

统计公式及例解

附練習問題

王仲武著

商務印書館發行

中華民國二十三年八月初版
中華民國二十四年五月再版

(32081)

統計公式及例解一冊

每冊定價大洋壹元捌角

外埠酌加運費匯費

周

版權所有
翻印必究

著者 王仲武

發行人 王雲五
上海河南路

印刷所 商務印書館
上海河南路

發行所 商務印書館
上海及各埠

*B四三一二

再 版 附 言

本書初版，間有誤植，現已更正；并增加公式十餘則，插排於188頁之後。惟以重版倉卒，未及詳爲例解，容再補充。至所增各公式中，亦有由中大教授鄭堯梓先生代爲蒐集者，並書誌感！

仲武附識

廿三年九月十四日

序 言

本書編著之動機，實始於民國十九年。時著者以應中央大學法學院長謝冠生經濟系主任馬寅初兩先生之堅邀，勉任該校「實用統計」學程因選讀同學多係經濟系四年級生，在統計上已具相當之基礎，故除將各種統計調查方法，資料整理，編造報告及製表繪圖等實際應用問題，作為講習之主要部份外，復於授課之始，對於統計計算方面，曾略作有系統的復習——因該班同學程度甚優，且富於研究精神，故對此項工作，教學兩方均感特殊之興趣——，以備研討應用上之便利。著者以繼續擔任本學程，業歷數載，爰先將講稿中計算復習部份，逐漸擴充——（書中例題事實，間有新舊之殊者，職是之故）率成茲篇。

本書原旨，既如上述，故所有內容編制，多以閱讀及自修者研習便利為主。公式次序悉依一般統計書籍之慣例，俾易參閱。公式下附有例解，篇末更殿以各項實際練習問題。如此比較具體編述者：一方面冀供各大學統計補充教本之用；一方面亦可作從事統計者自修之參考。惟我國統計素稱幼稚，有系統之資料，極感缺乏，致令各項例解及練習題之事實，間有不能不採用他邦者，深引為憾！此外因本書側重計算，工作繁多，以作者之譚陋及職務之冗忙，其中罣漏舛誤之處，自所難免，深盼海內明達，有以教之。

關於本書核閱初稿者有中大老同事劉迺敬教授，中央政治學校褚一飛教授，及內子鍾錦田女士。校對公式及例解者為徐受清浦屏三焦柏城三君。繕正稿底及製圖者為同學錢一羽君。特書誌謝！又著者原以茲篇除對公式略加例解與供給練習問題資料外，實無若何之價值，所以遲遲未敢問世。嗣迭經老友蔡正雅及商務印書館王雲五李伯嘉諸先生之慇懃督促，使本書竟付剞劂，尤所慚感！

中華民國二十三年四月王仲武序於首都。

凡 例

- (1) 本書注重統計公式之例解及練習問題，對於公式導來之理論從略。
- (2) 本書舉例，均以本國事實為準則。但於不得已時，間有採用他國資料者——再版時當另覓妥善者改換——。又例解事實，以簡明為要；練習問題，重在應用，故取材多較繁。
- (3) 本書引用名詞，悉依據著者之「漢譯統計名詞」一書。又於每名詞首見處旁註英文原名，俾便尋釋。
- (4) 本書所用符號，除參考一般統計書籍及仲武所著之「統計原理及應用」外，並依據簡明之原則，酌加修正，借期劃一。
- (5) 本書例解，係遍採經濟，教育，農，礦，工，商各方面之事實。練習問題則在供給各項實際資料，對於教學及應用上，便利甚多。故一般大學統計學程，均可取作補充教本之用。如各機關辦理統計人員，以此為應用計算上之參考，尤多匡助。
- (6) 本書之主要參考書籍為：
 1. Chaddock, R.E.: Principles and Methods of Statistics.
 2. Chaddock and Croxton: Exercises in Statistical Methods.
 3. Day, E.E.: Statistical Analysis.

-
4. Fisher, Irving: The Making of Index Numbers.
 5. Holzinger, Karl J.: Statistical Methods for Students in Education.
 6. Kelley, Truman L.: Statistical Method.
 7. Mills, Frederick C.: Statistical Methods Applied to Economics and Business.
 8. Mills and Davenport: Manual of Problems and Tables in Statistics.
 9. Pearson, Karl: Tables for Statisticians and Biometrians.
 10. Reitz, H.L.: Handbook of Mathematical Statistics.
 11. Whittaker, E.T. and Robinson, G.: The Calculus of Observations.
 12. Yule, G. Udney: An Introduction to the Theory of Statistics.

目 次

	頁 數
I. 次數分配	1—48
A. 平均數量	1—14
平均數	
算術平均數	1
加權算術平均數	3
幾何平均數	6
加權幾何平均數	7
倒數平均數	9
衆數	10
中位數	12
B. 百分位數	14—19
百分位數	14
百分等級	16
四分位數	18
C. 離中差量	19—33
全距離	19
四分位差	20
平均差	21

標準差	23
差量係數	30
偏斜度	31
D, 常態分配	34—48
二項分配	34
成功之平均數	35
成功之標準差	35
差誤常態曲線之方程式	35
次數分配之轉矩	38
曲線型之判準	41
抽樣之標準誤	42
x 之平方——(配合適度之測驗)	44
峯度	45
平均數與衆數之距離	46
II. 指數	49—72
A. 物價指數	49—71
比價平均法	
算術平均法	49
倒數平均法	52
幾何平均法	55
中位數法	57
衆數法	62

總價法

簡單總價法	65
加權總價法	65
理想公式	67
愛馬兩氏總價法	68
環比法	68
鎖比法	70
B. 物量指數	71
C. 物值指數	72

III. 時間數列.....73—106

A. 長期趨勢	73—91
直線配合法	73
二次拋物線配合法	77
三次拋物線配合法	82
指數曲線配合法	88
B. 月差指數	92—106
算術平均法	92
移動平均法	93
環比法	97
恆差比率平均法	102

IV. 相關.....107—178·

A. 直線相關..... 107—141

乘積率法

相關係數.....	107
相關係數——(中斜線法).....	118
迴歸係數.....	121
迴歸方程式.....	122
估計之標準誤.....	125

最小平方方法

估計之標準誤.....	127
相關係數.....	128

等級差異法——相關係數.....132

異號對數法——相關係數.....135

變量相應法——相關係數.....136

二列相關係數..... 138

均方相聯係數..... 140

B. 非直線相關.....141—155

估計之標準誤.....141

相關指數.....146

相關比率.....148

直線性之試驗.....154

C. 純相關及複相關 155—178

乘積率法

純相關係數 155

 n 級之標準誤 164

複相關係數 164

最小平方法

估計之標準誤 165

複相關係數 171

純相關係數 173

行列式法

零級係數 174

純相關係數 175

複相關係數 176

估計之標準誤 177

純迴歸係數 177

V. 可靠數量 179—188

算術平均數之可靠數量 179

中位數之可靠數量 180

四分位數之可靠數量 180

標準差之標準誤 181

變量係數之機誤 182

四分位差之機 182

轉矩之機誤 183

判準 $\beta_1 \beta_2$ 之標準誤	184
偏斜度之標準誤	185
平均數與衆數距離之標準誤	185
相關係數之可靠數量	185
迴歸係數之標準誤	187
相關比率之可靠數量	187
直線性之測驗	188

再版增訂之公式

算術平均數	189
幾何平均數	189
幾何平均數之對數	189
衆數	189
改正平均差	191
標準差	191
對數標準差	192
平均相聯	192

附錄..... 193—239

甲. 練習問題	193—223
乙. 本書所用之縮寫符號	224—229
丙. 計算表	230—339
表I 常態曲線之縱坐標	230

表 II 常態曲線之面積	231
表 III 由常態曲線面積求差值及縱坐標	232
表 IV 自然數一次方至六次方之總和	235
表 V 由 ρ 之值求 r	237
表 VI 由 R 之值求 r 表	238
表 VII 由 U 之百分比例數求 r 值	239

統計公式及例解

—附練習題—

I. 次數分配 (Frequency Distribution)

A. 平均數量 (Averages)

1. 算術平均數 (Arithmetic mean).

$$\left. \begin{array}{l} M = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n}{N} \\ \text{簡寫爲} \\ M = \frac{\Sigma X}{N} \end{array} \right\} \cdots \cdots \text{〔公式 1〕}$$

〔例 1〕 我國最近十年國際貿易輸出入總值如下表，今求其每年平均數。

(表 1)

年 份	輸 入 總 值 (百 萬 海 關 兩)
民 國 十 二 年	1,677
民 國 十 三 年	1,791
民 國 十 四 年	1,725
民 國 十 五 年	1,989
民 國 十 六 年	1,982
民 國 十 七 年	2,188
民 國 十 八 年	2,281
民 國 十 九 年	2,204
民 國 二 十 年	2,342
民 國 廿 一 年	1,541

代入公式

$$M = \frac{1677 + 1791 + 1725 + \dots + 2342 + 1541}{10}$$

$$= \frac{19670}{10}$$

$$= 1967 \text{ 百萬兩}$$

即每年國際貿易總值平均數為1,967,(000,000)海關兩。

2. 算術平均數之簡捷法。

$$M = M' + \frac{\sum d'}{N} \dots \dots \dots \text{ [公式 2]}$$

(例 2) 仍用前例,惟須將表 1 之數字,按其大小順次排列,以便計算。

(表 2)

貿易總值	與假定平均數 (1989)之差 d'
1541	-448
1677	-312
1725	-264
1791	-198
1932	- 57
1989	0
2188	199
2204	215
2281	292
2342	353
	$\Sigma d' = -220$

代入公式

$$\therefore M = 1989 + \left(\frac{-220}{10}\right) = 1967 \text{ 百萬兩. 答數與前同.}$$

3. 加權算術平均數 (Weighted arithmetic mean)

$$M = \frac{\Sigma fm}{N} \dots\dots\dots \text{[公式 3]}$$

[例 3] 茲取玉米穗之長度爲例. (資料採自 BURGESS—The Mathematics of Statistics)

(表 3)

長度 (吋)	中值 (m)	次數 (f)	(fm)
3- 4	3.5	1	3.5
4- 5	4.5	1	4.5
5- 6	5.5	3	16.5
6- 7	6.5	14	91.0
7- 8	7.5	25	187.5
8- 9	8.5	62	527.0
9-10	9.5	119	1,130.5
10-11	10.5	80	840.0
11-12	11.5	19	218.5
12-13	12.5	2	25.0
		Σf	Σfm
		328	3,044.0

代入公式

$$M = \frac{3044.0}{326}$$

$= 9.34$ 吋 即玉米穗之平均長度為 9.34 吋

4. 加權算術平均數之簡捷法。

$$M = M' + c \dots\dots\dots \text{[公式 4]}$$

c 為簡捷法之改正數其求法如下：

$$c = \frac{\Sigma(fd')}{N} \dots\dots\dots \text{[公式 5]}$$

[例 4] 今將例 3 以簡捷法求之。

(表 4)

m	f	d'	fd'
3.5	1	-6	-6
4.5	1	-5	-5
5.5	3	-4	-12
6.5	14	-3	-42
7.5	25	-2	-50
8.5	62	-1	-62
9.5	119	0	0
10.5	80	1	80
11.5	19	2	38
12.5	2	3	6
	<u>326</u>		<u>-53</u>

由公式(5)

$$c = \frac{124 - 177}{326} = -\frac{53}{326} = -.16$$