



○新课程学习能力评价课题研究资源用书

○主编 刘德 林旭

编写 新课程学习能力评价课题组

中国教育学会《中国教育学刊》推荐学生用书

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING
STUDY

配冀教版

数学 九年级下册

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记



光明日报出版社



新课程学习能力评价课题研究资源用书

学习高手

状元塑造车间

主 编 刘 德 林 旭
本册主编 鞠立杰
本册副主编 黄海涛
本册编委 张明波 王淑芳

数学

九年级下册

配冀教版

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手. 数学. 九年级. 下册/刘德, 林旭主编. —北京: 光明日报出版社, 2009. 10
配冀教版

ISBN 978-7-5112-0276-5

I. 学… II. ①刘… ②林… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 159779 号

学习高手

数学/九年级下册(冀教版)

主 编: 刘 德 林 旭

责任编辑: 温 梦

策 划: 聂电春

版式设计: 邢 丽

责任校对: 徐为正

责任印制: 胡 骑

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市崇文区珠市口东大街 5 号, 100062

电 话: 010-67078249(咨询)

传 真: 010-67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbs@gmw.cn

法律顾问: 北京昆仑律师事务所陶雷律师

印 刷: 山东滨州明天印务有限公司

装 订: 山东滨州明天印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社发行部联系调换。

开 本: 890×1240 1/32

字 数: 230 千字

印 张: 8.5

版 次: 2009 年 10 月第 1 版

印 次: 2009 年 10 月第 1 次

书 号: ISBN 978-7-5112-0276-5

定价: 14.90 元

版权所有 翻印必究

目录

第三十四章 二次函数 1

34.1 认识二次函数 1

高手支招 1 细品教材 1

高手支招 2 归纳整理 2

高手支招 3 典例精析 3

高手支招 4 链接中考 5

高手支招 5 思考发现 6

高手支招 6 体验成功 7

教材习题点拨 9

34.2 二次函数的三种表示方法 11

高手支招 1 细品教材 11

高手支招 2 归纳整理 12

高手支招 3 典例精析 13

高手支招 4 链接中考 16

高手支招 5 思考发现 18

高手支招 6 体验成功 18

教材习题点拨 21

34.3 二次函数的图像和性质 23

高手支招 1 细品教材 23

高手支招 2 归纳整理 26

高手支招 3 典例精析 27

高手支招 4 链接中考 32

高手支招 5 思考发现 33

高手支招 6 体验成功 33

教材习题点拨 38

34.4 二次函数的应用 41

高手支招 1 细品教材 41

高手支招 2 归纳整理 43

高手支招 3 典例精析 43

高手支招 4 链接中考 47

高手支招 5 思考发现 49

高手支招 6 体验成功 50

教材习题点拨 54

本章总结 59

教材习题点拨 66

第三十五章 圆(二) 73

35.1 点与圆的位置关系 73

高手支招 1 细品教材 73

高手支招 2 归纳整理 74

高手支招 3 典例精析 74

高手支招 4 链接中考 77

高手支招 5 思考发现 78

高手支招 6 体验成功	78	高手支招 3 典例精析	106
教材习题点拨	81	高手支招 4 链接中考	109
35.2 直线与圆的位置关系	82	高手支招 5 思考发现	111
高手支招 1 细品教材	82	高手支招 6 体验成功	111
高手支招 2 归纳整理	83	教材习题点拨	115
高手支招 3 典例精析	83	35.5 圆与圆的位置关系	118
高手支招 4 链接中考	85	高手支招 1 细品教材	118
高手支招 5 思考发现	86	高手支招 2 归纳整理	121
高手支招 6 体验成功	86	高手支招 3 典例精析	121
教材习题点拨	89	高手支招 4 链接中考	125
35.3 探索切线的性质	92	高手支招 5 思考发现	126
高手支招 1 细品教材	92	高手支招 6 体验成功	127
高手支招 2 归纳整理	93	教材习题点拨	130
高手支招 3 典例精析	93	本章总结	132
高手支招 4 链接中考	97	教材习题点拨	137
高手支招 5 思考发现	99	第三十六章 抽样调查与估计	141
高手支招 6 体验成功	99	36.1 抽样调查	141
教材习题点拨	103	高手支招 1 细品教材	141
35.4 切线的判定	105	高手支招 2 归纳整理	142
高手支招 1 细品教材	105	高手支招 3 典例精析	142
高手支招 2 归纳整理	106	高手支招 4 链接中考	146

高手支招 5 思考发现	147
高手支招 6 体验成功	147
教材习题点拨	150
36.2 数据的整理与表示	152
高手支招 1 细品教材	152
高手支招 2 归纳整理	154
高手支招 3 典例精析	155
高手支招 4 链接中考	160
高手支招 5 思考发现	163
高手支招 6 体验成功	164
教材习题点拨	168
36.3 由样本推断总体	171
高手支招 1 细品教材	171
高手支招 2 归纳整理	172
高手支招 3 典例精析	172
高手支招 4 链接中考	178
高手支招 5 思考发现	181
高手支招 6 体验成功	181
教材习题点拨	186
本章总结	189
教材习题点拨	197

第三十七章 投影与视图

37.1 平行投影

高手支招 1 细品教材	201
高手支招 2 归纳整理	202
高手支招 3 典例精析	202
高手支招 4 链接中考	206
高手支招 5 思考发现	206
高手支招 6 体验成功	207
教材习题点拨	209

37.2 中心投影

高手支招 1 细品教材	211
高手支招 2 归纳整理	212
高手支招 3 典例精析	212
高手支招 4 链接中考	215
高手支招 5 思考发现	216
高手支招 6 体验成功	217
教材习题点拨	220

37.3 视点、视线、盲区

高手支招 1 细品教材	222
高手支招 2 归纳整理	223
高手支招 3 典例精析	223

高手支招 4 链接中考	226
高手支招 5 思考发现	227
高手支招 6 体验成功	228
教材习题点拨	230
37.4 三视图	232
高手支招 1 细品教材	232
高手支招 2 归纳整理	233
高手支招 3 典例精析	234
高手支招 4 链接中考	237
高手支招 5 思考发现	239
高手支招 6 体验成功	240

教材习题点拨	243
37.5 几何体的展开图及其应用 ...	246
高手支招 1 细品教材	246
高手支招 2 归纳整理	248
高手支招 3 典例精析	248
高手支招 4 链接中考	251
高手支招 5 思考发现	252
高手支招 6 体验成功	252
教材习题点拨	257
本章总结	259
教材习题点拨	263

第三十四章 二次函数

34.1 认识二次函数

在现实生活中,我们常会遇到诸如下面的一些实际问题:

用一段长 16 m 的铝合金型材,制作一个如图所示的上部是半圆,下部是矩形的窗框,当矩形的长和宽分别为多少时,才能使该窗户的透光面积最大?



这个问题与本节内容有密切联系,学完本节内容以后,你就能运用二次函数的有关知识,顺利地解决这个问题.



高手支招① 细品教材

一、二次函数的定义

一般地,如果两个变量 x 和 y 之间的函数关系可以表示成 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 那么称 y 是 x 的二次函数.

在理解二次函数的定义时,应注意以下两点:

1. 任何一个二次函数的表达式,都可以化成 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的形式. 因此,我们把 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 叫做二次函数的一般形式. 其中 ax^2 称为二次项, bx 称为一次项, c 称为常数项, a 称为二次项系数, b 称为一次项系数.

2. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, a, b, c 是常数, a 必须不为 0, b, c 可以是任何实数. 当 $a = 0$ 时, 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 变成 $y = bx + c$, 此时, 若 $b \neq 0$, 则函数是一次函数; 若 $b = 0$, 则是常数函数 $y = c$.

【示例】下列函数中, y 是 x 的二次函数的是 ()

A. $x + y^2 + 1 = 0$

B. $y = (x+1)(x-1) - (x-1)^2$

C. $y = 2 + \sqrt{4+x^2}$

D. $x^2 + y - 2 = 0$

二次函数必须具备三个特征:(1)化简整理后,等式的右边是关于自变量的整式;(2)自变量的最高次数是 2;(3)二次项的系数不为 0.



► **思路分析**: 先将函数式进行变形, 转化为用 x 的代数式表示 y 的形式, 再根据二次函数的定义进行判断.

把 A 项中的表达式变形为 $y^2 = -x - 1$, 由此可知 x 的最高次数不是 2, 且 y 的次数不是 1, 所以 A 项不是. 把 B 项变形为 $y = 2x - 2$, 可知 x 的最高次数不为 2, 所以 B 项不是. C 项的等式右边关于 x 的式子, 不是整式, 所以 C 项不是. 把 D 项变形为 $y = -x^2 + 2$, 符合二次函数的定义, 所以 D 项符合题意, 故选 D.

► **答案**: D

二、列二次函数的表达式

函数表达式 (也称关系式或解析式) 其实是一个等式, 左边字母表示的量随右边字母的变化而变化, 所以左边的字母叫因变量, 右边的字母是自己不断地变化所以叫自变量.

列二次函数的表达式应遵循以下步骤:

1. 审清题意, 找出实际问题中的已知量、未知量, 将文字、图形语言转化为数学符号语言;

2. 找出等量关系, 找到已知量和变量间的关系, 并用等式表示;

3. 列函数表达式, 设出表示变量的字母, 把等量关系用含字母的代数式替换, 并将表达式写成用自变量表示因变量的形式.

【示例】正方形的边长为 3 cm, 若它的边长增加 x cm, 则它的面积就增加 y cm². 试列出用 x 表示 y 的函数表达式.

► **思路分析**: 利用正方形的面积公式分别求出边长为 3 cm 和 $(3+x)$ cm 的正方形的面积, 即可得函数表达式.

► **解**: $y = (3+x)^2 - 3^2 = x^2 + 6x (x \geq 0)$.



高手支招 ② 归纳整理

本节主要内容是二次函数的定义和列二次函数的表达式. 二次函数的定义是在回顾一次函数、反比例函数的基础上, 通过与生活密切相关的问题引入的. 因此, 学习时要主动参与, 积极探索尝试、猜想和发现, 在探索的过程中体会和认识二次函数的概念.

二次函数 定义: 一般地, 形如 ① 的式子, 叫做二次函数
列二次函数的表达式

状元笔记

比较常见的几种二次函数关系:

① 面积、体积的一些计算公式在特定的情况下可以看作二次函数关系, 如周长一定时, 矩形的面积与一边长的关系满足二次函数关系;

② 在特定情况下, 销售利润与售价的关系, 银行存款本息和与年利率的关系, 总量与增长率 (降低率) 的关系等;

③ 一些物理学公式也满足二次函数关系.

答案

$$\textcircled{1} y = ax^2 + bx + c (a, b, c \text{ 为常数}, a \neq 0)$$



高手支招③ 典例精析

一、基础知识巩固

【例 1】下列函数中是二次函数的是…………… ()

A. $y = 8x^2 + 1$

B. $y = 8x - 1$

C. $y = \frac{8}{x}$

D. $y = \frac{8}{x^2} + 1$

► 思路分析: 根据二次函数的定义来判断. 因为 A 中 $y = 8x^2 + 1$ 形如 $y = ax^2 + bx + c$ 的形式, 且 $a \neq 0$, 而 B、C 显然分别是一次函数和反比例函数, 而 D 中 $y = \frac{8}{x^2} + 1$ 的右边 $\frac{8}{x^2} + 1$ 不是整式, 显然也不是二次函数.

答案: A

技术提示

判别一个函数是否是二次函数可从三个方面来考虑: (1) 看它是否是整式, 如果不是整式, 则一定不是二次函数; (2) 当它是整式时, 再看自变量的最高次数是否为 2; (3) 二次项的系数是否为 0. 只有综合考虑上述三点, 才可作出正确判断.

【例 2】下列函数哪些是关于 x 的二次函数?

(1) $y = 4 - \sqrt{3}x^2$; (2) $y = \frac{2}{x^2 + 4}$; (3) $y = (x - 2)^2 - x^2$;

(4) $y = x^2 - \frac{1}{x} + 1$; (5) $y = 2x^3 + x^2 - 1$; (6) $y = (x - 2)(x + 3)$.

► 思路分析: 因为 (2) 的右边是分式, (3) 的右边化简后无二次项, (4) 的右边含有分式, (5) 的右边 x 的最高次数是 3, 所以 (2)、(3)、(4)、(5) 都不是二次函数.

► 解: (1)、(6) 是关于 x 的二次函数.

技术提示

函数式中含有二次项不一定是二次函数. 要先化简、整理, 再根据二次函数的特征判断.

【例 3】用一根长为 800 cm 的木条, 做一个长方形的木框, 若一边长为 x cm, 写出用 x (cm) 表示它的面积 y (cm²) 的函数表达式, y 是 x 的二次函数吗?

► 思路分析: 长方形的周长是 800 cm, 宽是 x cm, 所以它的长是 $\frac{800 - 2x}{2} = (400 - x)$ cm, 再用含 x 的代数式表示它的面积即可.



► 解: $y = x \cdot \frac{800-2x}{2}$, 即 $y = -x^2 + 400x$, y 是 x 的二次函数.

技术化提示 求一些图形中相关量之间的函数表达式时, 通常先用自变量 x 的代数式表示出相关量, 由此写出函数表达式. 写函数表达式时, 一般会用到特殊图形的面积公式, 直角三角形的勾股定理及边角关系, 相似图形中的对应边成比例等.

【例 4】已知函数 $y = (m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是 y 关于 x 的二次函数, 你能确定 m 的值吗? 请说明理由.

► 错解: 由题意, 得 $m^2-3m-2=2$, 解得 $m=-1$ 或 $m=4$.

∴ 当 $m=-1$ 或 $m=4$ 时, $y = (m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是 y 关于 x 的二次函数.

► 错解分析: 没有考虑二次项系数 $m+1 \neq 0$ 的条件, 即当 $m=-1$ 时, $y = (m+1)x^{m^2-3m-2}$ 不是 y 关于 x 的二次函数.

► 正解: 由题意, 得 $\begin{cases} m^2-3m-2=2, \\ m+1 \neq 0. \end{cases}$ ①
②

由①得 $m=-1$ 或 $m=4$, 由②得 $m \neq -1$,

∴ $m=4$.

∴ 当 $m=4$ 时, $y = (m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是 y 关于 x 的二次函数.

技术化提示 解这类题目时应特别注意防止漏掉“二次项系数不等于 0”这个隐含条件.

二、综合能力拓展

【例 5】某广告公司欲设计一幅周长为 12 米的矩形广告牌, 广告设计费为每平方米 1 000 元, 设矩形广告牌的一边长为 x 米, 所花费用为 y 元.

(1) 请你写出用 x 表示 y 的函数表达式, 并写出 x 的取值范围.

(2) 估计当 x (x 取整数) 取何值时, y 有最大设计费用?

► 思路分析: (1) 矩形广告牌的一边长为 x 米, 则另一边长为 $\frac{12-2x}{2} = (6-x)$ 米, 因此面积为 $x(6-x)$ 平方米, 设计费用为 $1\,000x(6-x)$ 元, 所以 $y = 1\,000x(6-x)$. 再由边长 x 和 $6-x$ 都是正整数, 得 x 的取值范围.

(2) 用尝试取值法, 列表可求得 y 的最大值.

► 解: (1) 由题意, 得 $y = 1\,000x(6-x) = -1\,000x^2 + 6\,000x$.

由边长 $x > 0$, 且 $6-x > 0$, 得 $0 < x < 6$.

(2) 列表如下:

x (米)	1	2	3	4	5
y (元)	5 000	8 000	9 000	8 000	5 000

由上表可估计,当 $x=3$ 时, $y_{\text{最大}}=9\ 000$.

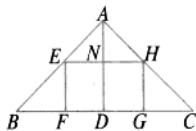
因此当 $x=3$ 米时, y 有最大设计费用,为 9 000 元.

技术化提示

用尝试取值法求实际问题中函数的最值时,注意观察可取的值,从而判断该问题的最值.

三、创新思维应用

【例 6】如图, $\triangle ABC$ 的内接矩形 $EFGH$, FG 在 BC 上,高 $AD=20$, $BC=40$, 设 $EF=x$, 矩形 $EFGH$ 的面积为 y , 试求出用 x 表示 y 的函数表达式, 并确定 x 的取值范围.



思路分析: 矩形的面积 = 长 $\times$ 宽, 一边为 x , 利用 $\triangle AEH \sim \triangle ABC$, 相似比等于对应高的比, 将矩形的另一边用含 x 的代数式表示出来.

解: $\because$ 四边形 $EFGH$ 为矩形,

$$\therefore EH \parallel FG, \text{ 即 } EH \parallel BC. \therefore \triangle AEH \sim \triangle ABC. \therefore \frac{EH}{BC} = \frac{AN}{AD}.$$

$$\text{又 } \because AD=20, DN=EF=x, \therefore AN=20-x. \therefore \frac{EH}{40} = \frac{20-x}{20}.$$

$$\therefore EH=2(20-x)=40-2x. \therefore y=x(40-2x)=-2x^2+40x.$$

自变量 x 的取值范围是 $0 < x < 20$.

技术化提示

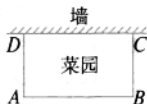
这是一道数形结合的实际问题, 解此类问题一般要根据已知条件写出成比例线段, 把有关线段用自变量 x 表示, 即可求解.



高手支招 ④ 链接中考

二次函数的概念是中考必考内容. 关于二次函数的概念问题在中考题中多数出现在选择题或填空题中, 难度较小. 而列二次函数表达式多出现在解答题中, 难度适中. 在近几年的中考中还出现一些有关二次函数的实际问题, 常常需要列二次函数表达式, 难度较大.

【例 1】2007 哈尔滨中考 如图, 用一段长为 30 米的篱笆围成一个一边靠墙(墙的长度不限)的矩形菜园 $ABCD$, 设 AB 边长为 x 米, 则菜园的面积 y (单位: 米^2) 与 x (单位: 米) 的函数表





达式为_____ (不要求写出自变量 x 的取值范围).

答案

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 15x$$

点拨 由题意, 得 $AD = \frac{1}{2}(30-x)$, 所以由长方形的面积公式得 $y = x \times \frac{1}{2}(30-x) = -\frac{1}{2}x^2 + 15x$.

【例2】2008 贵阳中考 某宾馆客房部有 60 个房间供游客居住, 当每个房间的定价为每天 200 元时, 房间可以住满. 当每个房间每天的定价每增加 10 元时, 就会有一个房间空闲. 对有游客入住的房间, 宾馆需对每个房间每天支出 20 元的各种费用.

设每个房间每天的定价增加 x 元. 求:

- (1) 房间每天的人住量 y (间) 关于 x (元) 的函数表达式.
- (2) 该宾馆每天的房间收费 z (元) 关于 x (元) 的函数表达式.
- (3) 该宾馆客房部每天的利润 w (元) 关于 x (元) 的函数表达式.

解: (1) $y = 60 - \frac{1}{10}x$.

$$(2) z = (200 + x)(60 - \frac{1}{10}x) = -\frac{1}{10}x^2 + 40x + 12\,000.$$

$$(3) w = -\frac{1}{10}x^2 + 40x + 12\,000 - 20(60 - \frac{1}{10}x) = -\frac{1}{10}x^2 + 42x + 10\,800.$$

点拨 利润 = 收入 - 支出.



高手支招⑤ 思考发现

1. 判定一个函数是否为二次函数的方法与步骤.

先将函数式进行整理, 使其右边是含自变量的代数式, 左边是因变量, 然后看它是否同时满足以下三个条件:

- (1) 含自变量的代数式必须是整式;
- (2) 含自变量的项的最高次数是 2;
- (3) 二次项的系数不等于 0.

2. 在实际问题中列函数表达式时, 应注意以下两点:

- (1) 要表示两个变量间的关系, 需找到问题中的等量关系, 列出含有这两个变量的二元方程, 再按要求化成用含一个变量的式子表示另一个变量的形式.
- (2) 用尝试求值的方法解决实际问题, 可以列出表格, 依次对自变量取值, 求出它们对应的函数值, 然后取得

符合题意的值.

3. 在已知某函数为二次函数, 求其中的待定字母的值时应考虑: (1) 含自变量的项的最高次数为 2; (2) 二次

项的系数不为 0. 由此可将问题转化为解方程与不等式的问题, 从而确定待定字母的值. 在解题时应特别注意不要漏掉“二次项系数不为 0”这一条件.



高手支招 ⑥ 体验成功

基础巩固

1. 下列函数中, 不是二次函数的是 ()

A. $y = 1 - \sqrt{2}x^2$

B. $y = 2(x-1)^2 + 4$

C. $y = \frac{1}{2}(x-1)(x+4)$

D. $y = (x-2)^2 - x^2$

2. 圆的面积公式 $S = \pi r^2$ 中, S 与 r 之间的关系是 ()

A. 正比例函数

B. 一次函数

C. 二次函数

D. 以上均不对

3. 对于任意实数 m , 下列函数一定是二次函数的是 ()

A. $y = mx^2 + 3x - 1$

B. $y = (m-1)x^2$

C. $y = (m-1)^2 x^2$

D. $y = (-m^2 - 1)x^2$

4. 一台机器原价为 60 万元, 如果每年的折旧率是 x , 两年后这台机器的价格为 y 万元, 那么用 x 表示 y 的函数表达式为 ()

A. $y = 60(1-x)^2$

B. $y = 60(1-x)$

C. $y = 60 - x^2$

D. $y = 60(1+x)^2$

5. 在半径为 4 cm 的圆中, 挖去一个边长为 x cm 的正方形, 剩余部分的面积为 y cm², 则用 x 表示 y 的函数表达式是 ()

A. $y = \pi x^2 - 4$

B. $y = 16\pi - x^2$

C. $y = 16 - x^2$

D. $y = x^2 - 4\pi$

6. 若 $y = (m^2 + m)x^{m^2 - 2m - 1}$ 是二次函数, 则 $m =$

7. 已知等边三角形的边长为 x , 则用边长 x 表示等边三角形的面积 y 的函数表达式为

8. 用总长为 60 m 的篱笆围成矩形场地, 则用矩形一边长 x (m) 表示矩形面积 y (m²) 的函数表达式为

综合应用

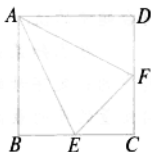
9. 把下列二次函数化成一般形式, 并指出二次项系数、一次项系数及常数项:

(1) $y = x^2 + (x+1)^2$; (2) $y = (2x+3)(x-1) + 5$.

10. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 为 BC 边上的点, F 为 CD 边上的点, 且 $AE = AF$,



$AB=4$, 设 $\triangle AEF$ 的面积为 y , EC 为 x , 请写出用 x 表示 y 的函数表达式. (不要求写出自变量 x 的取值范围)



探究创新

11. 某服装商场销售一批名牌衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元, 为了扩大销售, 增加盈利, 尽快减少库存, 商场决定采取适当的降价措施, 经调查发现, 如果每件衬衫每降价 1 元, 商场每天可多售出 2 件.

若每件衬衫降价 x 元时, 商场平均每天盈利 y 元, 写出用 x 表示 y 的函数表达式.

答案与解析

1. D 解析: 由二次函数的定义可知 A、B、C 都是二次函数, 而 D 中 $y=(x-2)^2-x^2$ 整理后为 $y=-4x+4$, 它是一次函数, 所以选 D.

2. C 解析: $\because$ 在 $S=\pi r^2$ 中, $\pi \approx 3.14 \neq 0$, $\therefore S$ 是 r 的二次函数.

3. D 解析: $\because m, m-1, (m-1)^2$ 都有可能等于 0, 而 $-m^2-1 \neq 0$, $\therefore$ 选 D.

4. A 解析: 一年后这台机器的价格为 $60(1-x)$ 万元, 两年后这台机器的价格为 $y=60(1-x)(1-x)=60(1-x)^2$ 万元.

5. B 解析: 剩余面积 $y=S_{\text{圆}}-S_{\text{正方形}}=\pi \times 4^2-x^2=16\pi-x^2$.

6. 3 解析: 由题意, 得 $\begin{cases} m^2-2m-1=2, \\ m^2+m \neq 0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=3, \text{ 或 } m=-1, \\ m \neq 0, \text{ 且 } m \neq -1. \end{cases} \therefore m=3$.

7. $y=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ 解析: 作等边三角形的高, 利用勾股定理可求得高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$,

$$\text{所以面积 } y = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2.$$

8. $y=-x^2+30x (0 < x < 30)$ 解析: 设矩形一边长为 x m, 则另一边长为 $\frac{60-2x}{2}=(30-x)$ (m),

$$\text{所以 } y=x(30-x)=-x^2+30x (0 < x < 30).$$

9. 解: (1) $\because y=x^2+(x+1)^2=x^2+x^2+2x+1=2x^2+2x+1$,

$\therefore$ 一般形式为 $y=2x^2+2x+1$, 二次项系数为 2, 一次项系数为 2, 常数项为 1.

$$(2) \because y=(2x+3)(x-1)+5=2x^2-2x+3x-3+5=2x^2+x+2,$$

$\therefore$ 一般形式为 $y=2x^2+x+2$, 二次项系数为 2, 一次项系数为 1, 常数项为 2.

10. 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore AB=AD, \angle B=\angle D=90^\circ.$$

$$\text{又} \because AE=AF, \therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF.$$

$$\therefore BE=DF. \because BC=CD, \therefore FC=EC.$$

$$\text{若设 } FC=EC=x, \text{ 则 } BE=DF=4-x.$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle AEF} &= AB^2 - 2 \times S_{\triangle ABE} - S_{\triangle BCF} = 4^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times 4(4-x) - \frac{1}{2}x^2 = \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 4x. \end{aligned}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x.$$

解析: $\triangle AEF$ 的面积等于正方形 $ABCD$ 的面积减去 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ADF$ 、 $\triangle CEF$ 的面积之差. 只要把 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ADF$ 、 $\triangle CEF$ 的面积用含 x 的代数式表示出来即可.

11. 解: 商场平均每天盈利 $y = (40-x)(20+2x) = -2x^2 + 60x + 800$,

$$\text{即 } y = -2x^2 + 60x + 800 (0 \leq x < 40).$$

解析: 根据题中的“每件每降价 1 元, 可多售出 2 件”的关系列出函数表达式.

教材习题点拨

习题

1. 解: (1)(2)(5)(6) 是二次函数.

2. 解: $y = x^2$, y 是 x 的二次函数.

3. 解: 如图, 过点 A 作 $AE \perp CD$, 垂足为 E , 则四边形 $AEDB$ 为矩形.

$$\therefore BD=AE=x.$$

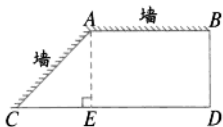
$$\text{又} \because \angle BAC=135^\circ, \therefore \angle CAE=135^\circ-90^\circ=45^\circ.$$

$$\therefore \angle C=90^\circ-45^\circ=45^\circ. \therefore \angle C=\angle CAE.$$

$$\therefore CE=AE=x. \therefore DE=AB=40-2x.$$

$$\therefore \text{梯形的面积 } y = \frac{1}{2}x[(40-2x)+(40-x)],$$

$$\text{即 } y = -\frac{3}{2}x^2 + 40x.$$



点拨: 作梯形的高是解决梯形的问题时常作的辅助线.



数学符号的发明者

分数线“/”(如 $2/3$, $\frac{2}{3}$) 的最早使用者是中亚数学家阿尔·阿桑, 那时已经到了 1775 年。

小数点“.”的使用开始于德国的古拉维斯, 时间是 1593 年。

加号“+”与减号“-”是 1489 年由德国的魏德曼首先倡导的, 他认为, 用一条横线与一条竖线合在一起表示合并(相加)是合理的; 而从“+”中拿掉那条竖线, 表示减(-)是明白无误的。

乘号“×”是英国数学家首先使用的, 时间已经到了 17 世纪; 用“·”表示相乘是英国数学家奥特雷德于 1631 年引入的。除号“÷”则由瑞士数学家拉奥创造, 那是 1659 年, 他用一条横线把圆点分开表示分解的意思。

乘方和开方“ a^n ”“ $\sqrt{\quad}$ ”是法国数学家的发明, 大约是在 1637 年。

等号“=”是 1540 年英国牛津大学教授柯尔德首先使用的。他认为最能表示相等的是平行并且相等的两条线段。1591 年, 法国数学家韦达在其著作中大量使用后, “=”这个符号逐渐为人们所接受。

括号“()”“{ }”分别是英国的华里士和法国的韦达的发明, 开始使用的时间分别是 1544 年和 1593 年。

数学符号的发明和使用, 是数学发展史上的大事, 它不仅能使运算简便, 表达关系明确, 还能推动数学和科学的进一步发展, 象征着数学的进步和成熟。