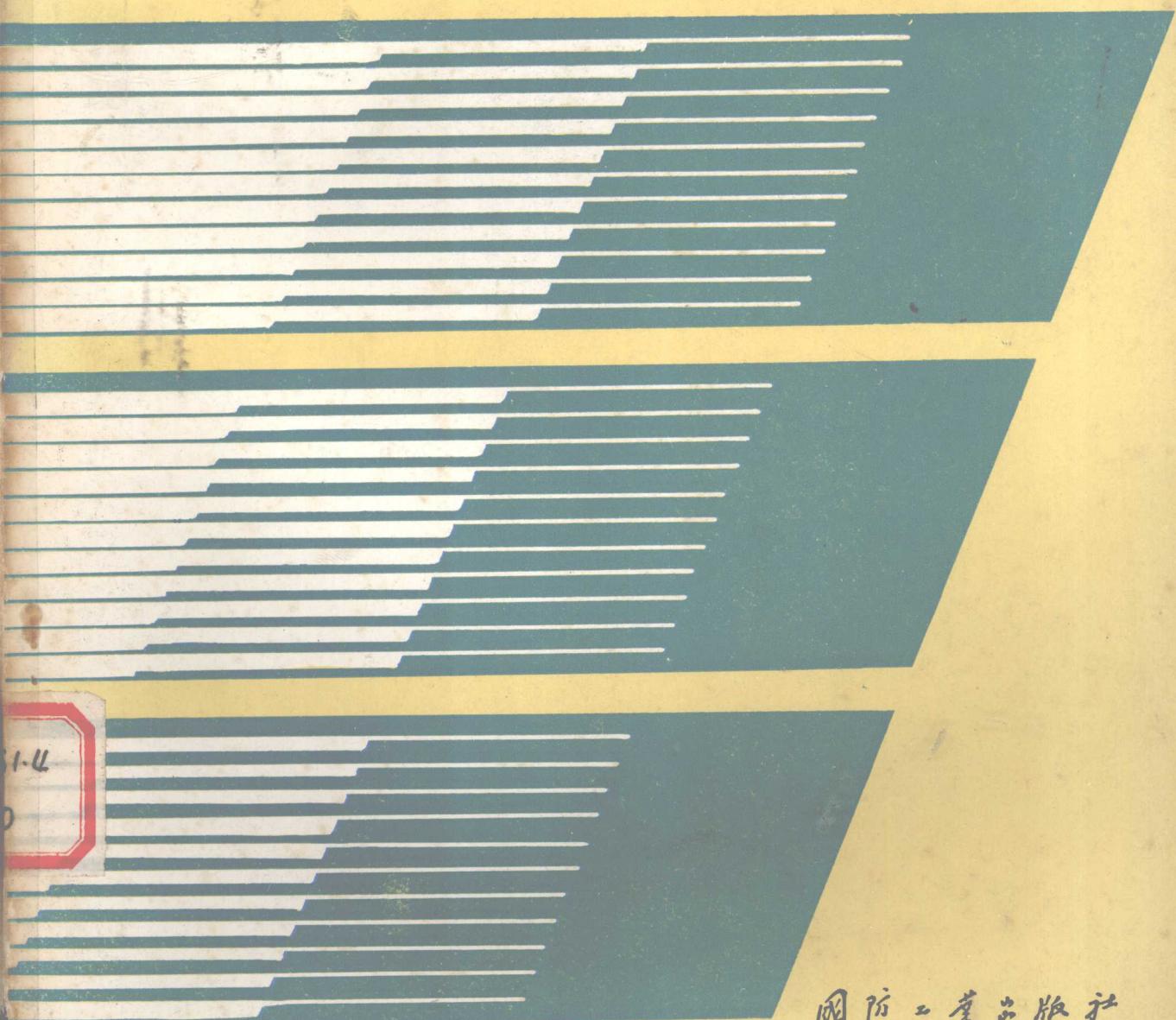


中等专业学校统编教材

# 船舶结构力学

王礼亨 主编



国防工业出版社

# 船舶结构力学

王礼亨 主编

尺寸：330×230mm 重量：3.8kg  
印数：1—5000册 出版：湖南人民出版社 第一辑 1981年4月

## 内 容 简 介

本书主要叙述船体结构中杆、杆系以及板的弯曲与稳定性等问题。本书对船舶结构力学中计算杆及杆系的基本理论和基本方法——单跨梁的理论、力法、位移法与能量法作了比较详细的论述，同时也介绍了用电子计算机计算杆系的基本理论——矩阵法。对板弯曲与稳定性介绍了实用的计算方法。

本书为中等专业学校船舶制造专业的试用教材，也可供从事船舶结构计算和设计的工程技术人员使用和参考。

## 船 舶 结 构 力 学

王 礼 亨 主 编

国防工业出版社出版

(北京市车公庄西路老虎庙七号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张16<sup>1</sup>/4 376千字

1988年12月第一版 1988年12月第一次印刷 印数：0,001—2,080册

ISBN 7-118-00338-7/U32 定价2.95元

## 前　　言

本书由中国船舶工业总公司教材编审室组织编写，教学大纲与编写提纲于 1986 年 6 月经总公司组织的审查会审定，可供中等专业学校船舶制造专业使用，计划学时为 76 学时。

近二十几年来，我国的造船事业有了很大的发展，对工程技术人员的要求也在不断地提高。为此原有的中等专业学校船舶制造专业有关结构力学方面的教学内容已不适应当前的造船发展，迫切需要一本新教材，本书就是在这样的情况下编写的。

根据国家教委对中等专业学校教材的指示精神，以及教学大纲的要求，本书对船体结构中基本的也是最常见的如连续梁、刚架、板架及船体板等结构进行了分析，并系统地论述了结构力学中的一些基本理论，与计算杆系的基本方法——力法、位移法与能量法。通过本教材的学习，读者能对庞大而复杂的船体结构的计算有一个大致的了解，并能着重掌握局部结构的简化与计算，为进一步学习《船舶强度与结构设计》这一后继课程打下基础。

为了适应现代电子计算机应用的发展，并根据“因材施教”的精神，本书还编写了“杆系的电算法简介”一章，作为选修。这一章的内容以简单的连续梁为例，基本上阐明了杆系电算法的力学方面的理论基础——矩阵法，并由此介绍刚架、板架与桁架等的计算，最后还提供了一个计算连续梁的源程序。本章教学时数为 18 学时，其中 6 学时为上机实践。有条件的学校可以尝试这章的教学。

本书注重于实际的计算能力，因此对数学知识要求较高的理论不给予论证推导，有的在基本概念讲清的基础上直接介绍实用的计算方法（如板弯曲与稳定性的计算）。

遵照国家教委关于新编教材采用法定计量单位的规定，本教材中所有的单位均采用法定计量单位。

参加本书编写的还有渤海船舶制造学校的彭辉同志（编写第五章及第七章）。本书由哈尔滨船舶工程学院邱聪副教授主审，在编写过程中得到他热心帮助，在此表示衷心感谢。

由于编者的水平有限，本书会存在缺点和错误，诚恳希望广大读者提出宝贵意见。

编　者

# 自　录

<b>第一章 绪论</b>	1
第一节 船舶结构力学的内容与任务	1
第二节 船舶结构力学的研究方法与计算图形	3
<b>第二章 单跨梁的弯曲理论</b>	6
第一节 概述	6
第二节 单跨梁的剪力图与弯矩图	7
第三节 梁断面上的应力	12
第四节 梁的弯曲微分方程式及其解	16
第五节 梁的弯曲要素表及其应用	24
第六节 梁的复杂弯曲	31
第七节 弹性基础梁的弯曲	35
本章小结	38
思考题	39
习题	39
<b>第三章 杆件的扭转</b>	43
第一节 直杆的扭转	43
第二节 薄壁杆件的自由扭转	47
本章小结	52
思考题	53
习题	54
<b>第四章 力法</b>	56
第一节 力法原理	56
第二节 力法的应用	59
第三节 弹性支座与弹性固定端的实际概念	67
第四节 一根交叉构件板架的计算	72
本章小结	77
思考题	77
习题	78
<b>第五章 位移法</b>	81
第一节 位移法原理	81
第二节 位移法的应用	86
第三节 弯矩分配法	89
本章小结	95
思考题	96
习题	96
<b>第六章 能量法</b>	98

第一节 概述	98
第二节 杆件的变形能	98
第三节 功的互等定理	103
第四节 莫尔定理	106
第五节 刚架的位移计算	110
第六节 静不定结构	114
第七节 卡氏定理	119
本章小结	123
思考题	125
习题	125
<b>第七章 杆及杆系的稳定性</b>	<b>130</b>
第一节 基本概念	130
第二节 单跨压杆的稳定性	131
第三节 多跨压杆的稳定性	135
第四节 甲板板架的稳定性	141
本章小结	143
思考题	144
习题	144
<b>第八章 矩形板的弯曲与稳定性</b>	<b>145</b>
第一节 概述	145
第二节 板的简形弯曲	146
第三节 刚性板的一般弯曲	156
第四节 板的稳定性	161
第五节 板的有效宽度	169
本章小结	173
思考题	174
习题	174
<b>第九章 杆系的电算法简介</b>	<b>176</b>
第一节 概述	176
第二节 矩阵法的基本原理	176
第三节 梁单元的刚度矩阵	179
第四节 结构平衡方程式及刚度矩阵	182
第五节 约束处理及例题	185
第六节 坐标转换	193
第七节 衔架与板架的计算简介	200
第八节 连续梁的计算程序及其使用	209
思考题	218
习题	219
附录	223
附录A 单跨梁的弯曲要素表	223
附录B 单跨梁复杂弯曲的弯曲要素表及辅助函数	236

附录 C 弹性基础梁的弯曲要素表及辅助函数	240
附录 D 压杆的临界应力曲线及修正系数	250
附录 E 在中间弹性支座上连续压杆的稳定性曲线	252
附录 F 船用球扁钢断面要素	253
参考文献	254

# 第一章 绪 论

## 第一节 船舶结构力学的内容与任务

船舶作为一个水上工程建筑物，必须具有良好的航行性能、工作性能和具有一定的强度。广义地讲，船舶结构力学就是研究船舶强度的一门科学。

关于强度的概念，在材料力学中已有十分明确的叙述，而船舶强度一般是指船体结构在正常的使用过程和一定的使用年限内具有不破坏或不发生过大变形的能力，以保证船舶能正常地航行和工作。因此“船舶强度”包含了通常所说的强度与刚度两层意义。

研究船舶强度，一般有如下三个方面的内容：

- (1) 确定船舶在正常航行及其他情况下，作用于船体上的外载荷；
- (2) 计算在上述外载荷的作用下，船体结构中的应力与变形；
- (3) 确定应力与变形的许用值，从而对船体结构进行强度校核。

以上三个方面的问题，分别称为船舶强度中的外力、内力与强度校核问题。

研究船舶强度首先要保证船舶在正常的航行状态下具有足够的强度。一艘船舶在水中航行时，由于它处于动的状态，所以它所受到的外力不仅有船体自重、各种设备及装载物的重量与水的浮力，而且还有各种动力，如船舶运动时产生的惯性力、水的动压力、阻力及冲击力等。由此可见，船体的受力是相当复杂的，再加上船舶结构的复杂性，以致用人工手算的方法是无法精确地计算船体结构各个组成部分的应力与变形。

因此，长期以来人们对船舶的受力与内力的计算一直进行着研究。目前通常认为，在考虑船体强度时，首先把整个船体看作静置于波浪中的船体梁（船长方向与波浪运动方向一致）。这一简化假设包括两个主要假定，一是船舶在波浪中作静力弯曲，二是把船舶当作梁来研究。这种把船作为一个整体来研究的强度问题叫做船体的“总纵强度”，有时也简称“总强度”。实践证明，利用以上的假定来计算船体总强度能获得可靠的结果，是合宜的。在船体总强度计算中，船体所受的外力仅考虑重力和浮力，由于重力和浮力沿船长方向分布不均匀，导致船体梁发生弯曲变形。为了得到最大可能的弯矩，一般选择两种代表性的计算状态：一是波峰在船中，船处于中拱状态（见图1-1(a)），另一是波谷在船中，船处于中垂状态（见图1-1(b)）。从这两种状态中求出船体横剖面上的最大总纵弯曲力矩，然后按材料力学中普通梁弯曲的应力公式来计算船体剖面上各构件的弯曲应力。现在总强度计算一直是船体强度校核的一个主要方面。

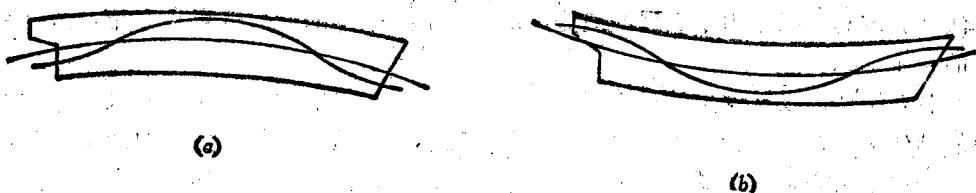


图 1-1

但是，在分析船舶航行的海损事故中发现，船舶在总纵弯曲时船体中的受压构件（主要指中垂状态时的上层甲板）常因受压过度而丧失稳定性，最终导致船体的破坏。因此在研究船体总强度的同时，还必须考虑受压构件的稳定性，使船体在总纵弯曲时的承载能力得到正确的估算。

事实上，船舶在波浪中运动时船长方向并非一定与波浪运动方向是一致的，时常会有船与波浪斜交的情况。此时船体将发生扭转变形，即船舶作为一个整体还存在一个扭转强度问题。这个问题对于一般船舶来说不那么突出，但对于大开口的船舶（如集装箱船）却显得十分重要，因为这类船舶的抗扭能力比较差。

在船舶强度计算中，仅仅考虑船体总强度是不够的。船体作为一个庞大的结构总是一部分构件直接承受外力的作用（如外板承受水压力），另一部分构件作为前一类构件的支座，承受前者传来的载荷并再把这些载荷传给其他构件（如肋板、中纵桁与旁纵桁作为外底板的支座，承受并传递外底板传来的水压力）。这样，构件在承受和传递载荷的过程中，自身必然要发生变形。也就是说，组成船体的构件在局部载荷的作用下有可能遭到破坏。这种情况，我们称为“局部强度”问题。

在船体局部强度的计算中，常把船体分离成板、连续梁（多支座支撑的梁，见图1-4）、板架和肋骨框架来进行计算。其中，由于肋骨框架属于船体的横向结构，并承受横向载荷，所以常把肋骨框架的强度计算称为“横向强度”问题。

此外，船体结构的应力集中与许用应力值的确定也是船舶强度中的重要内容。多年来船舶海损事故表明，大多数船舶的海损事故都是因船上舱口角隅等处的应力集中而引起的，因此在船舶设计和建造中应给予极大的关注。

综上所述，“船舶强度”所要研究的问题是比较的，它包括船体的受力，船体结构在外力作用下的内力与变形，以及许用应力的确定等。然而，“船舶结构力学”这门课程通常专指研究船体结构的内力问题，不包括外力及许用应力等方面的问题。此外，船体总纵强度的计算一般也放在“船体强度与结构设计”这门课程中去讨论。因此可以说，本课程主要研究：在给定的外力条件下，船体板与各种骨架结构的强度计算，其中包括受压构件的稳定性计算。

为了完成对船舶强度的计算，还必须研究如下两个问题：

(1) 根据需要和可能，将实际结构进行简化，使之成为一定的“力学模型”（这一问题将在下一节中作详细的讨论）。然后根据力学模型进行计算。

(2) 对各种力学模型提出计算方法。

本书将先从单跨梁的弯曲理论开始进行论述，然后逐步介绍解决各种杆系结构的经典方法，如力法、位移法及能量法等，把杆及杆系的稳定性专门列为一章（第七章）加以叙述，此外还对杆件扭转与板弯曲（包括稳定性）的计算也作了一些简单的介绍。用电算法计算结构是当今力学发展的趋势，因此我们在本书的最后一章将介绍一些杆系电算法的初步知识。

在船舶结构的设计中，结构的尺寸大都是依据国家船舶检验局（或船级局）所颁布的“船舶建造规范”进行计算确定的。这些规范多数是造船与船舶航行的经验总结，但也有不少规定是来自于船舶结构力学的基本理论。因此，虽然由于实际因素较多而不能单靠理论来完成船舶的结构设计，然而掌握了船舶结构力学的理论之后无疑会对“规范

设计”船舶结构有更深的理解和帮助。近年来，规范亦越来越多地用船舶结构力学的理论来表达。关于“规范设计”船舶结构，读者将在本课程的后继课程“船体强度和结构设计”中学习。

此外，船舶结构力学还是学习“船舶振动”课程的基础。

## 第二节 船舶结构力学的研究方法与计算图形

由于船体结构是一个非常复杂的空间结构，它的受力也是极其复杂的，所以在电子计算机应用之前，要用人工手算的方法把一个复杂的船体结构在受力之后各个组成部分的应力与变形全部精确地计算出来是不可能的。因此，在对船体结构进行强度计算时，一般先要进行分析，确定总的计算方案，同时根据需要和可能对结构进行一些简化，得到所谓的“力学模型”（亦叫“计算图形”或“计算模型”），然后选用适当的计算方法进行计算，得到计算结果。

下面我们对船舶结构力学中的传统做法作一些简要的介绍：

- (1) 把船体的总强度问题与局部强度及横向强度问题分开考虑，必要的时候再把它们的结果叠加起来。这时，在总强度问题中把船体看作一根空心变断面梁。
- (2) 在船体局部强度和横向强度问题中，把空间结构拆成平面结构，相互间的影响用适当的支座来代替。在一般情况下，取一个舱室内的甲板部分、舷侧部分、船底部及舱壁部分作为研究对象，并把它们看作是平面结构。
- (3) 在计算平面结构时，把组成船体的骨架与板分开考虑。

作为船体板，是具有一定的曲度并连成一片。当研究船体板时，通常取两两正交的纵横骨架间的那部分板作为对象（见图1-2），并且不考虑周围相邻的板对它的影响，而它的支承就是纵横骨架。这样，船体中的板就可以简化为支持在刚性周界上的矩形板。板上作用的力分为两类：一类是垂直于板面的载荷（称为横荷重），如作用于板上的水压力（见图1-3(a)），另一类是位于板平面的载荷，如在船体总纵弯曲时作用于板平面内的应力（见图1-3(b)）。

组成船体结构的骨架，如纵骨、横梁、肋骨、肋板与纵桁等大多数是细长的型钢或

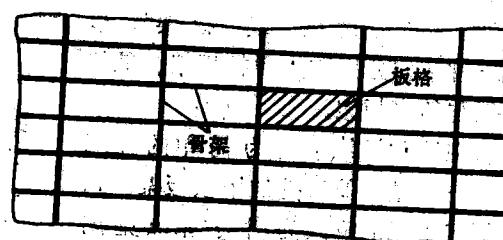


图 1-2



图 1-3

组合塑材，因此一般均可把它们看作构件。这些骨架相互连接组成骨架系统，骨架系统亦叫做“杆件索系”，简称“杆系”。船体结构的杆系是一个非常复杂的空间杆系。正如前面所指出的，一般要将它们拆为一个个平面杆系。根据计算的需要，平面杆系可分为连续梁、板架与肋骨刚架等。

由于各类船舶的结构有所不同，我们只能对平面杆系作一大概的介绍。

在纵骨架式的船舶中，不论甲板、舷侧还是船底结构，其纵骨一般是连续穿过各种横向构件（如加强横梁、肋骨、肋板与横舱壁等）。由于纵骨的尺寸与其他骨架相比要小得很多，因此可加以单独考虑，一般取相邻两个横舱壁间的部分作为研究对象。此时，如加强横梁等骨架，由于有足够大的刚度而可作为纵骨的刚性支座，而纵骨在舱壁端看作刚性固定。这样纵骨就成为支持在刚性支座上的连续梁（见图1-4）。

除了纵骨以外，甲板、舷侧及船底结构中还有较大尺寸的纵横骨架，如甲板结构中

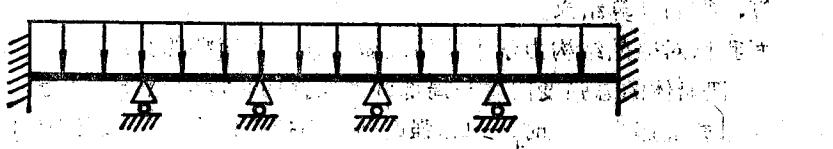


图 1-4

有强横梁与纵桁。由于它们的尺寸相对地比较大而可不考虑其他骨架（如纵骨）对它们的影响，因此可将它们放在一起组成纵横交叉的平面杆系作为研究对象。

这种平面杆系，因在横向载荷的作用下发生垂直于杆系平面的弯曲而被叫做“交叉梁系”或“板架”。以上三种结构分别称为甲板板架、舷侧板架与船底板架。

在这些板架中较为简单的有两种。一种是在舱口处的甲板板架，这种板架常见的形式为井字形（见图1-5）。另一种是由一根纵向构件与多根横向构件所组成的板架（见图1-6），如舷侧板架常由一根舷侧纵桁与多根肋骨所组成。这两种板架的计算均比较简单。

以上所述的三种板架——甲板板架、舷侧板架与船底板架是船舶的全体结构，它们共同组成了一个所谓的立体分段。但是在这些板架的分别计算中常常忽略了它们相互间的影响

（主要是横向影响），这就给计算带

来了一定的近似性，因此在计算板架的同时还应取出横向结构（肋骨框架）进行校核

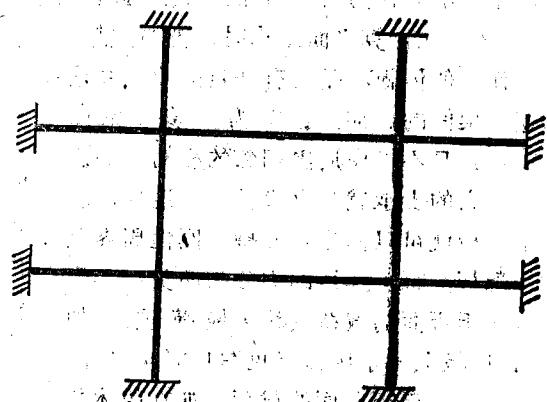


图 1-5

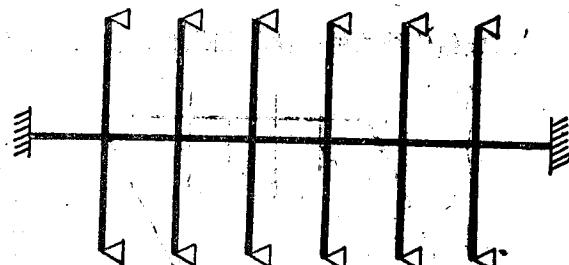


图 1-6

计算。此外，从横向强度来看，也应该对肋骨框架进行强度校核。

肋骨框架是由甲板横梁、舷侧肋骨与船底肋板所组成（见图1-7(a)）。在各骨架连接处一般装有较大尺寸的肘板，因此连接点的刚性极大，足以保证与它连接的各骨架之

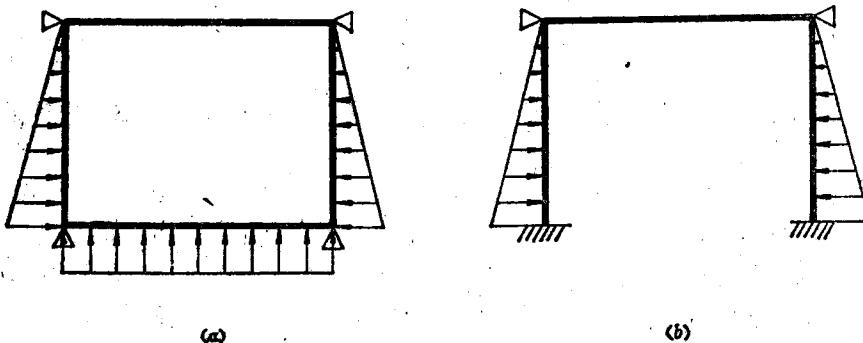


图 1-7

间不发生相对位移。这样的连接点叫做刚性节点。从受力角度来看，肋骨框架受到的载荷是作用于其平面内的，因而它的变形也将在这个平面内发生，所以肋骨框架又称为“平面刚架”。由于在实际情况中，大多数刚架的节点所发生的线位移都是极其微小的，因此在这些节点处加上支座表示不可移动。

如果肋板的尺寸远大于肋骨的尺寸，亦就是肋板的刚度远大于肋骨的刚度，那么在这种情况下，肋骨下端作为刚性固定端，而把肋板放于船底骨架中去研究，这样就得到仅由横梁与肋骨所组成的刚架（见图1-7(b)）。

以上所述的连续梁、刚架与板架是船体结构中的三种典型的杆系。在进行结构简化时，它们的计算图形不是一成不变的，可以根据需要和实际可能将它们改变，如上述的两种刚架就是同一结构的两种计算图形。在电子计算机得到应用之前，矩形板与这三种杆系一直是船舶结构力学研究的主要对象。随着电子计算机应用的发展，目前对空间结构与复杂结构的计算已成为可能，于是就出现了一些空间结构与复杂结构的计算图形。尽管如此，以上几种典型的平面结构仍然是船舶设计开始阶段的主要研究对象。

最后还须指出，船体的骨架在受力变形时，与它相连的一部分板始终与骨架一起作用，因此不可将它们分隔开来。也就是说，在计算骨架时，应把这部分板一起加以考虑，于是就出现了如图1-8所示的骨架剖面形状，其中与骨架相连的那部分板叫做“带板”。根据我国钢质船建造规范中的规定，骨架的带板宽度取骨架的间距与骨架跨度的 $1/5$ 中的小者。

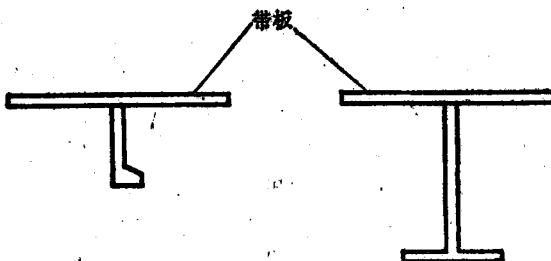


图 1-8

## 第二章 单跨梁的弯曲理论

### 第一节 概 述

在工程结构中梁是最为常见的，如果梁仅在两端有支座支持，那么这种梁叫做“单跨梁”。船体结构的骨架是一个复杂的杆件系统，在大多数情况下，骨架在外载荷的作用下都将发生以弯曲为主的变形，因此组成骨架的杆件都可视作梁。以后在研究杆系结构时将会看到，我们总是把它拆为一根根杆件来处理，显然这被拆开后的每一根杆件都是单跨梁。因此研究单跨梁的弯曲是研究船体骨架的基础，具有特别重要的意义。

单跨梁可以分为静定单跨梁与静不定单跨梁两种。如果梁的约束力数目等于梁的静力平衡方程式的数目，那么这种梁是静定梁；如果梁的约束力数目大于梁的静力平衡方程式的数目，那么由于仅从静力平衡方程中无法解出全部约束力，因而把这种梁叫做静不定梁。图2-1(a)中的单跨梁，其约束力有三个：梁右端是支持在活动的铰支座上，

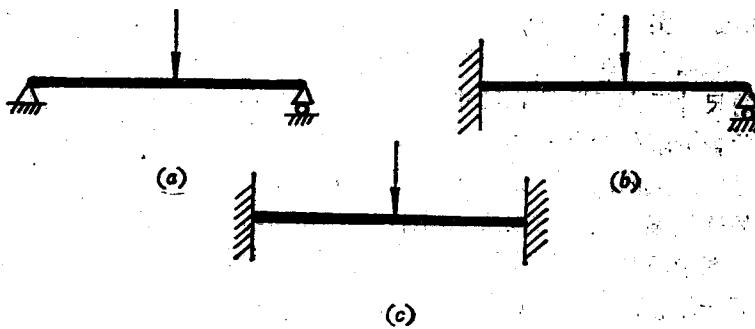


图 2-1

支反力通过铰中心且垂直向上，因而只有一个约束力，梁左端是支持在固定的铰支座上，其约束力有二个，即反力之值及其方向。由于梁是在平面内受外力作用，所以静力学上给出三个平衡方程式，即所有外力与支座反力在x轴线上和y轴线上的投影之总和为零，以及诸力对于任意一点之力矩总和为零。这样，三个方程式可以解出三个未知约束力，因此它属于静定梁。而图2-1(b)中的单跨梁，因梁的固定端处约束力有三个（集中反力之值及其方向，与阻碍它转动的支座力矩），滚动铰支座处约束力有一个，所以约束力总数为四个，但梁的静力平衡方程式仍然为三个，这样约束力数大于静力平衡方程式数，故这个梁是静不定梁。由于约束力数多于平衡方程式数一个，故称之为一次静不定梁，并说这个梁有一个多余约束力。如果约束力数比平衡方程式多n个，则梁是n次静不定梁，且有n个多余约束力。例如图2-1(c)中的梁若不考虑轴向力则为二次静不定梁，有二个多余约束力。对于杆系的静不定次数，由于比较复杂而难以用此法判断，但对于较为简单的（如连续梁）还是可用此法来判断其静不定次数。以后将会知道，静不定问题可以用力法来解决。

有时梁不仅受到垂直于梁轴线的载荷（称为横向载荷）作用，同时还受到沿着梁轴向作用的载荷（称为纵向载荷），那么这种梁的弯曲叫做“复杂弯曲”，亦称“纵横弯曲”（见图2-2）。如果一个梁除了两端有支座外，整个梁还放在一个弹性基础上（见图2-3），则称这个梁为弹性基础梁。

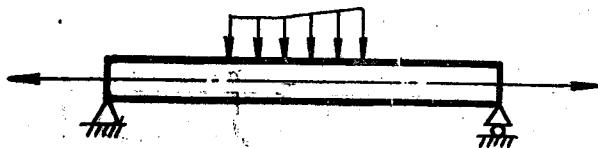


图 2-2

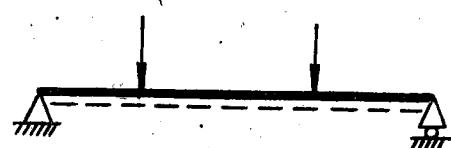


图 2-3

在船舶结构力学中对坐标系是这样规定的（见图2-4）：假设梁有一个纵向对称面，则 $x$ 轴在梁的纵向对称面与中性层的交线上，向右为正， $y$ 轴与 $x$ 轴成直角，向下为正， $z$ 轴与 $x$ 、 $y$ 轴组成右手坐标系统。梁 $x$ 轴上点的挠度 $v$ ，横断面的转角 $\theta$ ，横断面上的弯矩 $M$ 及剪力 $N$ 通称为梁的“弯曲要素”。与坐标系相对应，四个弯曲要素的正负号规定如下：挠度 $v$ 向下为正；转角 $\theta$ 顺时针转向为正；横断面上的弯矩 $M$ 在左断面逆时针转向为正，在右断面顺时针转向为正；横断面上的剪力 $N$ 在左断面向下为正，在右断面向上为正。图2-5中的弯矩与剪力都是正的。

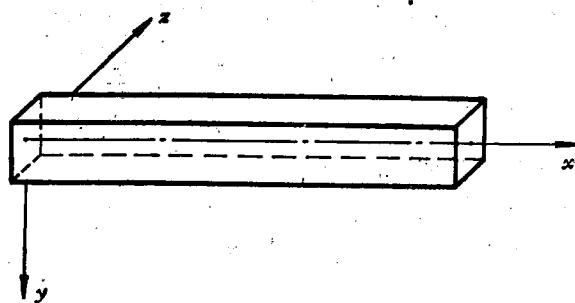


图 2-4

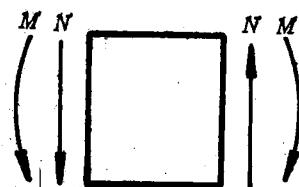


图 2-5

本章主要讨论单跨梁在外载荷的作用下，其挠度、转角、弯矩、剪力以及应力是如何计算的。通过本章的学习，基本上解决了船体结构中单跨梁的计算问题，并为求解杆系结构打下基础。因此希望读者能很好地掌握本章的基本内容。

## 第二节 单跨梁的剪力图与弯矩图

受载梁的剪力图与弯矩图是计算梁断面上的应力的依据。当梁上的载荷比较复杂时，梁的剪力图与弯矩图的作法有好几种。在材料力学中多数是根据剪力方程与弯矩方程，或根据载荷、剪力与弯矩三者的微积分关系来画剪力图与弯矩图。而在船舶结构力学中一般是采用“叠加法”来画的。用叠加法画受载梁的剪力图与弯矩图简单地说就是，先分别画出梁上各个载荷单独作用时的剪力图与弯矩图，然后把这些图形叠加起来就成为此梁在这几个载荷共同作用下的剪力图与弯矩图。由于用叠加法画梁的剪力图与弯矩图既简便又快，所以目前在工程上被广泛地采用着。下面我们先画出几个常见的承受简单载荷作用的梁的剪力图与弯矩图，然后论述叠加法基于的原理以及梁受复杂载荷

作用时的剪力图与弯矩图的画法。

### 一、梁在简单载荷作用下的剪力图与弯矩图

梁在简单载荷作用下的剪力图与弯矩图是十分简单的，其画法在材料力学中已有较详细的论述，故这里不再讨论。下面我们给出四种受载梁的剪力图与弯矩图：

(1) 简支梁，中点受有集中力  $P$  (见图2-6)，

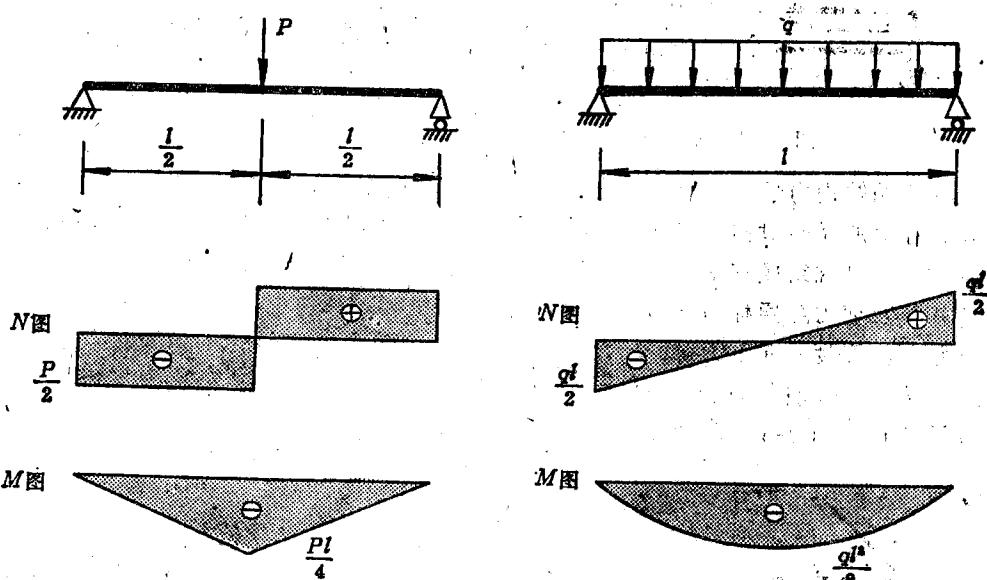


图 2-6

(2) 简支梁，全长受均布载荷  $q$  的作用 (见图2-7)，

(3) 简支梁，左端受有集中弯矩  $M$  (见图2-8)，

(4) 简支梁，两端受有集中弯矩  $M_1$ 、 $M_2$  ( $M_1 > M_2$ ) (见图2-9)。

图 2-7

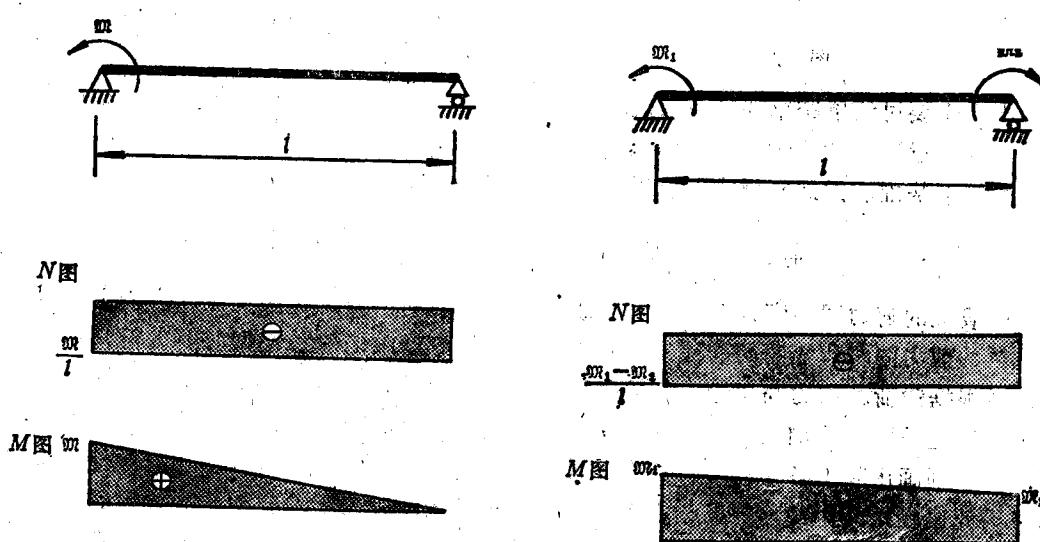


图 2-8

图 2-9

梁在各种简单载荷作用下的剪力图与弯矩图大部分已列成表格，读者可查阅本书附录 I。掌握这些力图画法的要领是记住它们的特点，例如梁在均布载荷作用下的剪力图是一条斜直线，弯矩图是一条抛物线，抛物线的凸向与荷重作用方向一致。又如两端受弯矩作用的梁，其剪力图是一条与梁平行的直线，弯矩图是一条斜直线。此外，图形中的正负号也很重要，因为用叠加法画复杂载荷作用下梁的剪力图与弯矩图时涉及到剪力与弯矩的正负号。

## 二、梁在几个载荷共同作用下的剪力图与弯矩图

前已说明过，在船舶结构力学中对于梁受几个载荷共同作用时的剪力图与弯矩图通常是用叠加法来作的。叠加法原理是基于杆件在线弹性范围内变形而建立起来的（所谓线弹性是指材料符合虎克定律，杆件作小变形）。当梁在线弹性范围内变形时，梁的弯曲要素与梁上的载荷成正比，或者说成线性关系。这样，如果梁上受有几个外力共同作用时，各个外力所引起的弯曲要素是各自独立的、互不影响。于是就可以用所谓的“叠加原理”来进行计算，即梁上受有几个外力共同作用时的弯曲要素，可以先分别计算各外力单独作用时的弯曲要素，然后求其代数和而得到。表现在剪力图与弯矩图上就是：先分别作出各外力单独作用时的剪力图与弯矩图，然后将它们叠加（同号图形相加，异号图形相减）便得此梁在这几个外力共同作用时的剪力图与弯矩图。下面是几个例题：

**例题 1** 一个两端饺支的单跨梁，全长受有均布载荷  $q$ ，中点受有集中力  $P$ ， $P = ql$ （见图 2-10(a)）。作此梁的剪力图与弯矩图。

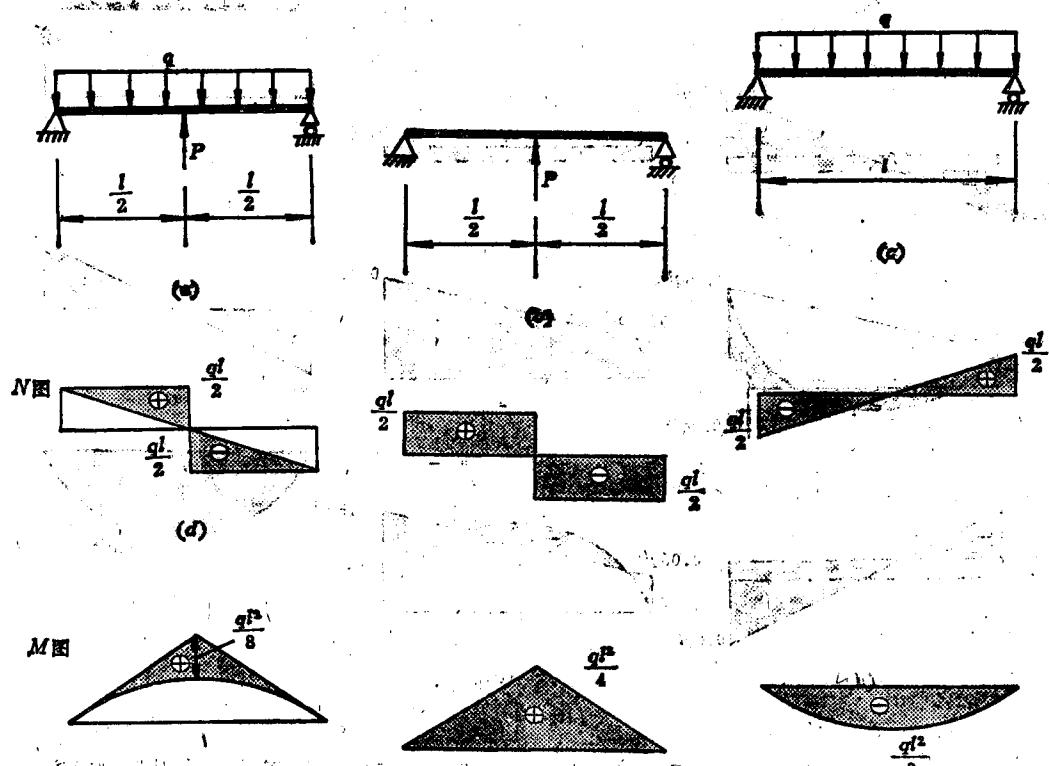


图 2-10

解 本例中的梁所受的载荷为二种，一种是集中力  $P$ ，另一种是均布载荷  $q$ ，因此先分别画出由集中力  $P$  单独作用时的梁（见图 2-10(b)），与均布载荷  $q$  单独作用时的梁（见图 2-10(c)）。然后分别作出这两个梁的剪力图与弯矩图，最后将图形叠加起来。本例中剪力图，可以先画好集中力  $P$  单独作用时的剪力图，然后把均布载荷  $q$  单独作用时的剪力图叠加上去。在图形叠加时要注意两点：第一点是先画较简单的图形，然后将较复杂的图形叠加上去；第二点是正负号，同一符号的图形应该相加，不同符号的图形应该相减（即正负抵消）。弯矩图的叠加方法同剪力图。图 2-10(d) 为剪力图，(e) 为弯矩图。

**例题 2** 一个两端铰支的单跨梁，全长受有均布载荷  $q$ ，两端受有集中弯矩  $M_1$  及  $M_2$ ， $M_1 = 0.05ql^2$ ， $M_2 = 0.15ql^2$ （见图 2-11(a)）。作此梁的剪力图与弯矩图。

解 作图过程同例 1，这里不再赘述。图 2-11(c) 与 (e) 都是梁的弯矩图，这

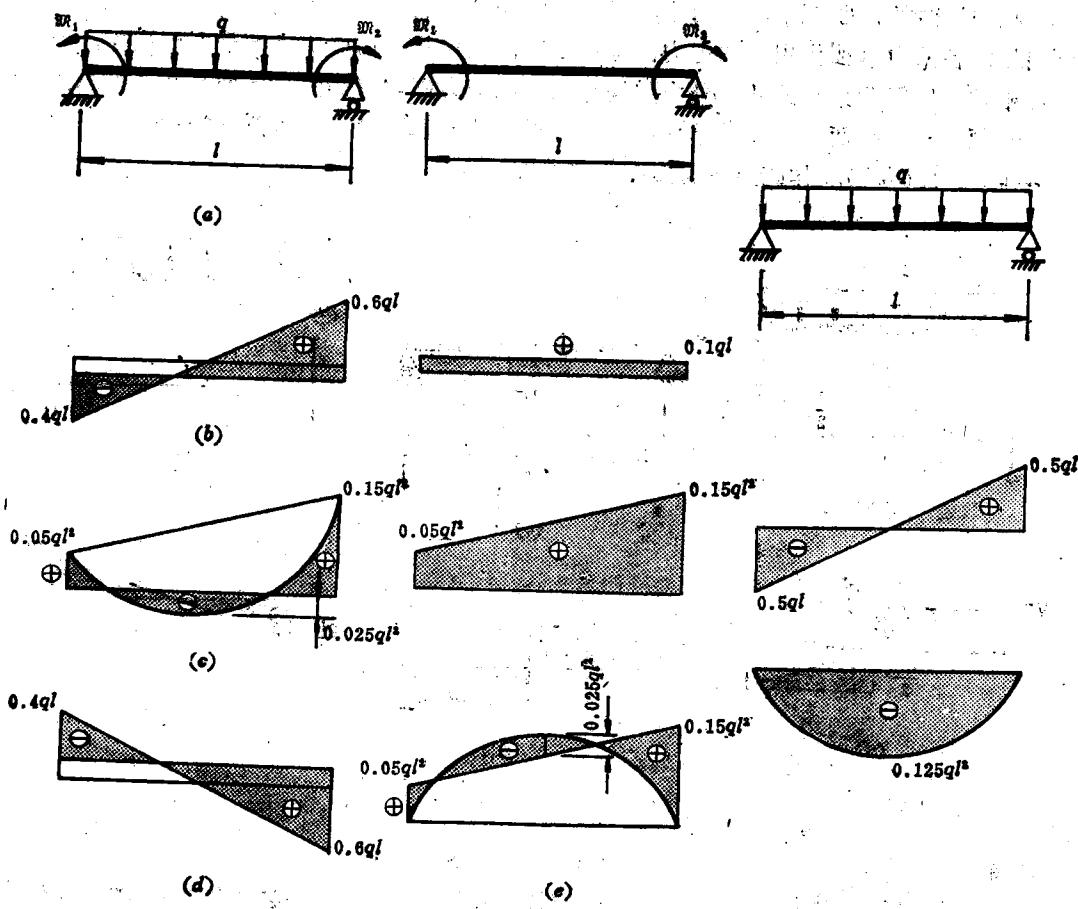


图 2-11

两个图看上去有些不一样（实质上是一样的），那是由于在叠加两种载荷引起的弯矩图时所取的基线不同而造成的。对于图 2-11(c)，基线取外集中弯矩引起的弯矩图中值。