计算:风压脉动系数图算法	180
	附:图 5.2 的绘制方法	
5.3	《型钢、钢管混凝土高楼计算和构造》一书图算法	182
	附:图 5.3 的绘制方法	182
5.4	三次方程图算法在《建筑地基基础设计计算实例》一书的应用	185
5.5	冬期施工:混凝土蓄热养护时间图算法	186
	附:图 5.5(上)及图 5.5(下)的绘制方法	192
5.6	三次方程图算法在《大跨空间结构》一书的应用	194
5.7	《建筑施工简易计算》图算法之一: 桩顶设支撑拉结的计算——求 ω 图算法	195
	附:图 5.7 的绘制方法	195
5.8	《建筑施工简易计算》图算法之二:布鲁姆计算曲线绘制方法	197
	附:图 5.8 的绘制方法	197
5.9	《建筑施工简易计算》图算法之三:算例三则	197
5.10	《泥砂输送理论与实践》一书图算两例	200
6	高次方程图算法	201
6.1	三次方程图算法	201
	附:三次方程算图的绘制方法	202
6.2	四次方程图算法	204

6.3 三项方程图算法 206
 附:三项方程算图的绘制方法 206
6.4 扩大图尺使用范围的一个方法 209

附 录 210

附录1 算图的基本知识 210
附录2 提高图算精度的方法——弦位法 211
附录3 圆形明渠最大流量和流速问题 212
附录4 计算逼近根值的一个公式 213
附录5 计算近似根的又一公式 214
附录6 体重指数(BMI)图算法 215
附图 216
参考文献 219

1 建筑结构图算法

本章主要介绍建筑结构承载力计算中的钢筋截面面积 A_s 的图算法。当混凝土强度等级不超过 C50 时,公式中的系数 α_1 值取 1,本书未注明处皆视 α_1 为 1。

1.1 圆形截面受弯构件承载力图算法

圆形截面的钢筋混凝土受弯构件在工程中经常应用,例如深基坑挖孔灌注的护壁桩。其正截面抗弯承载力的计算要解超越方程,比较烦琐,本节用图算法简化计算。

图算依据 规范给出下列两式

$$N = \alpha \alpha_1 f_c A \left(1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right) + (\alpha - \alpha_1) f_y A_s \quad (1.1-1)$$

$$N\eta e_i = M = \frac{2}{3} \alpha_1 f_c A r \frac{\sin^3 \pi\alpha}{\pi} + f_y A_s r_s \frac{\sin \pi\alpha + \sin \pi\alpha_1}{\pi} \quad (1.1-2)$$

式中 A 是构件截面面积,圆形 $A = \pi r^2$ 。受弯构件的轴向力 $N = 0$,故令式(1.1-1)为 0。将 $\alpha_1 = 1$ 、 $A = \pi r^2$ 及 $\alpha_1 = 1.25 - 2\alpha$,代入上两式得

$$\alpha f_c r^2 \pi \left(1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right) + (3\alpha - 1.25) f_y A_s = 0 \quad (1.1-3)$$

$$M = \frac{2}{3} f_c r^3 \sin^3 \pi\alpha + f_y A_s r_s \frac{\sin \pi\alpha + \sin \pi(1.25 - 2\alpha)}{\pi} \quad (1.1-4)$$

由式(1.1-3)得

$$A_s = \frac{-\alpha f_c \pi r^2 \left(1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right)}{f_y (3\alpha - 1.25)} \quad (1.1-5)$$

将式(1.1-5)代入式(1.1-4):

$$M = \frac{2}{3} f_c r^3 \sin^3 \pi\alpha - \frac{f_c r_s r^2 \alpha}{3\alpha - 1.25} \left(1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right) [\sin \pi\alpha + \sin \pi(1.25 - 2\alpha)]$$

设

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= M/r^3 f_c \\ K_2 &= r_s/r \end{aligned} \right\} \quad (1.1-6)$$

代入上式得

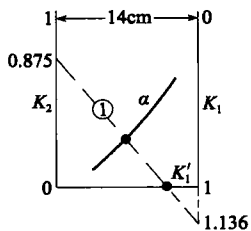
$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{2}{3} \sin^3 \pi\alpha + K_2 \cdot \frac{-\alpha \left(1 - \frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} \right) [\sin \pi\alpha + \sin \pi(1.25 - 2\alpha)]}{3\alpha - 1.25} \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{F_1(u)} \\ F(t) &= F_2(u) + F(v) \cdot \end{aligned} \quad (1.1-7)$$

式(1.1-7)符合式(附 1-3)的形式,如箭头所示的对应关系,所以可绘成算图,见图 1.1。

【例 1.1】 圆形截面受弯构件:圆形截面半径 $r = 200\text{mm}$,纵向钢筋重心所在圆周的半径 $r_s = 175\text{mm}$;混凝土强度等级 C30, $f_c = 16.5\text{N/mm}^2$;用 II 级钢筋, $f_y = 310\text{N/mm}^2$ 。已知弯矩设计值 $M = 150\text{kN} \cdot \text{m}$ 。求纵向钢筋面积 A_s 。

【解】 将已知数代入式(1.1-6)计算:

$$K_1 = \frac{150000000}{200^3 \times 16.5} = 1.136, \quad K_2 = \frac{175}{200} = 0.875$$



例 1.1-1 附图

在图 1.1-1 中, 可视为 K_1 图尺延长线上有一点 1.136, 由此点与 $K_2 = 0.875$ 画直线①, 交 K_1' 图尺的一点由下式计算:

$$\frac{K_1'}{0.875} = \frac{14 - K_1'}{1.136 - 1}, K_1' = 12.117$$

在图 1.1-1 中直线①交 α 曲线得 $\alpha = 0.3095$, 用此值在图 1.4-19 画水平线⑩, 得 $\alpha_0 = 0.507, \alpha_2 = 0.376, \alpha_3 = 1.803$, 代入由式(1.1-5)及式(1.1-2)简化的两式计算:

$$A_{s1} = \frac{-f_c r^2 \alpha_0}{f_y (3\alpha - 1.25)} = \frac{-16.5 \times 200^2 \times 0.507}{310 (3 \times 0.3095 - 1.25)} = 3357 \text{ mm}^2$$

$$A_{s2} = \frac{(M - f_c r^3 \alpha_2) \alpha_3}{f_y r_s} = \frac{(1.5 \times 10^8 - 16.5 \times 200^3 \times 0.376) 1.803}{310 \times 175} = 3336 \text{ mm}^2$$

附: 图 1.1 的绘制方法

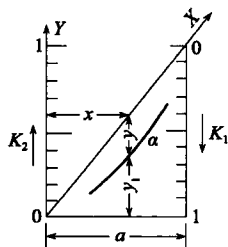
取图宽 $a = 14 \text{ cm}$, 高 20 cm 。取 $K_1 = 0 \sim 1, K_2 = 0 \sim 1$ 。

α 曲线图尺 x 坐标依式(附 1-4)为 $x = \frac{a}{1 - \frac{b}{c} F_1}$

欲使 $x < a$, 即使曲线图尺在两平行图尺之间, 必须 bF_1/c 为负值, 但从表 1.1 看出, F_1 为正值, 故选 b 为负, c 为正。负号表示 K_1 图尺方向与 Y 轴相反。

故得 $y_{K1} = b(0 - 1) = 20 \text{ cm}, b = -20$; $y_{K2} = c(1 - 0) = 20 \text{ cm}, c = 20$

$$x = \frac{a}{1 - \frac{b}{c} F_1} = \frac{14}{1 + F_1}, \quad y = \frac{bF_2}{1 - \frac{b}{c} F_1} = \frac{-20F_2}{1 + F_1}$$



例 1.1-2 计算示意图

在毫米方格计算纸上绘图 1.1 时, 须先算出表 1.1, 其中 y_1 值用以从图下边线向上数方格定出 α 点, 比从斜坐标轴 X 往下量 y 值方便。由图 1.1-2 的几何关系(不计负值)得

$$(|y| + y_1)/x = 20/14, \therefore y_1 = 10x/7 - |y|$$

然后将各 α 点连成曲线, 用附图 1 或附图 3 绘出细分点。

x 值和 y_1 值计算表

表 1.1

① α	② = $\sin 180^\circ \alpha$	$F_2 =$ $\frac{2}{3} \text{ ②}^3$	④ = $\sin 360^\circ \alpha$	⑤ = $1 - \frac{\text{④}}{2\pi\alpha}$	⑥ = $\sin 180^\circ$ ($1.25 - 2\alpha$)	⑦ = ⑥ + ②	$F_1 =$ $\frac{-\text{⑦} \text{ ⑤} \alpha}{3\alpha - 1.25}$	$x =$ $\frac{14}{1 + F_1}$	$y =$ $\frac{-20F_2}{1 + F_1}$	$y_1 =$ $\frac{10x}{7} - y $
0.2	0.5878	0.1354	0.9511	0.2431	0.4540	1.0418	0.0779	12.988	-2.512	16.042
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

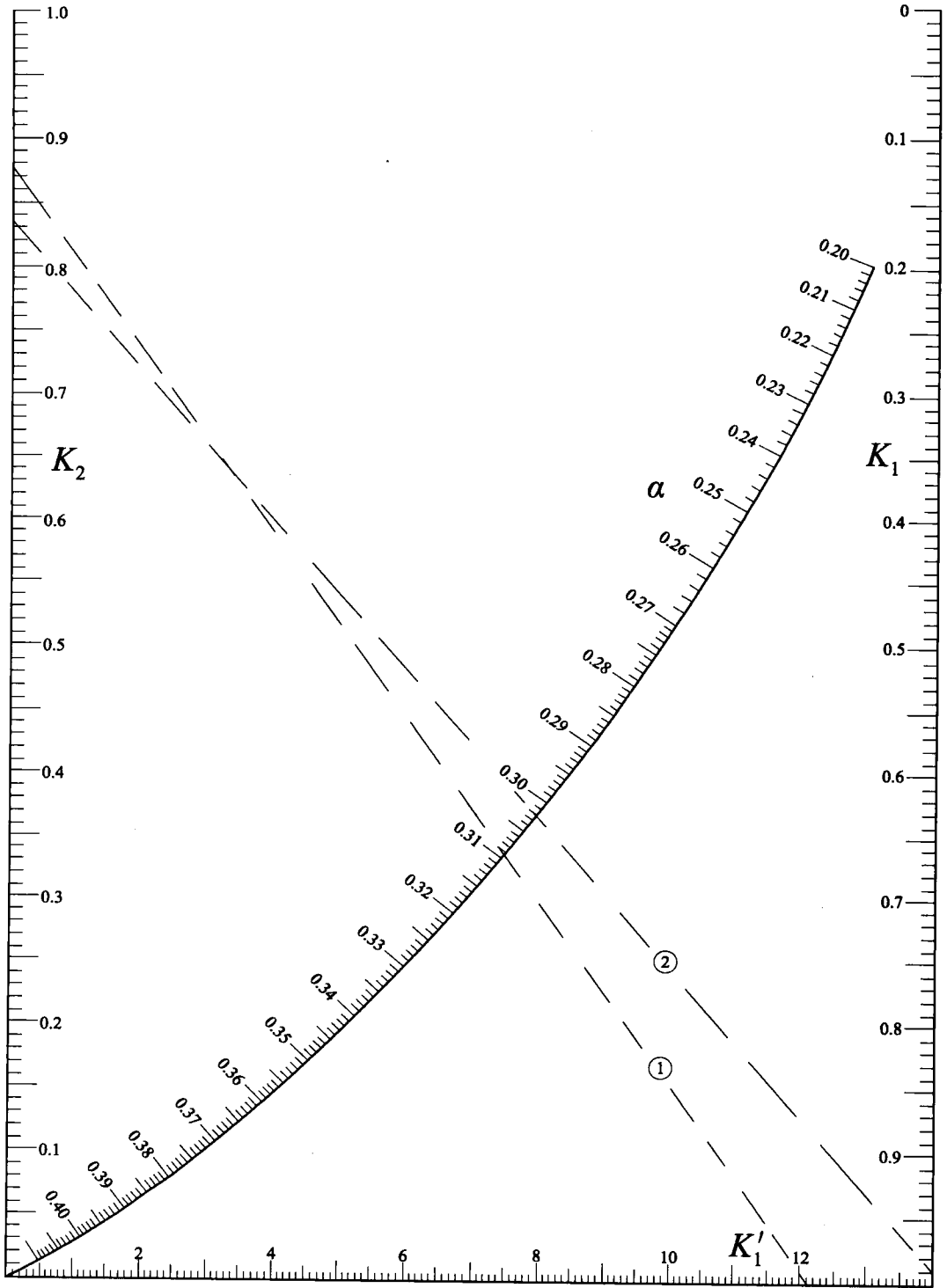


图 1.1 圆形截面受弯算图

1.2 环形截面受弯构件承载力图算法

规范给出沿周边均匀配筋的钢筋混凝土环形截面偏心受压构件正截面承载力计算公式:

$$N = \alpha f_c A + (\alpha - \alpha_t) f_y A_s$$

$$M = N \eta e_i = f_c A (r_1 + r_2) \frac{\sin \pi \alpha}{2\pi} + f_y A_s r_s \frac{\sin \pi \alpha + \sin \pi \alpha_t}{\pi}$$

受弯构件是偏心受压构件的特例,轴向力 $N = 0$, 此处 $\alpha_t = 1 - 1.5\alpha$ (当 $\alpha > 0.625$ 时, 取 $\alpha_t = 0$), 故得

$$A_s = \frac{A f_c \alpha}{f_y (1 - 2.5\alpha)} \quad (1.2-1)$$

$$M = f_c A (r_1 + r_2) \frac{\sin \pi \alpha}{2\pi} + f_y A_s r_s \frac{\sin \pi \alpha + \sin 1.5\pi \alpha}{\pi} \quad (1.2-2)$$

由式(1.2-2)得

$$A_s = \frac{M - f_c A (r_1 + r_2) \sin \pi \alpha / 2\pi}{f_y r_s (\sin \pi \alpha + \sin 1.5\pi \alpha) / \pi} \quad (1.2-3)$$

式中 $\sin 1.5\pi \alpha = \sin \pi (1 - 1.5\alpha)$ 。将式(1.2-1)代入式(1.2-2):

$$M = f_c A (r_1 + r_2) \frac{\sin \pi \alpha}{2\pi} + A f_c r_s \frac{\alpha}{1 - 2.5\alpha} \cdot \frac{\sin \pi \alpha + \sin 1.5\pi \alpha}{\pi}$$

用 $\pi / M \sin \pi \alpha$ 乘以上式, 得

设

$$\frac{\pi}{\sin \pi \alpha} = A f_c \frac{r_1 + r_2}{2M} + \frac{A f_c r_s}{M} \cdot \frac{\alpha}{1 - 2.5\alpha} \left(1 + \frac{\sin 1.5\pi \alpha}{\sin \pi \alpha} \right) \quad (1.2-4)$$

$$K_3 = (r_1 + r_2) A f_c / 2M \quad (1.2-5)$$

$$K_4 = A f_c r_s / M \quad (1.2-6)$$

代入式(1.2-4)得

$$K_3 = \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} - K_4 \cdot \frac{\alpha}{1 - 2.5\alpha} \left(1 + \frac{\sin 1.5\pi \alpha}{\sin \pi \alpha} \right) \quad (1.2-7)$$

式(1.2-7)符合式(附 1-3)的形式, 所以能作成图 1.2。

【例 1.2】 一环形截面受弯构件, 其尺寸为内圆半径 $r_1 = 140\text{mm}$, 外圆半径 $r_2 = 200\text{mm}$, 钢筋重心所在圆周半径 $r_s = 170\text{mm}$ 。混凝土强度等级为 C30, $f_c = 16.5\text{N/mm}^2$ 。用 II 级钢筋, $f_y = 310\text{N/mm}^2$ 。弯矩设计值 $M = 60\text{kN} \cdot \text{m}$ 。求纵向钢筋面积 A_s 。

【解】 环形面积 $A = \pi(200^2 - 140^2) = 64089$ 。将已知数代入式(1.2-5)及式(1.2-6)计算:

$$K_3 = \frac{(200 + 140) \times 16.5 \times 64089}{2 \times 60000000} = 3, \quad K_4 = \frac{64089 \times 16.5 \times 170}{60000000} = 3$$

用 K_3 和 K_4 值在图 1.2 画直线①, 交曲线得 $\alpha = 0.19$, 代入式(1.2-1)计算

$$A_s = \frac{64089 \times 16.5 \times 0.19}{310(1 - 2.5 \times 0.19)} = 1235\text{mm}^2$$

用式(1.2-3)验算:

$$A_s = \frac{60000000 - 16.5 \times 64089(140 + 200) \sin(180^\circ \times 0.19) / 2 \times 3.1416}{310 \times 170(\sin 180^\circ \times 0.19 + \sin 180^\circ \times 1.5 \times 0.19) / 3.1416} = 1236\text{mm}^2。$$

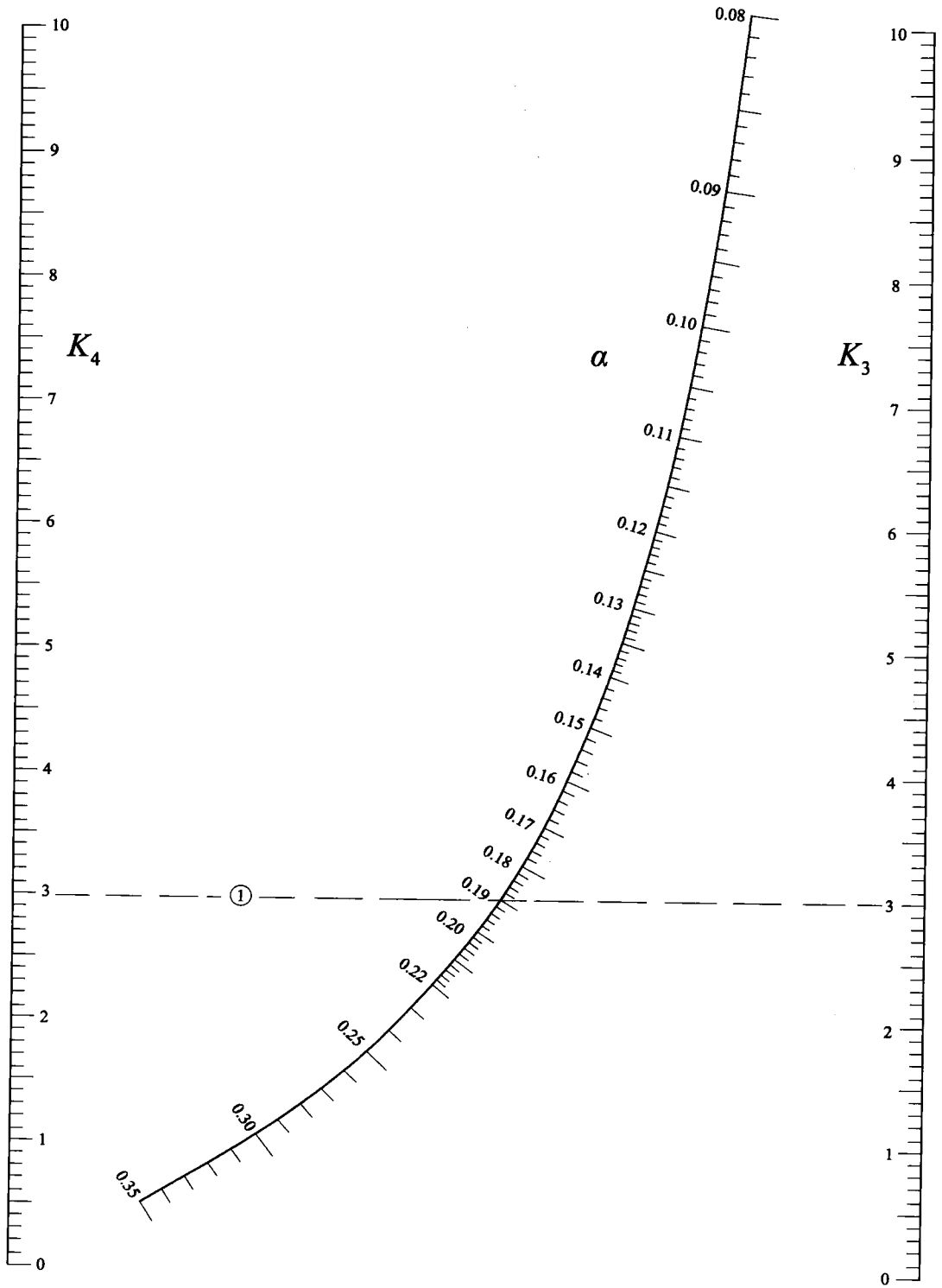


图 1.2 环形截面受弯算图

1.3 矩形截面对称配筋小偏心受压 构件承载力图算法

矩形截面钢筋混凝土构件对称配筋小偏心受压的承载力计算,通常要求解一个关于相对受压区高度 ξ 的三次方程:

$$\alpha \frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - 0.8} = \xi(1 - 0.5\xi) \frac{\xi_b - \xi}{\xi_b - 0.8} + (\beta - \xi)\gamma$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \beta &= N/f_c b h_0 \\ \alpha &= Ne/f_c b h_0^2 = \beta e/h_0 \\ \gamma &= (h_0 - a'_s)/h_0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3-1)$$

往常为了避免解三次方程,用简化公式计算 ξ 。图算法不用简化公式,减少了误差。

图算依据 将上述三次方程化成

$$\xi^3 - (2 + \xi_b)\xi^2 + [2(\alpha + \xi_b) - 2(\xi_b - 0.8)\gamma]\xi + [2\gamma\beta(\xi_b - 0.8) - 2\xi_b\alpha] = 0$$

根据规范取 $\xi_b = 0.544$,适用于Ⅱ级钢筋, $d \leq 25\text{mm}$ 。

$$\text{设} \quad B = 2(\alpha + 0.544) - 2(0.544 - 0.8)\gamma = 2\alpha + 0.512\gamma + 1.088 \quad (1.3-2)$$

$$C = 2\gamma\beta(0.544 - 0.8) - 2 \times 0.544\alpha = -0.512\gamma\beta - 1.088\alpha \quad (1.3-3)$$

$$\text{代入三次方程得} \quad \xi^3 - 2.544\xi^2 + B\xi + C = 0 \quad (1.3-4)$$

图 1.3 即由式(1.3-4)所作成。由图 1.3 求出 ξ 后代入式(1.3-5)计算 A_s 。

$$A_s = \frac{Ne - \xi(1 - 0.5\xi)f_c b h_0^2}{f_y(h_0 - a'_s)} \quad (1.3-5)$$

【例 1.3-1】 已知偏心受压柱截面尺寸 $bh = 400\text{mm} \times 600\text{mm}$, $a'_s = a_s = 35\text{mm}$, 轴向力设计值 $N = 2.5 \times 10^3 \text{kN}$, 弯矩设计值 $M = 80\text{kN} \cdot \text{m}$, 柱的计算长度 $l_0 = 6\text{m}$ 。采用 C20 混凝土, Ⅱ级钢筋, 截面为对称配筋, $e = 331\text{mm}$ 。试求钢筋面积 A_s 。(文献[19]126 页)

【解】 将已知数代入式(1.3-1)~式(1.3-3)计算:

$$\beta = \frac{2.5 \times 10^6}{11 \times 400 \times 565} = 1.0056$$

$$\alpha = 1.0056 \times 331/565 = 0.5891, \quad \gamma = \frac{565 - 35}{565} = 0.9381$$

$$B = 2 \times 0.5891 + 0.512 \times 0.9381 + 1.088 = 2.7465$$

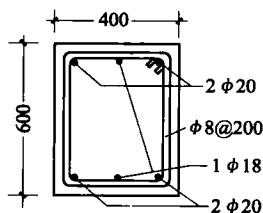
$$C = -0.512 \times 0.9381 \times 1.0056 - 1.088 \times 0.5891 = -1.124$$

用 B 和 C 值在图 1.3 画直线①, 得 $\xi = 0.873$, 代入式(1.3-5)

计算

$$A_s = \frac{2.5 \times 10^6 \times 331 - 0.873(1 - 0.5 \times 0.873) \times 11 \times 400 \times 565^2}{310(565 - 35)} = 831\text{mm}^2$$

选择钢筋: 截面上下两边各配 $2\phi 20 + 1\phi 18 (A_s = A'_s = 882.7\text{mm}^2)$ 。



例 1.3-1 配筋图

【例 1.3-2】 已知柱截面尺寸 $bh = 300\text{mm} \times 500\text{mm}$, 柱的计算长度 $l_0 = 6\text{m}$, 轴向力设计值 $N = 1250\text{kN}$, 弯矩设计值 $M = 250\text{kN} \cdot \text{m}$ 。采用 C25 级混凝土, II 级钢筋。求对称配筋 $A'_s = A_s$ 。(文献[18]156 页)

【解】 文献[18]已算出 $e = \eta e_i + h/2 - a = 450.9\text{mm}$ 。

将已知数代入式(1.3-1)~式(1.3-3)计算:

$$\beta = \frac{1.25 \times 10^6}{13.5 \times 300 \times 465} = 0.6637, \quad \alpha = 0.6637 \times 450.9/465 = 0.6436, \quad \gamma = \frac{465 - 35}{465} = 0.9247$$

$$B = 2 \times 0.6436 + 0.512 \times 0.9247 + 1.088 = 2.8486$$

$$C = -0.512 \times 0.6637 \times 0.9247 - 1.088 \times 0.6436 = -1.0144$$

用 B 和 C 值在图 1.3 画直线②, 交曲线得 $\xi = 0.605$ 。将 B 和 ξ 值代入式(1.3-4)验算: $0.605^2(2.544 - 0.605) - 2.8514 \times 0.605 = -1.0137 \approx C$ 。用式(1.3-5)计算:

$$A_s = \frac{1.25 \times 10^6 \times 450.9 - 0.605(1 - 0.5 \times 0.605) \times 13.5 \times 300 \times 465^2}{310(465 - 35)} = 1456\text{mm}^2$$

【例 1.3-3】 矩形截面柱小偏心受压承载力计算(抗震设计)。已知某矩形截面中柱, 截面尺寸为 $bh = 400\text{mm} \times 600\text{mm}$, 计算长度 $l_0 = 5\text{m}$, 混凝土强度等级 C40, 保护层厚 30mm, 采用 HRB335 钢筋, 考虑地震作用效应的组合轴向压力设计值 $N = 4000\text{kN}$, 弯矩设计值 $M = 400\text{kN} \cdot \text{m}$, 柱子抗震等级二级, 求所需钢筋面积(采用对称配筋)。(文献[43]112 页)

【解】 文献[43]求得轴向压力作用点至纵向受拉钢筋的合力点的距离。

$$e = \eta e_i + h/2 - a_s = 1.133 \times 120 + 600/2 - 40 = 395.96\text{mm}$$

假设采用直径 20mm 的钢筋, 故上式 $a_s = a'_s = 30 + 20/2 = 40\text{mm}$ 。 $h_0 = 600 - 40 = 560\text{mm}$ 。

正截面有效抗震调整系数 $\gamma_{RE} = 0.8$, $f_c = 19.1\text{N/mm}^2$, $f_y = f'_y = 300\text{N/mm}^2$, $\xi_b = 0.55$ 。

将已知数代入式(1.3-1)~式(1.3-3)计算:

$$\beta = \frac{0.8 \times 4 \times 10^6}{19.1 \times 400 \times 560} = 0.7479, \quad \alpha = 0.7479 \times 395.96/560 = 0.5288,$$

$$\gamma = \frac{560 - 40}{560} = 0.9286$$

$$B = 2 \times 0.5288 + 0.512 \times 0.9286 + 1.088 = 2.6210$$

$$C = -0.512 \times 0.7479 \times 0.9286 - 1.088 \times 0.5288 = -0.9309$$

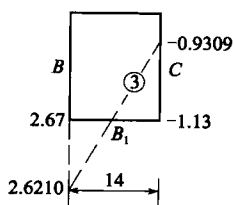
B 值小于图尺的下限, 须算出直线③与下横尺的交点 B_1 值。由例 1.3-3 附图得

$$\frac{B_1}{14 - B_1} = \frac{2.67 - 2.6210}{-0.9309 - (-1.13)} = 0.2461$$

$$B_1 = \frac{14 \times 0.2461}{1 + 0.2461} = 2.7650$$

用 B_1 和 C 值在图 1.3 画直线③, 得 $\xi = 0.70$, 代入式(1.3-5)计算:

$$A_s = \frac{0.8 \times 4 \times 10^6 \times 395.96 - 0.7(1 - 0.5 \times 0.7) \times 19.1 \times 400 \times 560^2}{300(560 - 40)} = 1134\text{mm}^2$$



例 1.3-3 附图

【例 1.3-4】 已知:偏心受压柱 $bh = 300\text{mm} \times 500\text{mm}$, $a_s = a'_s = 40\text{mm}$, 平面内外计算长度均为 $l_0 = 7750\text{mm}$, 混凝土强度等级 C25, 轴力设计值 1280kN (已乘重要性系数 γ_0), 对截面重心的偏心距为 $e_0 = 100\text{mm}$ (沿截面长方向), 采用 HRB400 级钢筋对称配筋, 求: 纵向钢筋 A_s 。(文献[44]868 页)

【解】 文献[44]已算出 $e = \eta e_i + h/2 - a = 175.2 + 500/2 - 40 = 385.2\text{mm}$ 。

将已知数代入式(1.3-1)~式(1.3-3)计算:

$$\beta = \frac{1280 \times 10^3}{11.9 \times 300 \times 460} = 0.7794, \quad \alpha = 0.7794 \times 385.2 / 460 = 0.6527, \quad \gamma = \frac{460 - 40}{460} = 0.9130$$

$$B = 2 \times 0.6527 + 0.512 \times 0.9130 + 1.088 = 2.8609$$

$$C = -0.512 \times 0.9130 \times 0.7794 - 1.088 \times 0.6527 = -1.0744$$

用 B 和 C 值在图 1.3 画直线④, 交曲线得 $\xi = 0.669$ 。将 B 和 ξ 值代入式(1.3-4)验算:

$$0.669^2 (2.544 - 0.669) - 2.8609 \times 0.669 = -1.0747 \approx C$$

用式(1.3-5)计算:

$$A_s = \frac{1280 \times 10^3 \times 385.2 - 0.669 (1 - 0.5 \times 0.669) \times 11.9 \times 300 \times 460^2}{360 \times (460 - 40)} = 1037\text{mm}^2$$

【例 1.3-5】 已知偏心受压钢筋混凝土柱, 截面尺寸为 $bh = 300\text{mm} \times 550\text{mm}$, 承受轴向压力设计值 $N = 1230\text{kN}$, 弯矩设计值 $M = 305\text{kN} \cdot \text{m}$, 柱计算长度 $l_0 = 5\text{m}$, 混凝土强度等级为 C30, 钢筋 HRB335 级, 用对称配筋。试求受力钢筋面积 A_s 。(文献[45]466 页)

【解】 文献[45]已算出 $e = 533\text{mm}$ 。将已知数代入式(1.3-1)~式(1.3-3)计算:

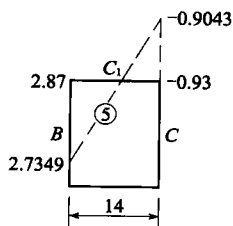
$$\beta = \frac{1230 \times 10^3}{14.3 \times 300 \times 510} = 0.5622, \quad \alpha = 0.5622 \times 533 / 510 = 0.5875, \quad \gamma = \frac{510 - 40}{510} = 0.9216$$

$$B = 2 \times 0.5875 + 0.512 \times 0.9216 + 1.088 = 2.7349$$

$$C = -0.512 \times 0.5622 \times 0.9216 - 1.088 \times 0.5875 = -0.9043$$

C 值大于图尺的上限 -0.93 , 须算出直线⑤与上横尺的交点 C_1 值。

由例 1.3-5 附图得



例 1.3-5 附图

$$\frac{C_1}{14 - C_1} = \frac{2.87 - 2.7349}{-0.9043 - (-0.93)} = 5.2568$$

$$C_1 = \frac{14 \times 5.2568}{1 + 5.2568} = 11.7625$$

用 B 和 C_1 值在图 1.3 画直线⑤, 交曲线得 $\xi = 0.554$ 。将 B 和 ξ 值代入式(1.3-4)验算:

$$0.554^2 (2.544 - 0.554) - 2.7349 \times 0.554 = -0.9044 \approx C$$

用式(1.3-5)计算:

$$A_s = \frac{1230 \times 10^3 \times 533 - 0.554 (1 - 0.5 \times 0.554) \times 14.3 \times 300 \times 510^2}{300 \times (510 - 40)} = 1480\text{mm}^2$$