

电子光学

北京大学物理系

电子光学物理基础讲义

第一章 绪论

§ 1. 电子光学发展简史.

电子光学是物理学的一个独立的分支，它研究利用电场、磁场控制带电粒子（如电子）的运动藉以形成聚集成一定的带电粒子束。电子光学是电子学和技术物理中比较年轻和正在蓬勃发展的一个部门，它形成一门独立的学科只有近三十年的历史。电子光学蓬勃发展的开端在本世纪二十年代，它产生的动力是由于在电子束管（示波管）里要求获得细电子束的实际任务。因为在示波管里要把从电子枪发出的电子束聚集成一点，所以在早期的示波管里就用电场和磁场来形成与控制电子束。推动电子光学发展的另一动力是由于发现电子显微镜具有比光学显微镜高得多的分辨本领因而对电子显微镜试验和研究工作大大促进了电子光学的理论方面和实验方面的工作。——这些事实说明实践的需要（特别是生产的需要）是科学发展的动力。随着科学和技术的发展，出现许多新型的、用途广泛的电子器件，例如多变换器，电子倍增管，电视接收和发送管，离子投射器，超高频电子管，离子投射器和粒子加速器等。在上述各种仪器里，运用电场、磁场来使电子束形成、聚焦或偏转是一个基本问题。这类问题正是电子光学研究的对象，因此电子光学在整个电子物理中佔着愈来愈为重要的地位。

现在我们简略地叙述电子光学发展简史。远在十九世纪中叶，电子束器件的研究业已萌芽。在1897年 Braun 作成第一架示波管，但是其结构非常简陋，1911年俄国 B. A. Pожа́нский 对这种原始的示波管作了重大改进。电子束器件的进一步研究就导致了电子光学的发展。关于电子光学理论研究要追溯到斯堪的那维亚的数学天文学家 C. Störmer 在1907年发表的关于极光理论的论文，他研究了大气最高层处电子在地磁场中运动的情况。在这

文章中实际上已经得出了旋转对称磁场中电子光学的普遍方程。1926年——1927年H. Busch所作的关于磁距焦理论的论文。随后1932—1937年发表的许多其他论文和Busch的论文一起奠定了电子光学的理论基础。在这段时间内电子光学引起了理论科学家和实验科学家的兴趣。不久在1940年初次制成具有高分辨本领的电子显微镜，摄得大颗粒蛋上质分子的照片。苏联电子显微镜的试制工作开始在祖国战争以前，在战争快结束时，已制成了一架近代的电子显微镜。苏联有相当多的同志在从事电子显微镜工作，而且苏联制造的电子显微镜不断地得到改进。最新的УЭМБ 100型电子显微镜放大倍数达160000倍，分辨本领为 15\AA 。现在电子显微镜在冶金，矿物，地质，生物，医学，技术物理各方面日益广泛应用着。

1943年苏联Г. А. Гринберг关于细电子束聚焦的普遍理论是电子光学理论方面的极其卓越贡献。他在极为普遍的形式下解决了找出能形成给定形状电子轨跡（或电子束）的场的问题。

电子光学在电视中得到广泛应用。在电视发送管里光学的像变成电的讯号发送出去，在电视接收管里电的讯号反过来变成光学的像被接收下来。这两类管子都是电子光学仪器，而且对其中电子光学系统有很高的要求。电子光学的规律制约着电视管中电子束的形成、聚焦和偏转，并且在彩色电视管中产生正确的色调。现在苏联建成了最高水平的电视中心，有许多电子光学的专家正在从事电视的研究工作。

在电子倍增管的制造和设计上电子光学也发挥了很大作用。为了要按二次电子在所有的中间电极（二次发射极）上顺序地聚焦就需要采用特殊形状的电场或磁场。1932年苏联工程师Л. А. Кубеуский首先创造了一种电子倍增管。现在制成许多新

型的电子倍增器（电流放大倍数在500000以上）。

近代核子物理中运用各种类型的加速器（例如回旋加速器，感应加速器，同步加速器，同步回旋加速器，同步稳相加速器和直线加速器）。在各种加速器中，带电粒子束的聚焦是一个重要问题，这就和电子光学有密切关系。

上面我们简略地叙述了电子光学发展简史。现在让我们来谈一谈我国电子光学的发展情况。解放前旧中国根本没有电子光学的研究，只有在解放后在党的领导下电子光学才得到发展。尤其在1958年大跃进中发展更为迅速。例如去年科学院光学与精密机械研究所短短的几个月之内就完成了我国第一台电子显微镜的试制任务。现在该所同志正在鼓足干劲准备为在短期内试制更高分辨本领的电子显微镜而努力。在国内有关单位都试制成几种大型的设各例如 β 谱仪和加速器，这些工作更带动了电子光学的发展。

1958年小型电子束器件的试制工作更是遍地开花。南京、上海、北京和沈阳等地先后试制成功示波管、电视显像管和光电倍增管等器件。上述成绩是与我国工业、技术的发展分不开的。反过来讲由于工业技术（特别是电真空器件）的迅速发展又促进了电子光学的发展。现在许多大学和研究所都建立起电子光学的实验室，大搞电解槽和电阻网等基本设备。（例如清华大学试制成功自动电子轨迹仪）。

建国十年来，电子光学实验方面论文有谢家荣的「由电子回旋加速器中提取电子束的新方法」文章和刘鸿辉的「利用橡皮膜研究电子在旋转对称电场和磁场中的运动」的文章。电子光学理论方面的研究工作是和苏联专家谢曼的指导分不开的，主要是关于象差的许多论文。——建国十年来，我国电子光学从无到有，成绩很大，今后应该密切联系实际鼓足干劲为取得

更大成绩而努力！

§ 2. 电子光学的内容及研究对象.

从上述电子光学的发展的简史，我们可以看出电子光学是物理学的一个独立分支，它研究带电粒子在电场和磁场中运动的规律。这里我们要指出电子光学的涵义有广义和狭义之分。

对电子光学狭义的理解是指研究与普通光学（以后一律称为光线光学）有较多相似性的仪器中电子运动的规律。这些仪器可以使电子成电子束（聚焦成像、反转、偏转等），因而起着电子透镜、电子（反射）镜和电子稜镜的作用。从这里可以清楚地看出电子光学和光线光学之间存在很多相似性。

对电子光学广义的理解是指研究带电粒子在各种电场、磁场（包括非静场和高频场）作用下运动的规律。在这种广泛的定义下，电子光学的研究对象包括了全部或几乎全部的电子器件或离子器件，因为这些器件都涉及到场对于电子束或离子束的作用问题。这样，像各种基本粒子加速器和高频电子器件等都归入电子光学范围内，虽然这些仪器和光线光学很少相似甚至完全不相似。

在本课程中，除掉若干个别章节（例如第八章电子谱仪一节和第九章动态电子光学一章）涉及广义的电子光学范围外，我们主要的将着重研究狭义的电子光学范围，其中电子光学和光线光学有明显的相似性，在狭义的电子光学领域内所遇到的电子光学仪器各有不同（参看§1中提到的仪器），但是从工作原理看来，大致可以分成三类：

1) 第一类—产生强度大、能够用电场磁场加以控制的电子探针（它在荧光屏上具有尽可能小的亮斑），例如示波管和电视管；

2) 第二类—利用细电子束使小物样放大成像并具有极高的分辨本领，例如电子显微镜。

3) 第三类—利用宽电子束使大物面成像而放大倍数近乎为1，例如象变换器。

现在我们要顺序定性地介绍上述三类典型的电子光学仪器，其目的在於使我们对电子光学中的一些基本概念（例如偏转，聚焦，成象，细电子束和宽电子束等）有初步的了解和具体的形象。

电子束器件（示波管）大家知道用来直接观察交变电流的现象的电子束器件称为电子示波管，它的主要功用是藉助两个互相独立的，在两个互相垂直方向的偏转场（通常是静电场或静磁场）无惯性（实际上无惯性）地控制聚焦的细电子束的位置（即荧光屏上亮点的位置）在图1.1上我们给出一个普通的示波管的简图。（在图上为了夸张起见把细电子束放大了！）从热阴极K（钨丝阴极）发出的电子被加在阴极和第一阳极 A_1 之间的电压所加速。在第一阳极 A_1 和第二阳极 A_2 之间也加上电位差，这样在双圆筒 A_1, A_2 之间形成静电场它可以使电子束聚焦（因此通常称为电子透镜）。於是电子束在荧光屏S上造成清晰的很亮的斑点。束的强度可以藉加在控制电极W上的电位来调节。 P_1, P_2 是组成平行板电容器，形成偏转场。如果在两板上加电位差，那么电子束将被场所偏转（偏转方向是垂直的）以后可以证明在一定的限界之内，束的偏转正比於偏转电压。另一对和 P_1, P_2 垂直的平行板电容器 Q_1, Q_2 （虚线表示）能够使电子束在水平方向偏转——（图1.1中线线圈KS和SP分别表示相当的磁透镜线圈和磁偏转线圈）。

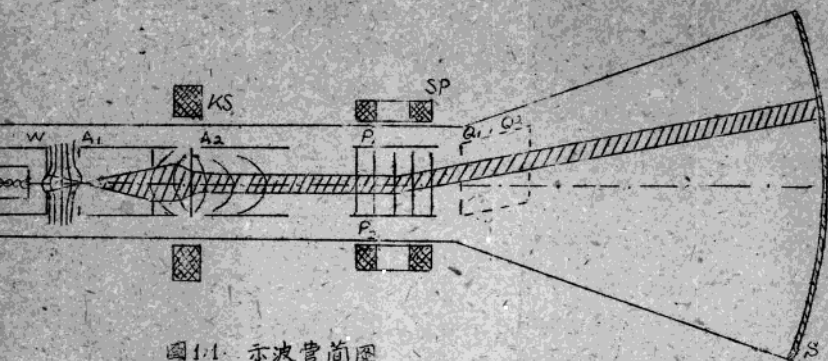


图 1.1 示波管简图

根据示波管的功用，它主要应该具备下述特性：

(i) 电子枪能够产生细电子束，并在荧光屏上产生很小而又很亮的发光斑点；

(ii) 可以很方便地调节电子束的电流，从而改变斑点的亮度；

(iii) 具有较高的灵敏度（示波管的灵敏度即偏转电极间电位差改变 1 伏时屏上亮斑对应的位移量），而且要求在亮斑全偏转范围内灵敏度不发生显著变化，换句话说亮斑在荧光屏上的位移与偏转电极间电位差的变化成线性关系。

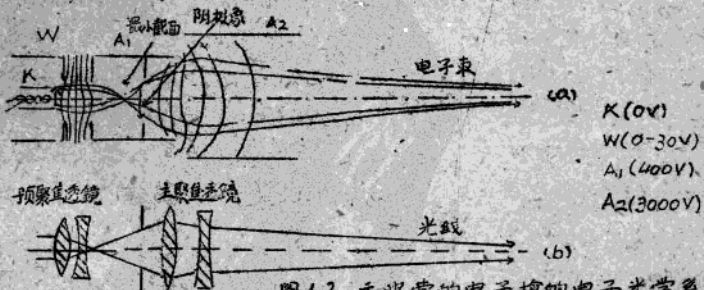


图 1.2 示波管的电子枪的电子光学系统(a)和电子枪对应的光学相似系统 (b)

示波管的(i)、(ii)特性主要由电子枪(阴极K, 控制极W和加速阴极A组成电子枪)给出。现在我们把一种普通的示波管的电子枪表示于图1.2上。现在来看电子枪如何保证产生横截面积很小的细电子束和如何调制电子束的强度。为此我们从光学中的拉格朗日—亥姆霍兹关系式出发。设物及其像的大小分别为 y_1 和 y_2 , 则有:

$$y_1 n_1 \gamma_1 = y_2 n_2 \gamma_2$$

其中 n_1 和 n_2 分别是物空间和像空间的折射率, 而 γ_1 、 γ_2 分别是物方和像方束的张角。由此得出:

$$\gamma_2/\gamma_1 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{y_1}{y_2}$$

由此可见为了要得到细电子束和很小的亮斑, 应该缩小

$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} \approx \sqrt{\frac{100}{10000}} = \frac{1}{10} \quad (U_1, U_2 \text{ 是物空间和像间的电位})$$

; 其次应该使 y_1/y_2 尽量缩小。实际上在阴极处电子束的张角 γ_1 由电子径向初速所决定, 因此 γ_1 的变化不会很大。这样一来, 要缩小 y_1/y_2 只有增加 y_2 。但在主聚焦透镜 A_2 到屏S的距离不变的条件下, 欲增加 y_2 可以在 A_2 之前加一个预聚焦透镜 A_1 , 由图1.3可以看出由于 A_1 使 y_1/y_2 变小。因此现在的电子束器

件电子枪都是由两个透镜组成。在图1.4(a)中我们将电子枪中细电子束的形成表示, 而在图1.4(b)中给出对应的光学相似系统。

现在讨论图1.1中的控制电极W, 并要阐明改变W的电位对于调节电子束电流大小有两方面作用。

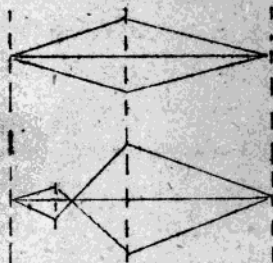


图1.3 有预聚焦透镜的电子光学系统。

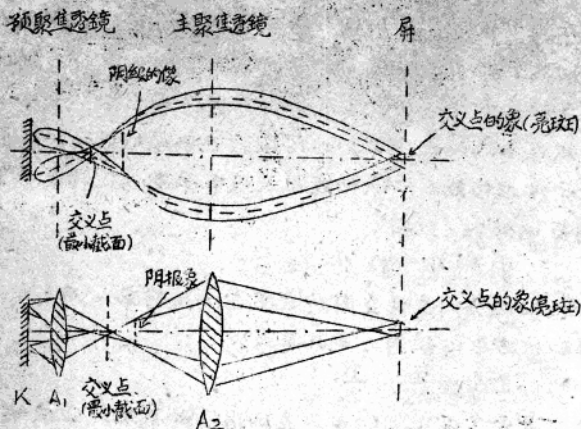


图1.4 电子枪中电子束的形成，以及对应的光学相似系统

首先，改变 N 的电位就可以改变阴极前面由负的空间电荷所形成的透镜变量的大小，从而使阳极电流变化，这和普通电子管中栅极电压变化对阴极发射电流的作用类似。其次，显然可见，只有阴极表面电场为正的面积能够发射电流（凡是阴极表面电场过于负的区域电子就发射不出来）。当控制电极 W 电位变负时，阴极表面上电场为正的面积变小，从而使阴极发射电流减小。如图 1.5 所示。

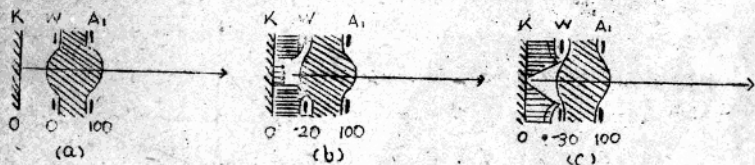


图 1.5 控制电极 W 的作用 (a) W 和 A_1 组成预聚焦透镜，(b) W 变负阴极发射面积大为减小，(c) 只在阴极中心处有电场通过，阴极表面完全为空间电荷所屏蔽（在图中用横线表示），若 W 电位比

上面我们简单地介绍了示波管（重点在于说明电子枪如何形成细电子束，以及电子光学透镜系统和光学透镜系统的相似性）。现在转向讨论第二类电子光学仪器——电子显微镜。

电子显微镜 电子显微镜是一种最典型的电子光学仪器，其中电子光学的原理的实现最为清楚。凡是能够获得小物体的极度地放大像的电子光学仪器称为电子显微镜。电子显微镜和光学显微镜有许多相似，所不同者在于它不是利用光线而是利用电子射线，不是利用玻璃透镜而是利用电子透镜（磁的或电的透镜）。

在叙述电子显微镜的工作原理和结构前，必须看看它比光学显微镜有何优点。任何显微镜基本的特性是它的分辨本领，即它能够分辨微小物体最小的部分的本领。大家知道，人眼在明视距离（25厘米）时可以分辨距离小到0.1毫米的两个物点，而当两个物点距离小于0.1毫米时将不能分辨。光学显微镜的分辨本领决定于衍射现象。在图1.6表出由于衍射每一个物点（例

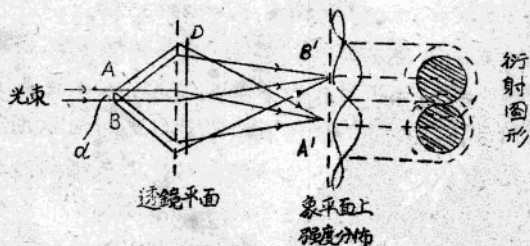


图 1.6. 决定显微镜的分辨本领

如 A, B) 将被透镜映象成为一个发射圆斑。这二个圆斑将互相重叠。我们假定若第一个圆的衍射极大值 A' 和第二个圆的衍

射极大值 B' 相重合时 A, B 两点的像 A', B' 仍然可以分辨，即这时 A, B 两点尚可分辨。若两个衍射圆斑重叠更多则这两点将是不可分辨了。Abbe 从这样的衍射现象出发，确定了光学

系统的最小分辨距离 d_0 为：

$$d_0 = \frac{0.61\lambda}{n \sin \alpha}$$

其中 λ —— 物体所发光的波长， n —— 像空间和物空间折射率之比， α —— 进入透镜的光束的半角。 $n \sin \alpha$ 称为透镜的数值孔径。—— 由这个等式可以得出一个重要结论：若光波的波长愈短则分辨距离愈小，亦即分辨本领愈高。例如用波长最短的可见光（紫光波长为 4500 \AA ）照耀物体，则最小分辨距离约为 1500 \AA ；若用白光照耀物体，则最小分辨距离约为 2000 \AA 。

现在我们来看 λ 电子波的波长 λ 的大小，利用德布洛意公式，电子波的波长 λ 为：

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

其中 h 是普朗克常数 ($\sim 6.62 \cdot 10^{-27}$ 厄格秒)，若忽略相对论效应 $mv = \sqrt{2emV}$ (V 是加速电压)，并将 e, m, h 代入则得：

$\lambda = \sqrt{\frac{150}{V}} \text{ \AA} = \frac{12.25}{\sqrt{V}} \text{ \AA}$ (V 是以伏特表示。) 由此可见增加加速电压则电子的波长减小。例如当 $V = 1000$ 伏特时， $\lambda = 0.3877 \text{ \AA}$ ；当 $V = 50,000$ 伏特时， $\lambda = 0.05355 \text{ \AA}$ 。

比较了光波波长和电子波的波长发现，电子波波长比光波波长小约 10^5 倍，因此利用电子显微镜分辨本领可以大大提高。利用 $\Delta \delta e$ 公式估计电子显微镜的分辨本领（并考虑到电子光学象差的限制）得出电子显微镜最小分辨距离理论上极限约为 3 \AA 。目前实验室中最好的电子显微镜可分辨距离为 $7-8 \text{ \AA}$ ，而工业生产的最好的电子显微镜约为 15 \AA （例苏联 $УЭМБ-100$ 型）。利用这种高分辨本领的电子显微镜给我们提供了洞察物质微观结构的强有力工具。

在图17上，我们画出在磁的和电的显微镜中透镜的安排与电子射线的行程，并且为了对比起见我们在圈上还画出了在光

(a) 光学显微镜

(b) 磁电子显微镜

(c) 静电的电子显微镜

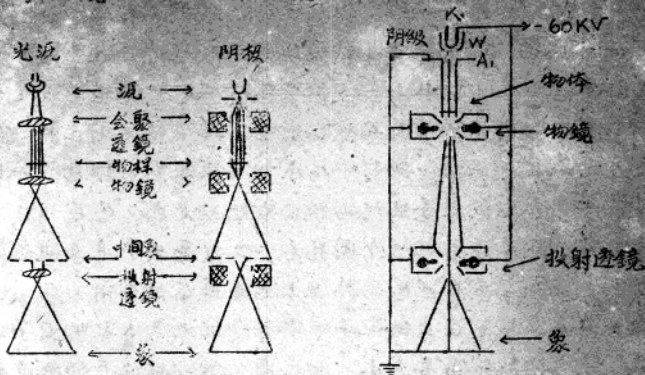


图1.7. 光学显微镜和电子显微镜的对比。

光学显微镜中光线的行程。电子射线的源是电子枪，它和电子束器件所用的电子枪无原则性区别，也是由钨丝阴极、控制电极和加速阴极组成。后者具有几万到几十万伏特电压（相对于阴极），它所产生的加速电场使电子束集拢成具有小张角的细束。这个束进而被会聚透镜聚焦到被研究的物样上。当电子射线通过物样时束发生散射，然后通过物镜。物镜给出物样的第一次放大的像，称为中间像，后者进一步被投射透镜放大成像于荧光屏上。

在磁的电子显微镜中，会聚透镜，物镜和投射透镜是用旋转对称的通电流线图作成，它带有铁壳和极端口。Busch 首先发现（1926年）这种短磁线圈产生的旋转对称磁场对电子射线的作用与玻璃透镜对光线的作用相似。在静电的电子显微镜中，物镜和投射透镜是由特殊形式的旋转对称电极作成，可以证明它们形成的旋转对称电场对于电子射线有透镜作用。

现在简略地说明电子显微镜中成像的机理。大家知道，在光学显微镜中成像的机理是利用光线通过物样不全点时光的吸收程度不一样。可是在电子显微镜中所观察的物样应该如此之薄（几百 \AA 厚度）以致电子在其中不被吸收。当电子通过物样时和物质原子发生碰撞并且被散射着。电子的散射角将被物样的厚度和密度所决定；物样中厚度和密度较大的部分电子散射角度较大。散射的电子通过物镜后就经过光阑，它是放在物镜之中（或物镜之下）的一个圆孔（ ~ 0.01 毫米）并且被称为孔径光阑。孔径光阑在成像的机理上起着基本的作用。事实上，从物样上某点散射而来的电子中能够通过光阑小孔的电子数量将依赖于它们散射角度大小，而后者又被物样该点的厚度和密度所决定。这样一来，最后在荧光屏上各点亮度的分佈将对应于物样上各点的厚度与密度；物样上愈厚和愈密的部分在像的对应部分上的亮度将较暗。换句话说，电子显微镜所成像的反差被决定于物样各点上不同的散射。这就是电子显微镜中成像的简单原理。

上面我们简单地介绍了电子显微镜（重点在于说明电子波比光波波长小得多，因此电子显微镜的分辨本领极高；以及阐明了磁透镜和电透的聚焦成像作用。）最后我们转向介绍第三类电子光学仪器——象变换器。

象变换器 将光学图像变为电子图像，然后又重新将其变为光学图像的电子束器件称为象变换器。这类仪器的用途在于将人眼看不见的红外线图像变成可见光的图像，并且可以增强图像的亮度。

象变换器的工作原理可以简述如下。首先将不可见的红外线图像投射到对红外线灵敏的光电阴极上。在红外线照耀下，光电阴极就发射出电子，这些电子受到电场加速后飞向荧光屏。

并且受电场或磁场作用聚焦成像于荧光屏上。这样看来，象变换器包含三个基本部分即：光电阴极，电子光学系统和荧光屏。现在分述于后。

可以用半透明的氧铯（又叫银—氧—铯）光电阴极，因为它对红外线有很高的灵敏度（达到30—50微安/流明）。从光电阴极面上各点分发出的电子数目正比于照到该处的红外线辐射强度，这样红外线图象就变成对应的电子图象了。

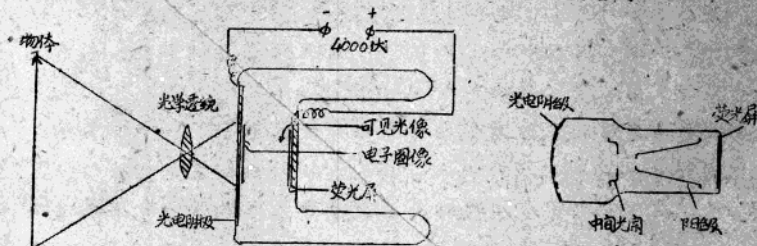
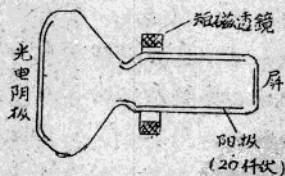


图1.8(a)最简单的象变换器(均匀电场)

(b)静电聚焦的象变换器



(c)磁聚焦的象变换器

图1.8几种型式的象变换器

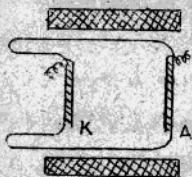


图1.8(d)平行均匀复合场的象变换器

(阴极电压 $V_0 = 20$ 千伏)
中间阳极电压 10—14 千伏

藉助於靜電場或磁場可使電子像轉移到熒光屏上。在圖1.8上我們給出幾種象變換器的簡圖。在這些象變換器中靜電透鏡或靜磁透鏡的作用不僅在於將電子像轉移到熒光屏上而且要使電子束聚焦以能在熒光屏上得到很清晰的、放大倍數可以適當變化的圖像。

經過電子光學系統聚焦的電子束射到熒光屏上，并使后者發光。幕上各P分的發光強度正比於落到該處的電子數目。因此這樣一來，在熒光屏終於得到和反差的紅外線圖像強度分佈對應的可見光圖像了。

製造象變換器熒光屏的最合適材料是人造硅酸鋅（鎘激活過的正硅酸鋅），其熒光的顏色幾乎和人眼光譜靈敏度的最大値相重合。

在結束關於象變換器的簡單介紹之前，我們想着重指出它的兩個特點：

第一，象變換器是一個大物面成像的系統，因而要設法避免由此產生的場畸變等象差；

第二，象變換器是一種所謂漫射物鏡系統。從陰極發出的電子具有不同的逸出角，因而軌跡的斜率可能是很大的（與陰極相切發出的電子軌跡的斜率趨於無窮）。可是由於電子的初速很小，因此它們從陰極發出後立刻受到加速場強烈的作用很快地集結成為一個細電子束，然後繼續在場中前進，最後在屏上成像。由此可見，漫射物鏡中斜率很大（甚至可以趨於無窮）的電子所組成的寬電子束也能夠成像。

總結上面討論的三種類型電子光學儀器，我們看出制備電子光學儀器時所必不可少的條件如下：

(1) 帶電粒子，可用來成象或形成電流密度很大而截面很小的細電子束（有時稱為電子探針）；

(ii)带电粒子运动所在空间中的媒质。

(iii)控制带电粒子运动的电场和磁场。

首先讨论第(i)点，即用来成象或形成电子探针的带电粒子。除了一部分仪器（如离子显微镜，离子投射器质谱仪和重粒子加速器）是利用离子来工作外，绝大部分电子光学仪器都是利用电子的；其所以如此主要是由于电子源的制备比较容易。在电子光学中用不同方法获得自由电子，例如热电子发射，场致发射，光电发射及二次发射等。

其次讨论第(ii)点，即粒子运动的空间中的媒质。电子光学中绝大多数仪器都是要求高真空的。不同仪器中要求的真空度是不同的，一般是在 10^{-3} 到 10^{-6} mmHg之间，而在场致发射的仪器中（如显微投射器）真空度达 10^{-8} 到 10^{-9} mmHg，甚至更高些。

最后讨论(iii)点，即控制粒子运动的电场和磁场。大部分电子光学仪器都是用静电场和静磁场；前者由电极系统所产生，后者由通电流的线圈（带磁极端头或不带磁极端头）所产生。从前面所述的几种类型的仪器可以知道，这些电场和磁场具有光学作用，有时与光线光学对比称为电子透镜。

当结束这一节时，我们还要指出电子光学对于电子学发展所具有的重要意义。如前所述，电子光学的基本任务在于利用电场、磁场来控制电子的运动。因此这个任务可以分成了两大类：—

第一，决定在给定的电场和磁场中带电粒子的轨跡，从而决定这些场的聚焦性质。例如对于给定型式的电子显微镜，已知电场和磁场的分佈，研究其中电子轨跡形状及该系统的聚焦性质（分辨本领和放大倍数等）；又如在设计或研究电子谱仪和加速器时都需要决定在给定的场中的电子轨跡。

第二，决定电场、磁场的分布，使它们具有给定的聚焦性质并且其中可以实现给定形状的电子轨迹，例如，在设计电子枪时候就需要决定场的分布，使得其中电子轨迹能会聚成很细的电子探针。

由此可见，电子光学是设计各种电真空器件的理论基础，因此本课程将介绍各种有关的电真空器件，并且阐明诸器件赖以工作的电子光学原理。

§3. 电子的电荷、质量、能量和电子波长。

电子在电场和磁场中运动取决于两个量即电子的电荷 e 和其质量，它们的数值如下：

$$e = 4.803 \cdot 10^{-10} \text{ 静电单位,}$$

$$= 1.601 \cdot 10^{-20} \text{ 电磁单位,}$$

$$= 1.601 \cdot 10^{-19} \text{ 库伦}$$

$$m = 9.107 \cdot 10^{-28} \text{ 克.}$$

由此得出荷质比为

$$\frac{e}{m} = 5.274 \cdot 10^{17} \text{ 静电单位/克,}$$

$$= 1.758 \cdot 10^7 \text{ 电磁单位/克,}$$

$$= 1.758 \cdot 10^8 \text{ 库伦/克.}$$

我们知道仅当电子速度很小情形下，它的质量才是常数，而当电子速度很大时（即接近光

$$c = 2.9978 \cdot 10^{10} \text{ 厘米/秒,}$$

的情形）它的质量随速度增加而增大，即

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (3.1)$$

其中 m_0 叫静止质量， m 叫相对论质量。

在电子速度远小于光速时，它的动能为

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = eV \quad (3.2)$$