



基础教育新课程师资培训系列教材

丛书主编 柳菊兴

丛书副主编 鲁晓成

# 高中数学 课程标准教师读本

GAOZHONG SHUXUE KECHENG BIAOZHUN JIAOSHI DUBEN

叶尧城 主编

华中师范大学出版社

基础教育新课程师资培训系列教材

- 丛书主编 柳菊兴
- 丛书副主编 鲁晓成

# 高中数学课程标准教师读本

几何画板 软件 双曲线

课件 图片 主 编 叶尧城  
数案 主 审 鲁晓成  
编者 徐新斌 董方博  
陈登轩 彭家麒

研究生报名

华中师范大学出版社

2003年·武汉

## (鄂)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

高中数学课程标准教师读本/叶尧城主编. —武汉:华中师范大学出版社, 2003. 9

(基础教育新课程师资培训系列教材/柳菊兴主编)

ISBN 7-5622-2783-7/G·1452

I. 高… II. 叶… III. 数学课-课程标准-基础教育-师资培训-教材 IV. G633.955.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 005141 号

### 高中数学课程标准教师读本

© 叶尧城 主编

出版发行:华中师范大学出版社(武汉市珞瑜路 100 号/邮编:430079)

经销:全国新华书店/北京太学教育书刊音像中心

印刷:北京市通堡印刷厂

责任编辑:吴兰芳

责任校对:崔毅然

封面设计:新视点

督 印:方汉江

开本:880mm×1230mm 1/32

版次:2003 年 9 月第 1 版

印数:8001-13000

印张:8.375 字数:195 千字

印次:2003 年 10 月第 2 次印刷

定价:13.00 元

## 总 序

钟秉声

随着世界课程改革的浪潮,我国基础教育课程改革取得了令人欣喜的成就。在全社会的热切关注和企盼下,国家教育部于2001年7月颁布了《基础教育课程改革纲要(试行)》。基础教育课程改革,是我国基础教育的一件大事,也是全社会的一件大事。《纲要》的颁布和实施,对我国基础教育的改革与发展必将带来极为深远的影响。

记得《纲要》颁布的当天,《中国教育报》发表了一篇题为《构建基础教育课程新体系》的评论员文章。文章指出:“《纲要》为我国基础教育课程改革描绘了一幅宏伟的蓝图,展现了21世纪新课程的美好前景。”文章还强调:“新课程对学校、校长、教师提出了全新的挑战。各级教育行政部门的领导、教研员和教师都要认真学习领会《纲要》的精神实质,以《纲要》精神为指导,进一步转变教育观念,改革教学方法,树立新的人才观、质量观、课程观,尽快适应新课程。”树立体现时代精神的新的课程价值观,根治现行课程体系的弊端,是当前课程改革的根本要求。围绕这一根本要求,我们从事基础教育工作的校长、教研员和教师,在当前和今后一段时期

里,一定要把基础教育课程改革这件大事抓好。

综观中外教育改革,无一不把课程改革摆在突出的位置,美国、日本、韩国、英国、新西兰、澳大利亚、新加坡等国都是如此。在课程改革中,各国都想抓住带规律性的东西,都想抓住要害和根本,我国的基础教育课程改革也应如此。我国现行的基础教育课程体系存在着“两个不适应”:一是不适应全面推进素质教育的要求,二是不适应时代发展的要求。我们必须从实施科教兴国战略的高度,从提高民族素质、增强综合国力的高度,来认识推进基础教育课程改革的重大意义,从而进一步增强基础教育课程改革工作的责任感和紧迫感,抓紧进行部署,认真组织好新课程的实施,扎扎实实地抓好这项工作。

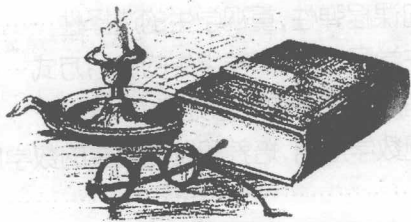
实施素质教育,关键在于教师的素质。摆在我们面前的一个十分现实的问题是,新课程将改变学生的学习方式,同时也将改变教师的教学方式。为了把这种“转型”工作做好,我们配合当前的新课程师资培训,策划、组织并编写了这套“基础教育新课程师资培训系列教材”。这套系列教材的特点,一是“准”,它准确地体现了《国务院关于基础教育改革与发展的决定》和《基础教育课程改革纲要(试行)》的精神,准确地解读了新课程标准;二是“新”,它体现了素质教育的新思想、新观念、新理论和新要求;三是“实”,它内容充实,资料翔实,语言朴实,有很强的实用性。这套教材的编者既有课程改革的专家和学者,也有长期从事教学和科研工作的教师和教研员。这套教材,既简洁明快,又有一定的深度,不失为基础教育新课程师资培训实用性和实效性都比较强的教材。在使用这套教材时,我们希望培训者与被培训者平等交流,平等对话,共同发展。

基础教育课程改革的目的是:“为了中华民族的复兴,为了每一位学生的发展。”让我们为达到这一目标而共同努力吧!

## 目 录

<b>第一章 课程定位</b> .....	(1)
第一节 数学的意义和价值.....	(1)
第二节 数学课程的地位 .....	(10)
<b>第二章 课程理念及设计思路</b> .....	(12)
第一节 着眼发展,重视基础.....	(12)
第二节 增加课程弹性,重视学生的选择性.....	(14)
第三节 关注学习过程,改善学生的学习方式.....	(15)
第四节 要有助于提高数学思维能力 .....	(16)
第五节 重视数学应用,培养和发展学生的数学应用意识 .....	(17)
第六节 既要打好基础,又要力求创新.....	(20)
第七节 返璞归真,注意适度的形式化.....	(22)
第八节 体现数学的人文价值 .....	(24)
第九节 注重信息技术与数学课程的整合 .....	(26)
第十节 建立合理、科学的评价机制.....	(28)
<b>第三章 “内容标准”解读</b> .....	(31)
第一节 对数学课程“内容标准”的认识 .....	(31)
第二节 必修课程内容标准分析 .....	(32)

第三节 选修课程内容标准分析 .....	(52)
第四节 数学探究、数学建模、数学文化 .....	(70)
第五节 内容标准的特点 .....	(75)
<b>第四章 课程标准与现行教学大纲的比较研究 .....</b>	<b>(80)</b>
<b>第五章 实施建议 .....</b>	<b>(95)</b>
第一节 教学建议 .....	(95)
第二节 评价建议 .....	(131)
第三节 教材编写建议 .....	(141)
<b>附录:普通高中数学课程标准(实验) .....</b>	<b>(149)</b>
<b>主要参考文献和网站 .....</b>	<b>(253)</b>
<b>后记 .....</b>	<b>(256)</b>



## 第一章 课程定位

课程标准是国家对公民在某一方面或领域的基本素质的要求。高中数学课程标准是国家对高中学生在数学领域的基本素质的要求。要确定数学课程的位置,必须明确数学的意义和价值。

### 第一节 数学的意义和价值

数学是什么?它有什么用?数学作为一门课程有什么价值?这是所有学习数学的人都会思考或提出的问题。《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称课程标准)开宗明义地回答了这个问题,并在过去高中数学教学大纲的基础上进一步丰富和发展了数学的意义,更加全面地阐述了数学的作用和价值。

#### 一、数学的意义

关于数学的意义,课程标准首先沿用了恩格斯的定义:“数学是研究空间形式和数量关系的科学”。同时进一步指出“也是研究模式和秩序的科学。”体现了对数学本质特征的现代认识,具有时代性。

对数学意义的本质认识,是随着数学的发展而发展的。最初,



人们在生产实践中,由于分配物品、比较大小等的需要而获得了数的概念;同时也从具有某种特定形状的物体获得了一些简单几何形体的概念。即在人类文化的初期就已积累了一些数学知识。这时的数学对象与客观实在非常接近,人们能够很容易找到数学概念的现实原形,因此认为数学是一门经验科学。到了16世纪,包括算术、初等代数、初等几何和三角的初等数学已比较完备。17世纪,由于生产力的发展推动了自然科学和技术的发展,人们获得了“变量”的概念,这是数学发展上的一个转折点。于是数学不仅研究不变的量和个别的图形,而且开始研究变化中的量和量与量之间的相互制约关系,及图形间的相互变换,从而使运动和辩证法进入了数学。随着生产力的进一步发展,愈来愈多地要求对自然现象进行定量的研究,通过量变与质变的相互转化而更深入更确切地认识它们,从而也更好地控制和利用它们;因此,数学的研究范围不断扩大,内容日益丰富。现代数学的研究早就超出了“数”与“形”的范畴。19世纪末,诞生了数理逻辑,而在数理逻辑中既没有数也没有形,从而推进了数学概念的发展;20世纪以来,数学的发展又呈现出“构造”和“应用”的两大特征。首先,精确虚数理论、非欧几何、抽象代数和集合论的产生,使数学的发展进入了新阶段。这时产生的许多新的概念和理论,不是直接从现实世界中提取出来而往往是在已经形成的概念和理论的基础上构造出来的,因此越出了具体的数量关系和空间形式,“数学的对象可以包括客观现实中的任何形式和关系”(前苏联《哲学百科全书》,1964年版)。这时,“数量”已从数扩展到复数、向量、张量,甚至以代数结构的抽象集合中的元素为“数量”;“空间”已从欧氏空间扩展到非欧空间、高维或无限维空间,甚至具有某种结构的抽象空间。数学研究的对象扩大为具有量性特征的一般关系和形式结构。从应

用方面看,近30年来,数学的性质及其应用的途径发生了巨大的变化,不仅发现了许多新的数学领域,而且应用数学的问题类型以空前的速度增长,其中最显著的是计算机及其应用的爆炸性发展,计算机技术和用广泛应用性的统一概念处理现实世界的各种模式已成为当今数学发展的一个决定性特点。数学的研究对象已从原来的算术、代数、几何扩展到科学中的数据、测量、观测资料,推断、演绎、证明,自然现象、人类行为、社会系统的数学模型等。综上所述可知,当今数学的意义已超出恩格斯定义的范畴,应当给予数学新的界定。于是,不少专家对数学的意义进行了新的描述:“数学起源于现实世界,且以高度的抽象性为其显著特点,数学的抽象性跨越了事物的物质性的区别,只保留它们的结构和形式;数学通过对抽象概念的严格推理构成形式系统。正如著名数学家辛钦所说:‘一切数学学科的决定性特点总是某种形式化的方法。……数学问题的解决,不能由它所反映的物体或现象的物质性去解决,而只能由它的形式结构特点去解决。’”如同生物学是有机体的科学,物理学是物能的科学一样,从某种意义上说,数学是模式的科学,也是“序的科学”,“只有研究秩序和度量的那些学科才属于数学领域……”(笛卡儿语)也即“模式和秩序的科学”(《美国科学》)。“无论是数学中的概念和命题,或是问题和方法,事实上都应该看成是一种具有普遍意义的模式,从而,从整体上说,数学就应该说成是‘模式的科学’。”现在,数学的研究领域和对象已不仅是数量关系和空间形式,而是数、机会、形状、算法和变化。数学的过程就是“抽象、符号变换和应用研究”。数学意义的发展应与时俱进地反映在高中数学课程标准之中。

课程标准认为数学这种“模式论”定义是近现代数学发展的必然。数学意义的新界定对高中学校“应当以模式的观念为核心来

组织数学教学,即应把帮助学生逐步建立与发展分析模式、应用模式、建构模式与鉴赏模式的能力作为数学教学的基本目标”,具有重要的指导作用。

## 二、数学及数学课程的价值

课程标准对数学的价值给予了概括性地、全面地、高度地评价,主要包括数学的基础性、工具性价值、应用价值和人文价值。

### 1. 数学的基础性、工具性价值和应用价值

数学的基础性、工具性和广泛应用性已被人们所公认。一切事物都离不开“数”和“形”,因此,数学就成为物理学、力学、化学、天文学、生物学等学科的基础,数学为它们提供了描述大自然的言语与探索大自然奥秘的工具。正如伟大科学家伽利略所说:“自然界这部伟大的书是用数学写成的。”从历史上看,众多的天文的、物理的重大发展无不与数学的进步相关,如牛顿的万有引力定律的发现是依赖于微积分,爱因斯坦的相对论则与黎曼几何及其他数学的发展有关。特别是微积分的诞生,开创了科学的新纪元。在此之前,人类基本上还处在农耕文明时期。“有了微积分,人类才有能力把握运动和过程,有了微积分,就有了工业革命,有了大工业生产,也就有了现代化的社会。航天飞机、宇宙飞船等现代化交通工具都是微积分的直接后果。”

数学不仅是自然科学的基础,而且也是一切重大技术革命的基础。在现代社会中,数学不仅对科学技术的进步仍然发挥着基础理论和基础应用的作用,而且已成为一种普遍适用的技术。与现代社会有密切联系的数学分支,如离散数学、概率论与数理统计、计算数学等正在飞速发展,在一些重大工农业生产的问题解决中,如齿轮设计、冷轧钢板的焊接、海堤安全高度的计算等方面,数学方法是非常有效且便利的方法。20世纪最伟大的技术成

就——电子计算机的发明与应用,使人类进入了信息时代。然而,无论是计算机的发明还是它的广泛使用,都是以数学为其基础的。1985年,美国国家研究委员会在一份报告中指出:“数学是推动计算机技术发展和促进这种技术在其他领域应用的基础学科。”美国总统科学顾问艾德华·大卫甚至说:“很少人认识到当今如此被广泛称颂的高技术在本质上是一种数学技术。”事实上,从医疗上的CT技术到中文印刷排版的自动化,从飞行器的模拟设计到指纹的识别,从石油勘探的数据处理到信息安全技术,无不是数学在其中起着十分重要的作用。

数学在经济理论研究以及经济、财政和金融活动中也有重要作用。用数学模型研究宏观经济与微观经济,用数学手段进行市场调查与预测、进行风险分析、指导金融投资等,已是世界各国的广泛行为。

数学的应用越来越广泛,社会科学和人文科学也离不开数学。连一些过去认为与数学无缘的领域,如考古学、语言学、心理学等现在已都成为数学能大显身手的领域。数学方法也深刻地影响着历史学的研究,能帮助历史学家作出更可靠、更令人信服的结论。艺术大师和科学巨匠达·芬奇不仅认为绘画科学的基础是数学,而且强调任何人类的探究活动也不能成为科学,除非这种活动通过数学表达方式和经过数学证明为自己开辟道路。这说明,“人类智力活动中未受到数学的影响而大为改观的领域已寥寥无几了”。在当今知识经济时代,数学正从幕后走向前台,它与计算机技术的结合在许多方面直接为社会创造价值,推动了社会生产的发展。

揭示数学的基础性、工具性和广泛应用性,可以大大拓展学生的知识领域,让其在掌握数学科学这一有力的工具来解决问题并为现实服务的时候,激发起对数学的兴趣,树立科学的世界观和方

法论;同时可使他们明确数学与社会进步的关系,充分认识到学好数学的重要性,从而焕发出学习数学的热情,增强掌握数学以推动社会进步的学习责任感与使命感。

## 2. 数学的人文价值

数学不仅具有重要的科学价值,而且具有丰富的人文价值,是人类文化的重要组成部分。

首先,“数学是人类认识自然的中介”。还在公元前6世纪,古希腊人就认为,自然界是被合理安排好了的,一切现象都是按一个精密的不可变的计划进行的。这个计划就是数学计划,世界是建立在数学原理之上的。到了17世纪,人们对数学与自然的关系就有了更深的认识。笛卡儿认为:“现实世界就是数学定律表现物体在时空中运动的总和,而整个宇宙则是一个以数学定律构成的庞大而协调的机器。”正是数学方法为人类开辟了一条获得自然规律的道路。伽利略认为,自然科学家在研究自然时应该遵循某个数学模型,“数学符号就是上帝用来书写自然这一伟大著作的统一语言,不了解这些文字就不可能懂得自然的统一语言,只有用数学概念和公式所表达的物理世界性质才可认识”。随着科学与数学的进一步发展,数学的推演与实际观测的吻合,使人们从信仰宗教转向信仰自然,坚信自然规律就是数学规律,一切注意力都集中在探索宇宙的数学规律上。巴雷特断言:“整个数学的历史证明数学理性与自然之间存在着相互联系。”数学仿佛是一种人与自然、人们的内心世界与周围外部世界之间的媒介物。培根认为:“对自然界的许多部分,如果没有数学的帮助与参与,则既不能以足够的技巧予以制造,也不能以充分的表白予以演示,也不能以足够的灵巧使之适于应用。”从古希腊到如今,人们一直在探索着数学与自然的关系。科学史的大量资料显示出数学的巨大力量。在人类的创造

中最强大的方法就是数学,数学使得我们对形形色色的自然现象取得确定的认识。数学是人类认识自然现象必不可少的中介。

随着对数学价值的深入认识,各国在 21 世纪的数学课程标准中,都极为重视数学与自然的关系作用,重视数学的应用,在确定数学作为认识自然、改造自然的中介地位的基础上,既考虑社会需要,更注重人的整体素质的培养,在对学生进行基本的数学知识、思维、推理、评价、联系、交流、问题解决教育的同时,尽可能选择当今社会中应用广泛的数学内容,如微积分、线性代数、概率统计、计算机等作为学习内容。课程标准也正是这样处理的。

其次,数学是人的发展的必要食粮。“数学与自然的特殊关系,使得数学成为人的发展中不可或缺的主要内容。”第一,数学不仅给人以应用的知识,更为重要的是数学是教给人如何运用数学看待世界、认识自然的方法。通过学习数学使人掌握宇宙发展的普遍规律,因此,数学对人的世界观的形成具有特殊作用。同时,数学“对形成良好的道德品质和确立正确的政治态度以及思想观点等方面”具有积极的作用和功能。如丰富的数学史料能够焕发学生民族自尊心和自豪感;数学的广泛应用能激发学生为社会主义现代化建设学好数学的热情和责任感。第二,“数学是思维的体操”,有助于人的思维能力和创新能力的培养。数学是思维的工具。“数学活动是人的大脑与数学对象相互作用并按科学思维规律认识数学规律的过程,通常称之为数学思维。”数学的学习和认识过程是一种再创造、重新发展的过程。通过观察、实验、归纳、模拟、猜想、验证等活动,概括抽象出数学概念、提出数学命题;通过建立数学模型、解决实际问题等活动,可对人的思维能力和创新能力进行全方位培养,可以极大地发展学生的数学思维,培养数学能力,形成良好的智力品质,从而完善学生的心理结构,并形成良好

的个性品质。

正是数学在人的发展中的这种特殊作用,使得现代教育普遍重视数学的思维价值。“各国把培养学生的思维能力放在数学课程目标的中心地位。其中包括逻辑思维能力与形象思维能力的培养,并通过解决问题来达到训练学生的数学思维”的目的;同时,“重视数学对于人的道德与个性品质的作用”。因此,课程标准特别强调指出:“数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展的过程中发挥着独特的、不可替代的作用。”

最后,“数学是人类文化的重要组成部分”。“数学是人类认识自然的中介,是自然科学的工具,是思想方法体系;数学是思维工具,数学活动是一种创造与发现活动;数学同时是一种艺术,因而,数学是人类文化的重要组成部分,它在创造、保存、传递、交流、发展人类文化中充当着重要角色,发挥着巨大作用。数学促进人类文化的不断进步,促进人类文化不断迈向更高阶段,数学精神是人类文化精神的最高代表。”数学文化作为一种基本的文化形式,是属于科学文化范畴的。“从系统论的观点看,数学文化可以表述为以数学科学为核心,以数学的思想、精神、方法、技术、理论等所辐射的相关文化领域为有机组成部分的一个具有强大功能的动态系统。”数学的文化价值体现在它是一种语言。“数学之所以如此有成效,之所以发展极为迅速,就是因为数学有特制的符号语言。”(莱布尼兹语)“数学能以其不可比拟、无法替代的语言(概念、公式、法则、定理、方程、模型、图像、理论等)对科学现象和规律进行精确而简单地表述。”数学的文化价值还体现在它是一种文字文化、量的文化和计算机文化。人类社会的生存方式因使用计算机而发生了根本性的变化,因而产生了一种崭新的文化形态,它体现为“计算机理论及其技术对自然科学、社会科学的广泛渗透表现的

丰富文化内涵:计算机的软硬件设备作为人类所创造的物质设备,丰富了人类文化的物质设备品种;计算机应用介入人类社会的方方面面,从中创造和形成的科学思想、科学方法、科学精神、价值标准等成为一种崭新的文化观念。计算机文化作为当今最具活力的一种崭新文化形态,加快了人类社会前进的步伐,其所产生的思想观念、所带来的物质基础条件以及计算机文化教育的普及有利于素质教育”。另外,数学的文化价值还体现在它是一种理性精神。数学的独特性质如“打开科学大门的钥匙”、“思维的工具”、“一种思想方法”、“理性的艺术”、“充满理性精神”等,使数学具有独特的文化价值,它的内容、思想、方法、精神和语言已广泛渗入人们的日常工作和生活中,影响着人们的思维方式;数学是人们生活、工作和学习必需的工具,它能促进人类文化的不断发展,促进人类文明不断进步,促进人类智能的不断传递与发展。数学素养是现代公民必备的素质。

课程标准从人类文化的层面定位高中数学课程,旨在强化数学文化的修养。而数学文化的修养往往比数学知识和技能本身在深层次上更能反映人才的质量。这就要求数学课程在传授数学知识和技能、提高人的认识、智能和提供应用工具的同时,加强数学文化的渗透和教育,担负起传递文化与发展文化的重任。

课程标准强调数学的基础工具性价值、广泛的应用价值和重要的文化价值,旨在对学生加强数学观念的培养。这也是课程改革与发展的国际趋势。事实上,当今发达国家都把培养正确的数学观念作为数学课程标准的重要组成部分。如美国力求让学生懂得数学的价值,并形成对获得数学能力的信心;英国注意引导学生欣赏数学美,形成对数学创造的鉴赏能力;法国重视数学的文化内容,通过历史背景的介绍让学生了解数学的继承性的统一性;原苏



联注意介绍数学思想方法的形成及学派争论,以及它们在认识现实世界中的作用等等。对数学的认识是课程标准的重要组成部分之一,体现了新时期培养数学人才的要求。课程标准对培养学生的数学观念的内容主要体现在:让学生了解数学的来源、数学的地位、数学与现实生活的联系、数学思维的特点、数学的趣味性和挑战性、数学的美和数学的力量等。数学观念的培养应渗透在数学教学的过程之中,并做到有目的、有计划、长期地、逐步地、有机地进行。

## 第二节 数学课程的地位

### 一、数学课程是高中课程中的一门主要课程

课程标准在界定数学学科本质意义和肯定数学及其课程的基础工具性价值、广泛的应用价值和重要人文价值的基础上,指出“高中数学课程是义务教育后普通高级中学的一门主要课程”,并强调了数学课程的重要作用及与其他课程的关系,从而确定了数学课程在高中课程中的重要地位。高中教育是继义务教育后的高层次的基础教育,数学是本学段一门主要的基础课程,它对学生的整体发展、长远发展以及当前学习其他课程具有奠基意义,对培养学生的抽象能力、推理能力、创新能力和辩证唯物主义世界观、方法论等都具有独特的作用。

### 二、高中数学课程对培养优秀人才具有独特功能

数学课程具有特别强大的育人功能。正如著名数学家克莱因评价所说:“数学是人类最高超的智力成就,也是人类心灵最独特的创作,音乐能激发或抚慰情怀,绘画能使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科学可改善物质生活,但数学能给予