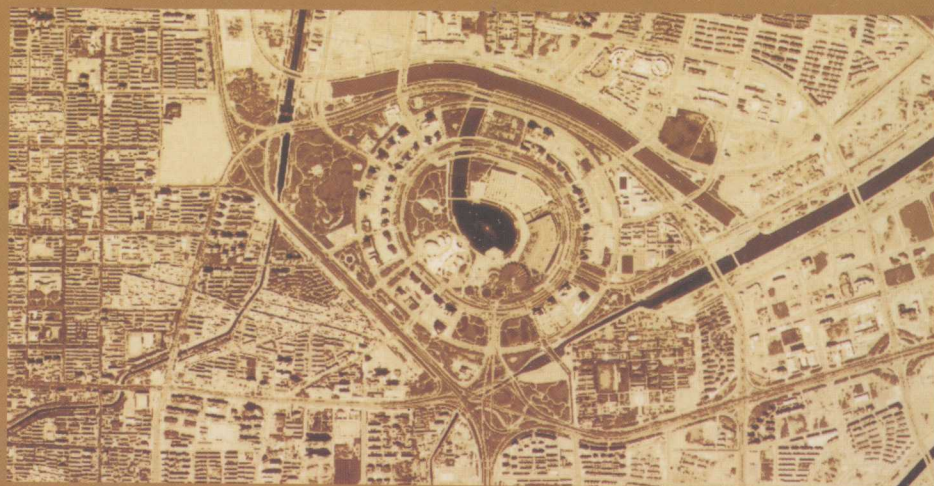


CHENGSHI DIANLIWANG GUIHUA

城市电力网规划

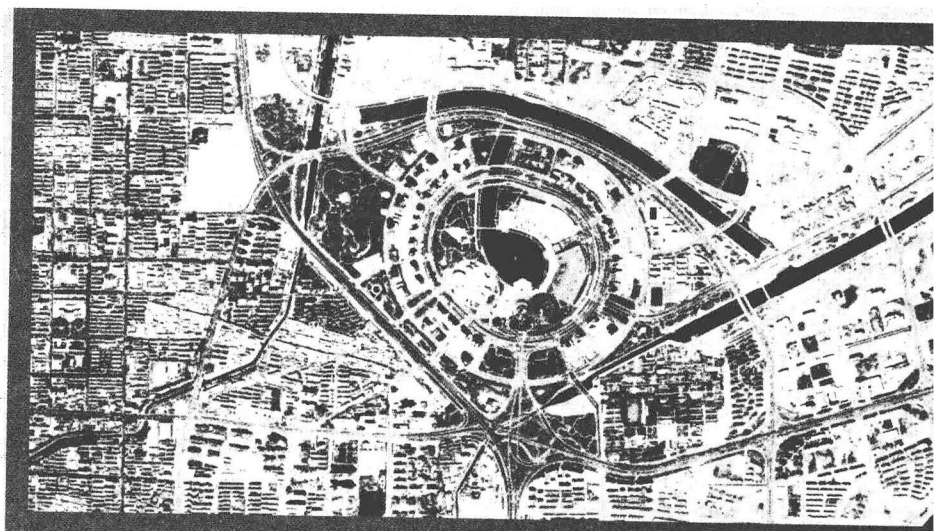
张明 章健 沈黎明 于海 姚永峰 吴望阳 编



郑州大学出版社

CHENGSHI DIANLIWANG GUIHUA 城市电力网规划

张明 章健 沈黎明 于海 姚永峰 吴望阳 编



 郑州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

城市电力网规划/张明等编. —郑州:郑州大学出版社,2009.12

ISBN 978-7-5645-0022-1

I. 城… II. 张… III. 城市配电-电力系统规划 IV. TM727.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第204755号

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路40号

出版人:王 锋

全国新华书店经销

河南省公安厅文印中心印制

开本:787 mm × 1 092 mm

印张:11.5

字数:275千字

版次:2009年12月第1版

邮政编码:450052

发行部电话:0371-66966070

1/16

印次:2009年12月第1次印刷

书号:ISBN 978-7-5645-0022-1

定价:28.00元

本书如有印装质量问题,请向本社调换

城市电力网规划

CHENGSHI DIANLIWANG ■ GUIHUA



城市电力网(简称城网)是城市范围内为城市供电的各级电压网的总称,是电力系统的主要负荷中心,又是城市现代化建设的重要基础设施之一。近年来,在国家的支持下,电力企业实施了大规模的城乡电网建设与改造,供电能力已有显著提高,电网安全性与经济性逐步改善。

以往的城网发展主要考虑如何适应负荷的发展,而现在和未来城网的发展不但要考虑满足持续增长的用电需求,更要考虑如城市环境、产业结构、空间资源、能源政策、技术政策和电价政策等诸多复杂的因素。这些因素往往使城网的发展受到一定的限制。如何在这些复杂因素的制约下使城市电力网满足不断增长的负荷需求和越来越严格的供电可靠性要求,保障用户端的电能质量,降低城网损耗,提高电网和企业运营的经济性,降低配电系统建设占地,更好地履行服务于国家经济发展和提高人民生活质量的社会责任,对于城网进一步发展来说是新的挑战。为了使城市电力网在诸多影响因素下仍然能够科学有序地发展,做好城市电力网规划是其重要环节。为了配合城市电力网规划的编制工作,我们总结了从事城网规划研究与编制的经验,编写了本书。

本书介绍了城市电力网的定义、城市电力网的特点以及城网规划的内容和编制城网规划的基本步骤。

为了在城网规划中引入最优化技术,实现城网优化规划,本书介绍了优化规划数学模型涉及的最常用的最优化方法,包括线性规划、整数规划、最短路径、最大流以及最小费用最大流。

在城网规划中需要对现状电网进行评价,在电网运行管理中需要对现状电网从多方面进行诊断,通过评价和诊断发现电网存在的问题,找出薄弱环节,提出电网改造的计划。本书介绍了电网评价或诊断包含的基本内容,包括电网基本性能、电网供电能力、电网运行的可靠性指标、电压质量、线损率以及企业营销状况等;介绍了电网评价的基本

方法,给出了高压送电网供电能力计算的数学模型。

负荷预测是城网规划的基础,决定着城网的规模与布局。本书介绍了总体负荷预测与分块负荷预测的方法。其中总体负荷预测介绍了自然增长率法、弹性系数法、产值单耗法、广义线性回归分析法、时间序列法、灰色模型预测法。对于分块负荷预测,主要介绍了基于城市土地规划和单位用电指标的负荷密度法。

规划设计技术原则是编制城网发展规划的技术准绳。本书介绍了城网规划的一些技术原则,包括电压等级、供电可靠性、容载比、变电站设计、城网接线、电力线路、中性点运行方式、无功补偿和电压调整、短路容量、用户供电原则、技术改造、特种用户的供电、电压损失及其分配、节约能源与环境保护、通信干扰、分布式电源接入等方面。

城市各级电压网的规划是城网规划的核心内容。本书介绍了城网宏观规模的估算方法,用于在方向上指导详细规划的进行;介绍了电力平衡的方法、变电站布点的原则、变电站典型主接线方式;介绍了高压、中压、低压配电网的组网原则与典型接线模式;介绍了城网优化规划的数学模型,包括变电站站址优化、高压输电网优化、配电网优化。

城市现状与规划电力网的评估,以及多个规划方案的量化比较,离不开电气计算。本书介绍了城网规划中常用的电气计算方法,包括潮流计算、短路电流计算和线损理论计算,分为人工计算和计算机计算两种方法,在实际规划中,可以根据需要选择使用。

城网规划中,需要对多方案进行技术经济性比较,确定一个优化的方案;需要对规划方案进行财务评价,以分析其清偿能力和盈利能力,从而确定其可实现性。为此,本书介绍了电网规划中常用的方案比较方法和财务分析方法。

参考近年来国家电网公司下发的关于城网规划的指导意见和有关模板,本书最后一章总结了城网规划文本编制的内容与要求。

本书在编写过程中得到了河南省电力公司科技信息部、计划发展部、生产技术部、市场营销部等许多部门的支持与帮助,在此表示衷心的感谢。

本书中引用了许多专家学者的文献和著作,已列于本书的参考文献中,在此谨对他们表示感谢。

由于我们水平有限,加之时间仓促,书中错误和不妥之处在所难免,诚恳地希望读者给予批评指正。

编 者

2009年11月

城市电力网规划

CHENGSHI DIANLIWANG ■ GUIHUA



1 绪论	1
1.1 城市电力网概述	1
1.1.1 城市电力网的定义	1
1.1.2 城市电力网的特点	1
1.2 城市电力网规划的重要性	2
1.3 城市电力网规划的基本要求	2
1.4 城网规划概述	3
1.4.1 城网规划的范围	3
1.4.2 城网规划的主要内容	3
1.4.3 经济分析	4
1.4.4 规划的年限和各阶段的要求	4
1.4.5 规划的编制流程	5
1.4.6 规划的编制、审批和实施	6
2 最优化技术基础	7
2.1 概述	7
2.2 线性规划	8
2.2.1 线性规划问题	8
2.2.2 几个重要概念	8
2.2.3 线性规划问题的求解方法——单纯形法	10
2.2.4 初始基本可行解的确定	11
2.3 整数规划	15
2.3.1 整数规划问题	15
2.3.2 分枝定界法	15
2.4 网络最短路径	17
2.4.1 最短路径问题	17

2.4.2	最短路径问题的解法	17
2.5	网络最大流	22
2.5.1	最大流问题	22
2.5.2	基本概念与基本定理	22
2.5.3	求解最大流问题的标号法	24
2.6	网络最小费用最大流	27
2.6.1	最小费用最大流问题	27
2.6.2	求解最小费用最大流问题的算法	27
3	城市电力网评估	31
3.1	评估内容	31
3.1.1	城网基本性能	31
3.1.2	供电能力	33
3.1.3	主要运营指标	35
3.2	评估方法	38
3.2.1	基本评估方法	38
3.2.2	送电网络最大供电能力数学模型	40
4	电力负荷预测	42
4.1	自然增长率法	42
4.2	弹性系数法	43
4.3	单耗法	43
4.4	回归分析法	44
4.4.1	广义线性回归模型及模型参数辨识	44
4.4.2	常用负荷预测模型转化为广义线性回归模型	45
4.5	时间序列法	48
4.5.1	自回归模型	48
4.5.2	疏系数自回归模型	48
4.6	灰色模型	49
4.6.1	灰色生成	49
4.6.2	灰色建模	50
4.7	负荷密度法	54
5	城网规划的目标与主要技术原则	59
5.1	城网规划的目标	59
5.2	城网规划设计的主要技术原则	61
5.2.1	电压等级	61
5.2.2	供电可靠性	61
5.2.3	容载比	64
5.2.4	变电站设计	64

5.2.5	城网接线	65
5.2.6	城市电力线路	67
5.2.7	中性点运行方式	69
5.2.8	无功补偿和电压调整	69
5.2.9	短路容量	71
5.2.10	用户供电原则	71
5.2.11	技术改造	72
5.2.12	特种用户的供电	72
5.2.13	电压损失及其分配	74
5.2.14	节约能源与环境保护	74
5.2.15	通信干扰	76
5.2.16	分布式电源接入	77
6	城市电力网网架规划	79
6.1	电网规模的估算	79
6.1.1	规划电网规模的估算模型	79
6.1.2	规划电网规模估算实例	81
6.2	变电站规划	83
6.2.1	电力平衡与变电容量估算	83
6.2.2	变电站站址选择与容量配置	85
6.2.3	变电站主接线形式	86
6.3	高压配电网规划	91
6.3.1	高压配电网的供电网架	91
6.3.2	高压配电网	92
6.4	中压配电网规划	96
6.4.1	电压等级选择	97
6.4.2	网络要求	97
6.4.3	中压配电网结构	97
6.5	低压配电网规划	104
6.5.1	电压等级选择	104
6.5.2	网络要求	105
6.5.3	低压网络结构	105
6.6	城网优化规划数学模型	106
6.6.1	变电站站址优化	106
6.6.2	高压输电网优化规划	108
6.6.3	配电网优化规划	114
7	规划设计中的常用电气计算	118
7.1	潮流计算	118
7.1.1	简单电力网潮流计算	118

7.1.2 复杂电力网潮流计算的计算机算法	127
7.2 短路电流计算	132
7.2.1 短路电流的人工计算方法	132
7.2.2 短路电流的计算机方法	137
7.3 线损理论计算	139
7.3.1 高压电力网线损理论计算方法	140
7.3.2 中压配电网线损理论计算方法	141
7.3.3 低压配电网线损理论计算方法	144
8 方案的经济性评价	149
8.1 方案的经济性比较	149
8.1.1 概述	149
8.1.2 经济分析比较方法	150
8.2 财务分析	155
8.2.1 财务评价的盈利能力指标	156
8.2.2 财务评价的偿债能力指标	158
9 规划的编制	160
9.1 规划文件编制的基本要求	160
9.2 规划文件的内容	160
9.2.1 规划文件的章节	160
9.2.2 规划文件各章节的内容	162
参考文献	173

1

绪 论

1.1 城市电力网概述

1.1.1 城市电力网的定义

城市电力网是指在城市范围内向城市及其郊区供应和分配电能的电力网,它包括输电网(220 kV 及以上)、高压配电网(35 kV、63 kV、110 kV)、中压配电网(10 kV、20 kV)和低压配电网(0.38 kV),简称城网。城网不仅是电力系统主要的负荷中心,而且是城市现代化建设的重要基础设施之一。目前每个城市的供电企业,其运营范围通常是包括该整个城市范围内的各级配电网和向配电网提供电源的输电网。

1.1.2 城市电力网的特点

随着负荷的增长、电源的扩充以及供电质量要求的提高,城市电力网必须不断发展、不断改造,既不能长期不变,又不能一次建成最终规模。为此,通常是吸取本国及各国的经验,建立若干技术发展原则,作为逐步发展、依次过渡的方针和目标。

城市电力网的特点是:

- (1) 负荷相对集中,负荷密度高,发展速度快。因此,在规划时应留有发展余地。
- (2) 用户对供电质量要求高。
- (3) 配电网的设计标准较高,在安全与经济合理平衡下,要求供电有较高的安全可靠性的。
- (4) 配电网接线复杂,要保证调度上的灵活性,以及运行上的供电连续性和经济性。
- (5) 配电网的自动化较为完善,对供电管理水平的要求较高。
- (6) 对配电设施的要求较高。城市配电网的线路和变电站等设施需满足占地面积小、容量大、安全可靠、维护量小以及城市景观方面的要求,特别是在城市中心区还需广

泛使用地下电力电缆线路。

1.2 城市电力网规划的重要性

城市电力网规划是城市总体规划的重要组成部分,是关于城市电力设施建设与改造的总体部署。在一定时期内,城市电力网规划是城市电网建设与改造的指导性文件。编制一个好的城网规划,对城市电力网的发展具有十分重要的意义。

电力工业是一个技术性很强的部门,电力生产的特点是发、供、用同时完成的。电能质量的优劣和供电可靠性程度,对城市经济的发展、城市现代化建设和居民生活水平有重要影响。因此,根据电力生产和建设的特点,必须有严密的规划。这是因为:

(1)城市电力网的建设是由多级电压的发、供、用电设备,按照一定的原则组合而成的,只有全网统筹规划,合理布局,才能取得最好的技术经济效果。

(2)由于电力生产、供应、消耗具有同时完成和不能大量储存的特点,这就要求电力生产本身必须具有高度的长期计划性。

(3)电力系统是个不可分割的整体,发、供、用环节必须有机地配合,不能因一处发生事故造成全网大面积停电,给城市经济造成重大损失,使居民生活受到严重影响。因此,任何局部建设都必须从全网的整体利益出发来考虑各种问题。

(4)电力工业是先行工业,因此,电力建设必须超前于国民经济其他部门的建设速度,这就要求必须有一个比较长远的电网发展计划。

1.3 城市电力网规划的基本要求

城市电网规划的重点是根据城市发展规划,研究和制订城市电网整体的发展战略和目标网架。城市电网规划的编制,应从调查现有电网入手,分析区域内的负荷增长趋势,立足于解决现有电网薄弱环节、优化电网结构、提高电网供电能力和适应性;在兼顾近远衔接,新建和改造结合的前提下,努力实现电网接线的规范化和设备选用的标准化;在电力系统技术导则的指导下,在电网安全可靠运行和保证供电质量的前提下,达到电网建设技术先进和经济合理的目标。

对城网规划的基本要求主要有以下几点:

(1)要有稳定可靠的供电能力。配电网的电压范围很宽,覆盖面很广,它直接联系着广大用户。配电网要有充足的供电能力,以满足用户需求不断增长的要求,尤其对经济发展迅速的城市和地区,电网对供电能力要予以特别重视。一般来说本地电源是有限的,这要求电网有很强的接受外电的能力,因此要从电网结构上采取必要措施,当网内电源或主要变电站发生事故时,能迅速从区外获得补充电源。

(2)要有较大的灵活性和适应性。在电网规划设计中,配电网的灵活性和适应性观念尤为重要,因为经济发展即是一个系统工程,又是一个动态过程,包含着许多相互制约的不确定因素。远期发展目标不可能全部预见且在蓝图上全部确定下来,因此要求配电网网架结构具有足够的弹性,包括有足够的设备容量,以及在各种可能出现的运行方式

下的应变能力。在制定各阶段网架方案时要考虑前后阶段之间的相关性,即发展过程中的过渡方式。

(3)要重视经济性。在电网建设中始终要十分重视经济性这一点,但是评判经济性的准则不尽相同,因而结论也不同。不能仅把电网建设的初始投资作为唯一考核指标,要以电网发展建设的总体效益来衡量。

(4)网架结构分层分片。随着电力的高速发展,电网的不足之处暴露出来了。这些都是事故的隐患,因此在电网(包括配电网)规划时必须认真地加以解决。首先应从网络结构上采取措施,而不是仅从电气设备选择上考虑。把一个容量较大的配电网分隔成既独立又互相联系的几片,片与片之间有相当的交换容量,保证必要时能相互支持。实际计算表明,这是降低短路容量的有效办法。为此,各级电压要采取相应的措施和步骤。当网内电源特别是大容量电源上网时要做充分的论证,电源接到哪一级电网?是直接送到中心变电站还是送到上级主网?这些要全面考察。其中包括对电网短路水平的影响,接线层次要分明。

(5)简化接线,增大容量。长期以来,认为简单接线只适用于某些非重要用户。然而当今电网的发展趋势要求配电网(包括城市电网)采用简单的接线形式。长期运行的经验也表明,复杂接线并不能提高可靠性,在一定程度上反而会降低可靠性。另外,电力技术的发展使得电器设备更加可靠、功能更强,这为简化接线,为变电站小型化、标准化创造了条件。简化接线在技术上和经济上都占优势。

1.4 城网规划概述

1.4.1 城网规划的范围

城网的供电区包括城市的全部地区。城网规划应以市区电网规划为主要组成部分。市区是指城市的建成区及远期规划发展地区。计算城网负荷所用的供电面积,原则上不包括大片农田、山区、水域、荒地等。

市中心区是指市区内人口密集,行政、经济、商业、交通集中的地区。市中心区用电负荷密度很大,供电质量和可靠性要求高,电网接线以及供电设施都应有较高的要求。

一个城市的城网可根据其中心区的布局、地理条件、负荷密度和送电网电压的选择,划分为几个区域电力网。市区以外的负荷集中的工业区和城镇可分别建设区域性电力网。

1.4.2 城网规划的主要内容

城网规划一般应包括以下主要内容。

(1)分析城网布局与负荷分布的现状。明确以下问题:

- 1)供电能力是否满足现有负荷的需要,及其可能适应负荷增长的程度;
- 2)供电可靠性;
- 3)正常运行时各枢纽点的电压水平及主要线路的电压损失;

- 4) 各级电压电网的电能损失;
- 5) 供电设备更新的必要性和可能性。
- (2) 负荷预测。

(3) 确定规划各期的目标及电网结构原则和供电设施的标准化,包括中、低压配电网改造原则。

(4) 进行有功、无功电力平衡,提出对城网供电电源点(发电厂、220 kV 及以上的变电站)的建设要求。

(5) 分期对城网结构进行整体规划。

(6) 确定变电站的地理位置、线路路径,确定分期建设的工程项目。

(7) 确定调度、通信、自动化等的规模和要求。

(8) 估算各规划期需要的投资、主要设备的规范和数量。

(9) 估算各规划期末将取得的经济效益和扩大供电能力以后取得的社会经济效益。

(10) 绘制各规划期末的城网规划地理位置接线图(包括现状接线图)。

(11) 编制规划说明书。

1.4.3 经济分析

经济分析包括经济计算和财务计算。经济计算一般用于论证方案和选择参数。财务计算一般用于阐明建设方案的财务现实可能性。对参与比较的各个方案都必须进行经济分析,选择最佳方案。

在经济分析中,一切费用(包括投资和运行费用)和效益都应考虑时间因素,即都应按照贴现的方法,将不同时期发生的费用和效益折算为现值。城网供电设施的综合经济使用年限一般可定为 20 ~ 25 年。

经济分析中各个比较方案一般设定相同的可比条件,即:

(1) 供电能力、供电质量、供电可靠性、建设工期方面能同等程度地满足同一地区城网的发展需要;

(2) 工程技术、设备供应、城市建设等方面都是现实可行的;

(3) 价格上采用同一时间的价格指数;

(4) 环境保护方面都能满足国家规定的要求。

参与比较的各方案由于可比条件相同,经济计算一般可以选取年费用最小的方案。在计算各方案的费用时,应计算可能发生的各项费用,包括:建设和改造的各项费用(土地征用、建筑物拆迁、环境保护、设备、设施、施工等),运行费用(运行维护、电能损失等)。

方案比较还可以依据优化供电可靠性的原则进行,即不先设定可靠性指标,将不同可靠性而引起的少供电损失费用引入计算,以取得供电部门和全社会的最大经济效益。各地区可逐步创造条件,通过典型调查和分析确定之。

1.4.4 规划的年限和各阶段的要求

城网规划年限应与国民经济发展规划和城市总体规划的年限一致,一般规定为近期(5 年)、中期(10 年)、远期(20 年)三个阶段。

近期规划应着重解决当前城网存在的主要问题,逐步满足负荷需要,提高供电质量和可靠性。要依据近期规划编制年度计划,提出逐年改造和新建的项目。

中期规划应与近期规划相衔接,着重将城网结构及设施有步骤地过渡到规划网络,并对大型项目进行可行性研究,做好前期工作。

远期规划主要考虑城网的长远发展目标,研究确定电源布局和规划网络,使之满足远期预测负荷水平的需要。

1.4.5 规划的编制流程

首先做好全区和分区分块的负荷预测,并经过技术经济比较确定近、中、远期规划的目标和标准化的电网结构原则。编制流程可分为三个步骤进行:第一步,建立远期电网的初步布局,作为编制分期规划的发展目标;第二步,根据预测负荷和现有的电网结构,经过分析计算,编制近期的分年规划和中期规划;第三步,根据近、中期规划最后阶段的规模和远期预测的负荷水平,经过分析计算,编制远期规划。

具体的编制方法分列如下。

(1)确定远期电网的初步布局。根据远期分区分块预测的负荷,按远期规划所应达到的目标(供电可靠性等)、本地区已确定的技术原则(包括电压等级、供电可靠性和接线方式等)和供电设施标准化,粗略地确定:

- 1)待建的高压变电站的容量和位置;
- 2)现有和待建变电站的供电区域;
- 3)高压线路的路径;
- 4)各变电站中压配电网的布置,包括出线回路数;

5)所需的电源容量和布局,结合电力系统的规划,提出对发电厂和电源变电站的要求。

(2)编制近期规划。从现有的电网入手,将下一年的预测负荷分配到现有的变电站和线路,进行电力潮流、电压降、短路容量、环流、故障分析等各项验算。检查电网的适应度。针对电网出现的不适应问题,从远期电网的初步布局中,选取初步确定的项目,确定电网的改进方案。

新的电网布局确定后,重新进行各项计算,务必满足近期规划应达到的目标要求,满足电网结构和设施标准化的要求。如达不到要求,应重新确定电网改进方案,重复计算,并据此提出年度的改造和新建项目,然后重复按上述步骤编制下一年以至逐年的近期规划。

(3)编制中期规划。做好近期规划后,再在近期末年规划电网的基础上,把中期的预测负荷分配到变电站和线路上,进行各项计算分析,检查电网的适应度。从远期电网的初步布局中,选取初定的项目,确定必要的电网改进方案,做出中期规划。

(4)编制远期规划。以中期规划的电网布局为基础,依据远期预测负荷,经各项计算后,编制远期规划。由于远期规划内容是近、中期规划的积累与发展,受各种因素的影响,必将对其原定的初步布局有所调整和修改。

(5)低压电网规划。低压电网规划直接受到小块地区负荷变动的影响,而且可以在

短期内建成,一般只需制定近期或中期规划。其步骤如下:

1)假定每一配电变压器的供电范围不变,然后按年负荷增长确定逐年所需变压器和线路的容量;

2)当所需变压器和线路容量或电压降超过规定的最大值时,则采取增加变压器和馈入点,电网进一步分段,必要时调大导线等措施来解决,并将达到规定负荷的用户改由中压供电。

(6)规划的修正。负荷预测是规划的主要依据,但其不确定因素很多,为此必须按负荷实际变动和规划的实施情况,对规划进行滚动修正。为适应城市经济和社会发展的需要,远期规划一般每五年修编一次。有下列情况之一时,必须对城网规划的目标及电网结构和设施的标准化进行修改,并对城网规划作相应的全面修正:

- 1)城市整体规划或电力系统规划进行调整或修改后;
- 2)预测负荷有较大变动时;
- 3)电网技术有较大发展时。

1.4.6 规划的编制、审批和实施

城网规划由供电部门和城市规划管理部门共同编制,以供电部门为主,报网(省)电管局(电力公司)审批。

根据《中华人民共和国城市规划法》,城网规划有关内容经当地城市规划主管部门综合协调后,纳入城市规划,报上级人民政府审批。

城网规划应通过城市建设与改造的统一规划来实施,城建部门应与供电部门密切配合,统一安排供电设施用地,如变(配)电所、线路走廊(包括电缆通道),以及在城市大型建筑物内或建筑物群中预留区域配电所和营业网点的建筑用地。

城网建设中的线路走廊、电缆通道、变配电所等用地,应充分考虑远期规划的合理需要,但实际建设可按需要分期进行。

2

I 最优化技术基础

2.1 概 述

本章将选择介绍一些与本书后续章节有关的常用的规划问题及算法,为读者在进行电力系统规划研究时应用这些模型与算法打下基础。深入全面掌握数学规划的内容,尚需要进一步阅读有关这方面的书籍。

数学规划可以定义为一种数学方法,用它可以对各种生产劳动进行规划,在可供利用的资源(资源泛指矿藏、水能、人力、设备、原料、运输条件、生态环境、资金、时间、空间等等)的限制条件下,使生产活动得到最大的效益,或用最少的资源完成指定的生产活动。

在建立数学模型时,第一步是确定问题的决策变量。决策变量是决策者可以控制的因素,如发电机的出力、电容器的投切、变压器分接头的调整等等。第二步是确定评价问题解答优劣的准则,这就是目标函数。目标函数是决策变量的函数,它可以是效益函数或费用函数。用效益函数作为目标函数时,最优化问题要求得到目标函数的极大值;用费用函数做目标函数时,最优化问题需要求得目标函数的极小值。在有些情况下常常将效益函数与费用函数统一起来,以单位费用的效益或单位效益的费用作为目标函数。以上所述的效益与费用都是广义的,费用是指所需的资源,效益可以是利润、产量、产值、性能指标等等。第三步就是确定约束条件。约束条件是指在求目标函数的极值(极大值或极小值)时的某种限制,如:资源的限额,产量应满足一定的数量,质量必须达到一定的要求,以及决策变量之间的关系应满足物理系统的方程式等。

用数学式子表达一个优化问题为

$$\text{obj. } \min(\max) z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-1a)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, & i = 1, 2, \dots, L \\ h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, & j = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (2-1b)$$

式中 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ——决策变量, 一组决策变量的数值就代表一种决策方案。

数学规划是近代应用数学非常活跃的一个分支, 发展很快, 在生产管理、工程技术、军事作战、科学实验、财政经济以及社会科学中都得到了极为广泛的应用。

2.2 线性规划

2.2.1 线性规划问题

在前述一般的优化问题表达式中, 若决策变量均非负, 约束条件都可以用一组线性等式或线性不等式表达, 目标函数可表示为一组决策变量的线性函数, 则这样的问题就称为一个线性规划问题。

用数学式子表达为

$$\text{obj. } \min(\max) z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (2-2a)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq (=, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq (=, \geq) b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq (=, \geq) b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (2-2b)$$

如何求解一个线性规划问题, 是本节所要讨论的中心问题。在介绍这样一类问题的求解之前, 先引入几个基本概念。

2.2.2 几个重要概念

2.2.2.1 线性规划问题的标准型

由前述可知, 线性规划问题可能有各种不同的形式。目标函数有的要求实现最大化, 有的要求最小化; 约束条件可以是“ $\leq$ ”形式的不等式, 也可以是“ $\geq$ ”形式的不等式, 还可以是等式。这样的多样性给讨论问题带来不便。为了便于研究, 规定线性规划问题的标准形式为

$$\text{obj. } \max z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2-3a)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2-3b)$$

并且这里假定 $b_i \geq 0$ (否则等式两边乘以 -1)。

不同于标准型的线性规划问题, 可采用下述方法化为标准型。

(1) 若要求目标函数实现最小化, 即要求目标函数

$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2-4)$$

这时只需要将求目标函数的最小值变换为求目标函数的最大值, 即