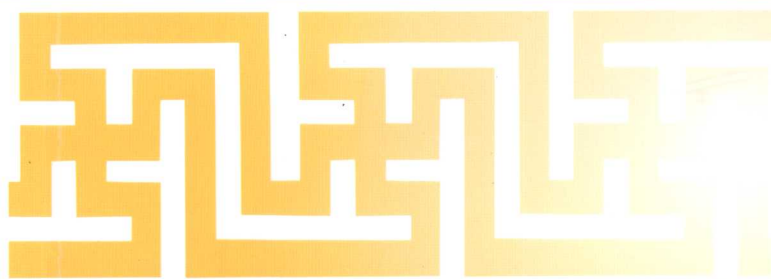


南京大学金陵学院 王国英 编著



# 工程数学

复变函数 积分变换 线性代数 数值方法

(二)

清华大学出版社

南京大学金陵学院 王国英 编著

# 工程数学

## (二)

复变函数 积分变换 线性代数 数值方法

## 内 容 简 介

本套《工程数学》是为高等学校计算机、电子、通信类专业编写的数学教材,共分3册.第2册内容包括复变函数、积分变换(傅里叶积分变换和拉普拉斯积分变换)、线性代数以及数值方法.本书在编写过程中力求做到以应用为目的,以“必须、够用”为原则,以讲清概念和方法为前提,强调应用为重点,在保留传统体系的基础上力求创新,特别注重应用.另外,配有教学参考书《工程数学习题与解答》供教师、学生参考使用.

本书可供高等学校工科和其他非数学类专业学生使用,也可作为其他层次院校的工程数学课程的教材或参考书.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

工程数学(二) / 王国英编著. —北京:清华大学出版社, 2009.9  
ISBN 978-7-302-20960-7

I. 工… II. 王… III. 工程数学—高等学校—教材 IV. TB11

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第163742号

责任编辑:冯 昕 赵从棉

责任校对:刘玉霞

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230

印 张:19.75

字 数:429千字

版 次:2009年9月第1版

印 次:2009年9月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:29.00元

---

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。  
联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:034659-01

---

# 序 言

---

数十年来,我一直感到计算机专业学生在大学期间要学“大学数学”3学期,“概率与统计”1学期,“数值方法”1学期,“离散数学”1学期,累计共有6学期的数学课,占用的学时太多,并且教材内容过于强调理论推导,而后继专业课需要的一些知识如复变函数、积分变换却很少涉及.结果教师难教,学生难学,教学效果差.造成这种结果的原因很多,其中之一是缺少一本好的涉及面宽、结合实际、比较直观、由浅入深、适于培养应用型人才和工程型人才的《工程数学》教材.这类教材国外较多.2005年南京大学金陵学院院长姚天扬教授一行访问英国时,Essex大学赠送给他们的一本该校所用的《工程数学》就是这样的教材.

南京大学金陵学院为了推动“大学数学”和“离散数学”等课程的改革,特邀具有丰富教学经验、长期从事“大学数学”、“线性代数”、“离散数学”和“数值方法”等课程教学工作的南京大学数学系王国英教授主持这项工作.王国英教授等经过多年苦心钻研和一年多在金陵学院计算机专业的试教,编著了这套《工程数学》教材.本教材有下列特色:

(1)它是根据国内工程类专业和应用类专业的需求,结合实际教学情况,参考国外新近出版的《工程数学》教材写成的.它强调打好应用基础,为后继专业课服务,而不是像过去有关教材那样只是从数学到数学,缺少与工程类专业和应用类专业有关知识的联系.

(2)内容结合实际、涉及面宽.它由微积分、复变函数、积分变换、线性代数、数值方法、概率与统计,以及离散数学等内容组成,每章均配有例题和习题,几乎涵盖了工程类专业和应用类专业所需的所有数学基本知识.

(3)使用该教材只需要3学期,但对工程类专业和应用类专业的本科生来说,所学的知识已经基本满足需要,这样他们就可以有更多的时间学习其他重要课程.

(4)讲法直观,如定积分的定义不从积分和的极限抽象定义出发,而由曲边梯形面积的计算引入,避免了过于繁琐的推导和过于理论化的论述.

(5)注重讲解基本概念、基本原理和基本知识,注意培养和提高学生的

逻辑思维能力、解题能力和应用数学知识解决实际问题的能力。

(6) 结构紧凑, 系统性强, 避免了过去各门课程部分内容重复的情况。如以前概率统计和离散数学都要讲一遍计数基础, 本教材就没有这种情况。

总之, 这是一本在国内十分紧缺、非常急需、与国际上所用的《工程数学》教材接轨、富有特色的新教材。它可作为高等院校, 特别是应用型高校、独立学院、民办院校培养工程型人才和应用型人才有关专业的教科书, 也可作为相关人员的自学参考书。

南京大学金陵学院

计算机专业主任、博士生导师、教授

张德富

2009年4月23日

# 前 言

本套《工程数学》是南京大学金陵学院的一个教改项目,是根据高等学校计算机、电子信息、通信工程等专业工程数学的教学要求而编写的.工程数学是以上各专业的重要基础课,教材的写作目标就是向读者展示工程数学的实用性,为相关专业的学生提供必要的数学基础知识.

本套教材较全面地介绍了工程数学的理论和方法.共分3册,包括7大部分,内容涉及微积分、复变函数、积分变换、线性代数、数值方法、概率统计及离散数学.教材取材较为广泛,除包括对定义、理论的深入浅出的陈述外,还配备了大量的实例、图表;为培养学生的解题技巧和分析问题的能力,还选配了不少难易程度不同的例题和习题.内容由浅入深,层次分明,各部分既有联系,又相对独立,通俗易懂,便于自学.

目前,国内外已出版了不少工程数学教材,有许多值得学习和借鉴之处.在编写本教材时,编者虚心听取了校内外同行的建议和指教,并参考了不少有关教材(如清华大学、南京大学、浙江大学、同济大学等高校出版的有关教材).本书学习国内外教材的经验,简化了微积分中的某些概念,强调直观和应用背景,大大减少了初学者的困难;还听取了有关专家的建议,在离散数学中加入了递归、生成函数、鸽舍原理等有实际应用价值的内容.

作为教材,本书在编写时充分考虑了不同层次读者的需要.本书打“\*”部分的内容可以作为选讲部分;习题分为A、B两组,A组是必须掌握的基本内容,B组要求较高,对有志考研的学生大有裨益,一般学生可以不做.本教材已在计算机、软件、电子、通信等专业试用过,分3个学期讲完,每学期100学时.如果时间不够,第1册中的第5章广义积分、第6章微分方程和差分方程简介及第8章中的理论可少讲或不讲;第2册“线性代数”中的第9章欧氏空间与二次型可略讲或不讲,“数值方法”可以不讲;第3册“概率与统计”中的第9章、第10章以及“离散数学”中第1章的第8节和第9节、第4章和第5章可适当少讲或不讲;这些内容可作为学生的课外阅读材料.

在本书的编写和出版过程中,自始至终得到了南京大学金陵学院院长姚天扬教授,信息科学与工程系主任李元教授、张德富教授及马传渔教授、田志



## 工程数学(二)

明老师的关心和帮助.同时要感谢清华大学出版社的王海燕副编审、赵从棉编辑以及金陵学院的刘晶晶同志,她们为本书的出版付出了辛勤的劳动.南京大学数学系吴兆金副教授参与了编写并提了许多有益的建议,在此一并感谢.

由于作者学识和经验有限,书中不当之处在所难免,敬请专家、同行和读者不吝赐教.

南京大学金陵学院

王国英

2009年6月

## 第 1 篇 复变函数

<b>第 1 章 复数</b> .....	3
1.1 复数的概念 .....	3
1.1.1 复数的定义 .....	3
1.1.2 复数的几何表示法 .....	4
1.2 复数的三种形式 .....	6
习题一 .....	8
1.3 共轭复数及复数的模的运算性质 .....	9
1.4 复数的三角形式的运算 .....	10
1.4.1 乘法与乘方 .....	10
1.4.2 除法 .....	11
1.4.3 开方 .....	12
习题二 .....	13
1.5 复数的应用 .....	13
1.5.1 复数与三角函数 .....	13
1.5.2 复数与不等式 .....	15
1.5.3 复数与方程 .....	16
1.5.4 复数与数列 .....	17
1.5.5 复数与几何 .....	18
<b>第 2 章 复变函数</b> .....	20
2.1 区域的概念 .....	20
2.2 复变函数 .....	21
2.3 复变函数的连续性和可导性 .....	23
2.4 复变函数的解析性 .....	24



2.5 其他	26
习题	29

## 第2篇 积分变换

<b>第3章 傅里叶变换</b>	<b>33</b>
3.1 傅里叶级数	33
3.1.1 三角级数、三角函数系的正交性	33
3.1.2 函数展开成傅里叶级数	34
3.1.3 奇函数、偶函数的傅里叶级数	38
习题一	40
3.2 周期为 $2l$ 的周期函数的傅里叶级数	40
习题二	42
3.3 傅里叶变换	43
3.3.1 傅里叶级数的复指数形式	43
3.3.2 傅里叶变换的定义	44
3.3.3 几种典型非周期信号的频谱	45
习题三	50
3.4 傅里叶变换的性质	50
3.4.1 线性性质	50
3.4.2 位移性质	50
3.4.3 微分性质	52
3.4.4 积分性质	53
习题四	53
3.5 卷积定理	54
3.5.1 卷积的概念	54
3.5.2 卷积定理	55
习题五	56
<b>第4章 拉普拉斯变换</b>	<b>57</b>
4.1 拉普拉斯变换的基本概念	57
4.1.1 拉普拉斯变换的概念	57
4.1.2 几种常用函数的拉普拉斯变换	58
4.1.3 拉普拉斯变换简表	59
习题一	65

4.2	拉普拉斯变换的性质	65
4.2.1	线性性质	65
4.2.2	平移性质	65
4.2.3	微分性质	67
4.2.4	积分性质	68
	习题二	70
4.3	拉普拉斯逆变换	70
4.3.1	简单像函数的拉普拉斯逆变换	72
4.3.2	较复杂像函数的拉普拉斯逆变换	77
	习题三	78
4.4	卷积和卷积定理	78
4.4.1	卷积的概念	78
4.4.2	卷积定理	80
	习题四	81
4.5	利用拉普拉斯变换解微分方程(组)	82
	习题五	84

### 第3篇 线性代数

第5章	行列式	87
5.1	二、三阶行列式	87
5.1.1	行列式的定义	87
5.1.2	二、三阶行列式的性质与计算	91
5.2	$n$ 阶行列式	95
5.2.1	排列 $(i_1, i_2, \dots, i_n)$ 的逆序	95
5.2.2	$n$ 阶行列式的定义	96
5.2.3	$n$ 阶行列式的性质	96
5.2.4	$n$ 阶行列式的计算	97
5.3	$n$ 个方程 $n$ 个元的线性方程组	102
	习题	107
第6章	线性方程组	108
6.1	高斯消元法	109
6.2	$n$ 维向量	114
6.2.1	$n$ 维向量及其线性运算	115



6.2.2	向量的线性相关与线性无关.....	117
6.3	矩阵的秩 .....	121
6.4	线性方程组的解 .....	127
	习题.....	131
<b>第7章</b>	<b>矩阵 .....</b>	<b>133</b>
7.1	矩阵的线性运算 .....	134
7.2	矩阵的乘积 .....	135
7.3	矩阵的逆矩阵 .....	141
7.4	转置矩阵 .....	146
7.5	矩阵经运算后秩的变化 .....	149
7.6	分块矩阵 .....	151
	习题.....	158
<b>第8章</b>	<b>线性空间与线性变换 .....</b>	<b>160</b>
8.1	线性空间的定义 .....	160
8.2	线性空间的基向量的坐标 .....	163
8.3	线性变换 .....	168
8.3.1	线性变换的定义及其基本性质.....	168
8.3.2	线性变换在一组基下的对应矩阵.....	170
8.4	矩阵的特征值与特征向量,矩阵化为对角矩阵的问题.....	177
8.4.1	矩阵化为对角矩阵的问题.....	177
8.4.2	矩阵化为对角矩阵的应用.....	185
	习题.....	188
<b>第9章</b>	<b>欧氏空间与二次型 .....</b>	<b>189</b>
9.1	两个向量的内积 .....	189
9.2	$n$ 维欧氏空间的度量矩阵 .....	191
9.3	二次型 .....	198
9.3.1	二次型化为最简形式的表示.....	199
9.3.2	正定二次型.....	202
9.4	二次型通过正交变换化为标准型的问题,对称矩阵化为对角矩阵的问题.....	205
	习题.....	211

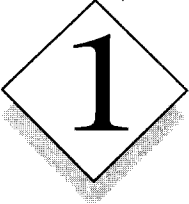
## 第4篇 数值方法

<b>第 10 章 算术运算中的误差分析</b> .....	215
10.1 数值方法 .....	215
10.2 误差来源 .....	215
10.3 绝对误差和相对误差 .....	216
10.4 舍入误差与有效数字 .....	217
10.5 数据误差在算术运算中的传播 .....	218
10.6 机器误差 .....	219
10.6.1 计算机中数的表示 .....	219
10.6.2 浮点运算和舍入误差 .....	221
习题 .....	221
<b>第 11 章 解线性方程组的直接方法</b> .....	223
11.1 解线性方程组的高斯消去法 .....	223
11.1.1 高斯消去法 .....	223
11.1.2 高斯列主元消去法 .....	226
11.2 直接三角分解法 .....	229
11.2.1 矩阵三角分解 .....	229
11.2.2 克鲁特方法 .....	229
11.2.3 解三对角线性方程的三对角算法(追赶法) .....	234
11.3 行列式和逆矩阵的计算 .....	236
11.3.1 行列式的计算 .....	236
11.3.2 逆矩阵的计算 .....	237
11.4 向量和矩阵的范数 .....	239
11.4.1 向量范数 .....	239
11.4.2 矩阵范数 .....	241
11.4.3 条件数和摄动理论初步 .....	243
习题 .....	247
<b>第 12 章 解线性方程组的迭代方法</b> .....	248
12.1 迭代法的基本理论 .....	248
12.1.1 基本思想 .....	248



12.1.2	收敛性概念及收敛的充要条件	250
12.1.3	迭代法的收敛速度	252
12.2	几种常用的迭代方法	252
习题		256
<b>第 13 章</b>	<b>解非线性方程的数值方法</b>	<b>257</b>
13.1	区间分半法	257
13.2	不动点迭代	258
13.2	牛顿-拉弗森方法	260
习题		262
<b>第 14 章</b>	<b>插值法</b>	<b>263</b>
14.1	拉格朗日插值公式	264
14.1.1	拉格朗日插值多项式	264
14.1.2	线性插值	266
14.1.3	二次(抛物线)插值	266
14.1.4	插值公式的余项	267
14.2	逐次线性插值法	271
14.2.1	逐次线性插值法	271
14.2.2	Neville 算法	273
14.3	均差与牛顿插值公式	274
14.3.1	均差	275
14.3.2	牛顿均差插值多项式	276
14.4	有限差与等距点的插值公式	278
14.4.1	有限差	278
14.4.2	牛顿前差和后差插值公式	281
14.5	埃尔米特插值公式	283
习题		287
<b>第 15 章</b>	<b>数值积分</b>	<b>289</b>
15.1	牛顿-科茨型数值积分公式	290
15.1.1	牛顿-科茨型求积公式	290
15.1.2	梯形公式和辛普森公式	291
15.1.3	误差、收敛性和数值稳定性	293

15.2 复合求积公式.....	295
15.2.1 复合梯形公式.....	296
15.2.2 复合辛普森公式.....	297
15.3 区间逐次半分法.....	299
习题.....	301
<b>参考文献</b> .....	<b>302</b>

第  篇

复变函数





## 复数

## 1.1 复数的概念

## 1.1.1 复数的定义

**定义 1.1** 形如  $a+ib$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ) 的数称为复数, 通常用字母  $z$  表示, 即  $z=a+ib$ , 其中  $i$  是虚数单位,  $i^2=-1$ ,  $a, b$  分别称为复数  $z=a+ib$  的实部与虚部, 记为  $a=\operatorname{Re}z, b=\operatorname{Im}z$ .

当  $b=0$  时, 复数  $a+ib$  就是实数  $a$ ; 当  $b \neq 0$  时, 复数  $a+ib$  称为虚数, 这时如果  $a=0$ , 则称为纯虚数, 即  $a+ib=ib$ .

由此可知复数包含所有的实数和虚数.

**例 1.1** 求解二次方程  $2x^2-3x+7=0$ .

**解** 由求根公式得

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times 7}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{-47}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{47}i}{4} \approx 0.75 \pm 1.71i. \end{aligned}$$

**例 1.2** 化简  $i^3$ .

**解**  $i^3 = i^2 \times i = (-1) \times i = -i$ .

**例 1.3** 实数  $m$  取何值时, 复数  $z=(m^2-3m-4)+i(m^2-5m-6)$  是: (1) 实数; (2) 虚数; (3) 纯虚数?

**解** 由复数定义可知

$$a = m^2 - 3m - 4 = (m+1)(m-4),$$

$$b = m^2 - 5m - 6 = (m+1)(m-6).$$

(1) 若复数  $z$  是实数, 那么  $b=0$ , 即  $(m+1)(m-6)=0$ , 解得  $m=-1$  或  $m=6$ . 故当