

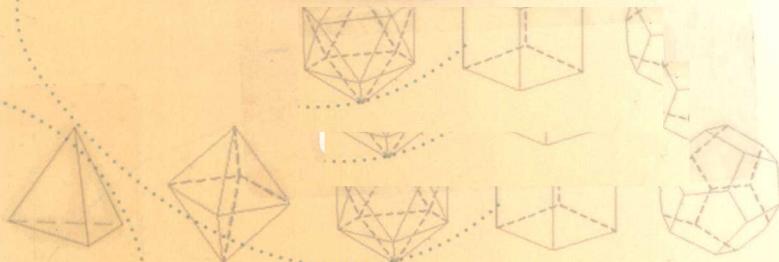
# 话说对称



梁昌洪 编著



开门见山说对称，关门观水不对称。  
为什么大自然是对称的，为什么三维空间最多只可能存在五种正多面体，为什么毛主席与物理学家李政道探讨对称问题……  
本书将让我们领略大自然无处不在的对称，从鸡兔同笼谈起，说说人类研究对称的脚步，共同探讨这个说不完的话题！



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 话 说 对 称

梁昌洪 编著

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

自人类文明开始,就认知对称是和谐、是美。对称的身影早已遍及我们生活的方方面面,它不仅是数学理论,而且是一种哲学思想。在青少年阶段或更早了解对称思想和概念,无疑对人生发展有着不可估量的影响。

本书图文并茂,说古论今,用通俗明白的道理,向广大读者讲述对称。从文化艺术到数理化等基础科学;从哲学到天、地、生;从宇宙到基本粒子;从工程、建筑再到力学、信息、电磁学等技术科学;从古代中国到古希腊的文化,等等。本书通篇没有讲多少微积分,力求读者容易理解。

另外,本书将辛数学与电路、网络结合在一起,赋予实际意义,在信息科技领域开辟出辛数学的方向,给青年一代新的指引。

本书适合具有中学及以上程度的青少年或成人阅读钻研,也是对称科学入门的一本很有价值的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

话说对称 / 梁昌洪编著 . —北京 : 科学出版社, 2010. 4

ISBN 978-7-03-026903-4

I . ①话… II . ①梁… III . ①对称群-普及读物 IV . ①  
0152. 1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 036682 号

责任编辑: 耿建业 杨然 / 责任校对: 郑金红

责任印制: 赵博 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2010 年 3 月第一 版 开本: 720×1000 1/16

2010 年 3 月第一次印刷 印张: 15 1/4

印数: 1—5 000 字数: 162 000

定价: 32.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换(双青))

# 序

我怀着很大兴趣读了梁昌洪教授的大作：《话说对称》。这确实是一本很好的科普著作，深入浅出，论题广泛，娓娓道来，引人入胜，从多方面、多角度讲述对称这个说不完的重要话题。

自人类文明开始，就认知对称是和谐、是美，所以对称也是一种哲学思想。自从盘古氏开天辟地就已经阴阳剖分，继而有伏羲演八卦直到周易，讲究的就是阴阳对偶的对称，“一阴一阳之谓道”，中华古典哲学充满着对称理念。

对称，人所共知。然而，对称绝非通常理解的那么简单。单纯从数学来说，可引用现代纯数学大师，1990年英国皇家学会会长阿蒂亚（M. F. Atiyah, 1929～）的文章：“数学存在的主要原因是它具有通过抽象过程将一个领域的思想转移到另一个领域的能力。……使数学保持完整与统一的主要砝码是发展更精致、更抽象的概念。……使大量特殊事实成为某种基本原理的不同表现。……这说明现在的少数几个关键学科如群论（对称性的研究）、拓扑学（连续性的研究）和概率论（随机事件的研究）为什么会处于统治地位”。这说明，现代数学家对于对称是何等重视。

但对称的意义绝不只是数学，它几乎与什么都有关系。从科学史来看，许多多少年解决不了的难题，往往是人们在对称性的认识上有了新的突破后得到圆满解决的。所谓“山重水复疑无路，柳暗花明又一村”，其实这句话本身就体现了对称。这些突破往往是由青年人给出的。例如，数学的伽罗瓦，物理的海森伯……该书都有所讲述。该书从古至今，从文化艺术到数、理、化等基础科学，从哲学到天、地、生，从宇宙到基本粒子，从工程、建筑到力学、信息、电磁学等技术科学，从古代中国文明到古希腊的文化等诸多方面，用通俗明白的道理，向广大读者讲述对

称。该书通篇没有讲多少微积分,力求读者容易理解。出版著作为的是将知识传送给他人,尤其是传递给青年后代,让读者容易理解是极其重要的。

创新是进步所不可或缺的。再引用阿蒂亚的文章:突出创新“需要本质上全新的概念,并要求完全改变早先的观念。一个典型的例子是伽罗瓦关于五次及高于五次的一般多项式的不可解性(即其根不可用平方根、立方根等表示)的工作。……伽罗瓦认识到这个问题的关键之处在于方程的5个解的对称性,从而证明了该问题是不可解的。于是他为有关对称性的一般理论奠定了基础(即群论),这是所有数学概念中最深刻、影响最深远的概念之一”。

创新又常常是非常艰辛的。太史公司马迁写道:“盖文王拘而演周易,仲尼厄而著春秋,屈原放逐乃赋离骚,左丘失明厥有国语,孙子膑足兵法修列,不韦迁蜀世传吕览,韩非囚秦说难孤愤,诗三百篇,大抵圣贤发愤之所为作也。”表明中国古代创新之难。创新者未必能飞黄腾达,而往往是艰难备至。创新的价值体现在推动社会进步。伽罗瓦的命运是悲惨的,但成就是辉煌的;如能忍耐一时,他的命运就完全不一样了。如果孔夫子如愿当了大官,那就没有后世的“万世师表”了。“艰难困苦,玉汝于成”,人类文明就是这样发展来的。当然也要争取创新最好的后果。创新要由有志气的人,尤其要由有坚韧不拔精神的青年人来完成。本书正可作为一个导引。创新需要打破常规,要有全新的思路,特别需要青年人的锐气和冲劲。世事可能并非一帆风顺,对于迂回曲折的道路也要有思想准备,不要让自己成为“愤青”。附录应当读读。

对称的数学学科就是群论。伽罗瓦的工作实际上开创了群论与近世代数(或抽象代数)。它已经渗透到整个现代数学(以及数学物理的绝大部分)之中。对称的重要性于此可见一斑。近世代数可分为两部分——可交换的和不可交换的。群的乘法是不可交换的,同样矩阵的乘法也是不可交换的。事实上,群的线性表示就是用矩阵表达的。所以该书讲述了许多矩阵表达的

内容,便于读者入门。

作者是有高深造诣的电磁学、微波领域专家,哪怕在担任校长时也坚持教学。作者专长于信号处理、滤波电路、网络理论等领域,这些领域是电子科技的重要基础,也是从学科交叉角度作出发挥的根源。作者钟爱基础知识,对于新事物敏感,在信息科技领域又开辟出辛数学的方向并写出该书,是给青年一代的指引。

1939年,大数学家外尔从动力学提出辛对称,已经70年了。但随后的数学表述艰深,实际意义表达不够清楚,使辛数学的应用受阻。中国大数学家华罗庚先生主张:所有高深的阳春白雪都应该“从天上抓到地下”。也就是说应该让辛数学走下神坛,平易近人,用大众熟悉的概念和语言来讲述。华罗庚先生提出人人可懂的0.618法推广优选法,做出了榜样。

该书将辛对称与电路、网络结合在一起,赋予实际意义,这大概是过去未曾有过的。将辛数学与广泛领域结合,发展辛的应用理论体系,对于青年人是一个非常好的机会。机会不是总等着你的,而是要抓紧的,不要轻易放过了。

该书在讲述科学发现时,提供了许多科学家简单的发明历史。我们通常看到的是这些大科学家的成功一面,而看不到其中的曲折与艰辛。他们各有自己的本性,而且都很努力、执著。最重要的因素是他们有自信,而社会也容忍这些曲折。因为年轻,他们的知识并不全面,也有很多东西不知道。通过交流、合作,补充了自己的不足,就达到了大成。如果失败,也就默默无闻,但至少也奋斗过了。这些科学历史,相信对于读者也是有益的。

作者是从电路网络角度观察辛矩阵群的;我是从力学的角度观察辛矩阵群的。从外部世界观察群,与纯数学的要求不一致。从纯数学来看,未免不够严密,不够充分,可以说出许多缺点。我们的数学水平总是不够的。纯数学希望抽象,要脱离具体问题讲群。然而过于抽象,离开了物理世界,读者就难以把握,“水至清则无鱼”。所以从入门的角度,基于具体问题是好

处的，况且辛对称本来是从物理世界的动力学提出的。

该书第十章讲了对称与不对称，这也是非常有哲学意义的。世界上绝对的完美是没有的。西方人认为上帝是万能的，但毕竟还有撒旦；太上老君也要面对通天教主；就是唐僧取回的真经，也要缺几页。这些均表明什么事情都不是绝对完美的。易经第一卦是乾，但到达乾卦的顶峰上九爻，就是“亢龙有悔”了。中华哲学讲究辩证法，而绝对化则是形而上学的。

20世纪初，发生过两次物理危机，催生了爱因斯坦的相对论以及许多物理大师的量子力学。数学大师冯·诺依曼(J. von Neumann)，人称“计算机之父”，在经历了数学严格性的大讨论后，著文提出：“第三次危机出现在数学领域。这是一次极为严重的概念危机，讨论的是严格性及如何给出正确数学证明的方式”，他认为：“现代数学中的一些最好的灵感，很明显地起源于自然科学”；又提出“数学来源于经验”是“比较接近于事实真相”的看法。他在论述数学分析的发展时说：“在牛顿之后的一百五十多年里，唯一有的只是一个不精确的、半物理的描述！然而与这种不精确的、数学上不充分的背景形成对照的是，数学分析中的某些最重要的进展却发生在这段时间！这一时期数学上的一些领军人物，如欧拉，在学术上显然并不严密；而其他人，总的来说与高斯或雅可比差不多。当时数学分析发展的混乱与模糊无以复加，并且它与经验的关系当然也不符合我们今天的（或欧几里得的）抽象与严密的概念。但是，没有哪一位数学家会把它排除在数学发展的历史长卷之外，这一时期产生的数学是曾经有过的第一流的数学！”“大多数数学家决定，无论如何还是要使用这个系统。毕竟古典数学正产生着既优美又实用的结果，……它至少是建立在如同电子存在一样坚实的基础上的。因此，如果一个人愿意承认科学，那他就会同样承认古典数学。”“反正数学界对于其研究课题的实际经验并不支持存在先验的数学严密性这一假定。”

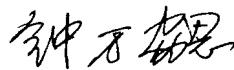
对此，我的领会是：世界上还有什么比数学更理性的呢，居然连数学都没有绝对性！中华哲学讲辩证法的对立统一性，高

## 序

明！而形而上学则是讲绝对的。附录 A 讲到大数学家外尔因为过分执著于对称的绝对性，放弃了自己建立的正确理论。后来成就了李政道与杨振宁。过于绝对，小心会“亢龙有悔”的。

中国的科技比世界先进有差距，特别需要创新。这使我想到了“行成于思，毁于随”的格言。中国要学习先进科技，但不可总是随。“独立自主，自力更生”是根本的道路。中国人特别不可忘记，人家对我们是有“禁运”壁垒的。要创新，就要“反客为主”，自己干。要相信中国人自己会干好的，要有信心！

该书对青少年朋友很有启发性。我学习后也很有启发，故为之作序。



2010 年 1 月 1 日

# 目 录

## 序

<b>第一章 对称</b>	1
1. 1 大自然是“对称”的	2
1. 2 对称就是美	4
1. 3 对称意味简单	8
1. 4 对称反映和谐	9
1. 5 对称表示平衡	13
1. 6 对称是不变性	15
1. 7 对称是广义惯性	18
1. 8 人类追求对称	20
1. 8. 1 法拉第追求对称	20
1. 8. 2 德布罗意追求对称	21
1. 9 对称与病毒	22
1. 10 对称还是对称	24
<b>第二章 从行列式到矩阵</b>	25
2. 1 行列式和矩阵是对称的“科学语言”	25
2. 2 从鸡兔同笼谈起	25
2. 3 行列式	28
2. 4 矩阵	32
2. 5 行列式和矩阵	35
2. 6 矩阵与坐标变换	39
2. 6. 1 恒等变换	39
2. 6. 2 平移变换	40
2. 6. 3 旋转变换	40
2. 6. 4 镜像变换	41

<b>第三章 从电路到网络</b>	44
3.1 欧姆(Ohm)定律, 电路	44
3.2 传输线网络[ $A$ ]	48
3.3 阻抗网络[ $Z$ ]	54
<b>第四章 辛对称</b>	58
4.1 从对称性谈起	58
4.2 网络对称	61
4.2.1 网络几何特性	61
4.2.2 网络介质特性	65
4.3 $J$ 对称算子	67
4.4 辛数学辛对称	68
4.5 弹簧问题的辛对称	72
4.5.1 位移法	73
4.5.2 混合边界条件法	74
4.6 力学的电网络对比	75
<b>第五章 辛内积</b>	77
5.1 从向量谈起	77
5.2 向量内积	80
5.3 辛内积	84
5.3.1 正交矩阵与辛矩阵中状态向量	84
5.3.2 辛内积定义	86
5.3.3 辛内积的不变性	86
5.3.4 辛正交	87
<b>第六章 能量二次型</b>	89
6.1 二次型	89
6.2 从椭圆方程谈起	89
6.3 椭圆长半轴 $a$ 和短半轴 $b$	92
6.4 本征值问题	94
6.5 偶模激励和奇模激励	102
<b>第七章 复杂辛对称</b>	104
7.1 高维电网络辛对称	104

# 目 录

7.1.1 广义串联阻抗网络 [ $Z_a$ ] .....	105
7.1.2 广义并联导纳网络 [ $Y_{ab}$ ] .....	106
7.1.3 T形网络 .....	107
7.1.4 一般条件 .....	107
7.2 两根串联弹簧问题 .....	108
7.3 漸变传输线问题 .....	113
<b>第八章 对称和群</b> .....	115
8.1 代数对称 .....	115
8.2 几何对称 .....	125
8.2.1 平面上的对称 .....	126
8.2.2 空间中的对称 .....	127
8.2.3 正多边形对称 .....	131
8.2.4 正多面体对称 .....	138
8.3 群 .....	143
8.4 晶体 .....	144
<b>第九章 对称与物理学</b> .....	146
9.1 从方程到不等式 .....	146
9.2 几何总是物理的“老师” .....	158
9.3 物理中的对称性 .....	160
<b>第十章 从对称到不对称</b> .....	165
10.1 不对称创造多彩世界 .....	165
10.2 对称之中有点破缺更美 .....	167
10.3 对称与不对称 .....	169
10.4 观察量破坏对称性 .....	170
10.5 宇称不守恒 .....	172
10.6 对称性支配相互作用, 相互作用产生不对称性 .....	174
10.7 水与不对称性 .....	175
<b>参考文献</b> .....	178
<b>附录 A 外尔和《对称》</b> .....	180
A.1 希尔伯特的全才继承人 .....	181

# 话说对称

A. 2 听音辨鼓 .....	182
A. 3 对称研究的高峰 .....	184
A. 4 规范理论的先驱 .....	187
<b>附录 B 杨振宁：对称与不对称 .....</b>	<b>190</b>
B. 1 杨振宁的 Taste 和风格 .....	190
B. 2 杨-米尔斯规范 .....	192
B. 3 Yang-Baxter 方程 .....	197
B. 4 宇称不守恒 .....	198
<b>附录 C 冯康和辛对称 .....</b>	<b>202</b>
C. 1 来自实践的冯康数学 .....	203
C. 2 独创有限元法 .....	204
C. 3 开拓辛几何 .....	206
C. 4 人运即国运 .....	208
<b>附录 D 矩阵的故事 .....</b>	<b>209</b>
<b>附录 E 牛顿力学与开普勒定律 .....</b>	<b>223</b>
E. 1 预备知识 .....	223
E. 1. 1 极坐标表示 .....	223
E. 1. 2 守恒定律 .....	226
E. 2 证明开普勒第二定律 .....	227
E. 3 证明开普勒第一定律 .....	228
E. 4 证明开普勒第三定律 .....	230

## ◎第一章 对称

开门见山说对称。图 1-1 所给出的就是古代画家弘人山水画的对称化。

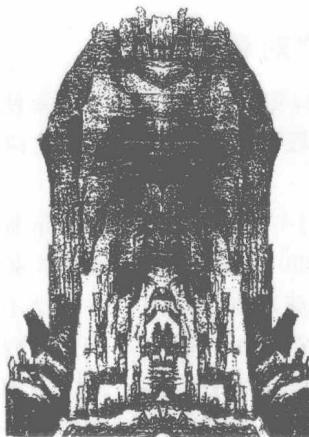


图 1-1 山水画的对称化

对称最简单,但对称最复杂;  
对称概念最古老,但对称理论最现代;  
对称非常重要,但对称很难说清;  
对称很抽象,但对称最具体。

这些判断似乎充满着矛盾,而它又是铁的事实。

1974 年 5 月 30 日,毛泽东主席接见著名物理学家李政道,所问的第一个问题出人意料——

“为什么对称是重要的?”

作为一位政治领袖,他所关心的当然不仅仅是物理学中的对称,而应该是更进一步的社会乃至哲学。不过毛泽东确实抓到了“蛇的七寸——要害”。

对称这一个概念,我们每个人几乎是司空见惯,不以为然。但是,仔细静下来想一想,为什么对称是重要的呢?要回答这个问题绝非易事。在本书的开头,我们想先引用杨振宁博士的一段话作为启示:“今天,人们已经普遍接受这样一个信条:自然界所有的基本力都是由一些对称原理产生的;这也就是说:‘对称性支配相互作用’。”

### 1.1 大自然是“对称”的

自有人类以来,我们肩负的一个重要使命就是认识世界。杨振宁博士上面一段话最简练的归纳就是:对称构成世界,对称构成大自然。

从图 1-2 到图 1-5,我们不用作很多解释就可以看出:自然界是对称的。在 1890 年左右,由俄国科学家费得洛夫(Fedrov)和德国科学家舍恩弗利斯(Schoenflies)沿不同路径艰苦思索,终于创新地提出了空间群的概念,这个概念抓住了物质晶体空间对称性的实质。他们证明了:在二维(平面)空间,共有 17 种不同的群(图 1-5);而在三维(立体)空间,则有 230 种不同的空间群。任何一种晶体都对应其中一个空间群,它们的许多物理性质均可由它们从属的空间群来确定。



图 1-2 蝴蝶的对称翅膀

概括起来,大自然是对称的实际上包含两层含义:一是大自

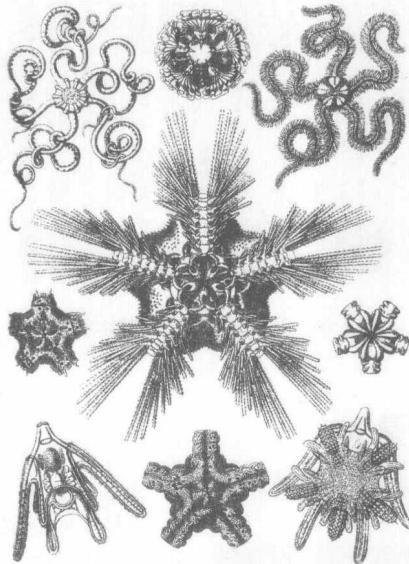


图 1-3 生物形态对称图

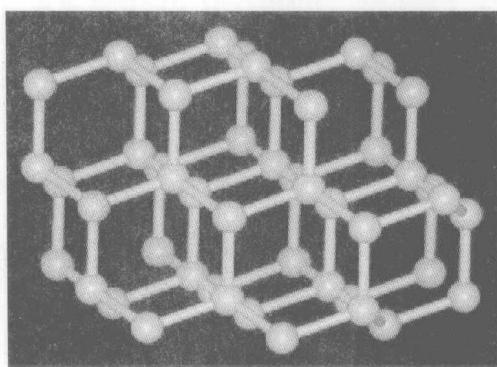


图 1-4 晶体的原子排列是对称的

然中很多事物、很多现象都显现出对称性,如图 1-2~图 1-4 所见;二是更重要的——支配大自然的规律是对称的,这一点我们将在此后研究。

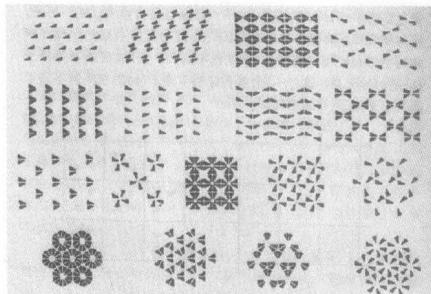


图 1-5 二维空间的 17 种不同群

## 1.2 对称就是美

美是人类创新活动的原动力之一。

从某种意义上讲，创新就是发现美。著名雕刻家罗丹深有感慨地说：“生活中并不缺少美，而是缺少美的发现。”

大自然中的对称性极大地影响着人类，极大地刺激着人类。他们迸发出来的灵感创造出无数的“人造”对称。如果说大自然的对称是“江山如画”，那么人类要用自己的双手和智慧奉献出更美的对称——“画如江山”，如图1-6~图1-8所示。

对称概念如人类文明一样古老,当我们欣赏前面这些图的时候,如果提醒读者:商代距今已 3200 多年,那么年轻学子一定会发出由衷的感



图 1-6 陕西商代青铜器——提梁



图 1-7 陕西出土青铜器——兽面饰

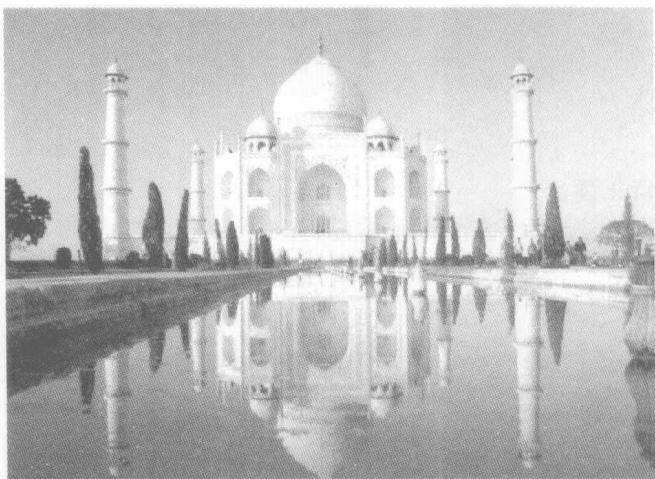


图 1-8 泰姬陵

慨,古人类确实太聪明了!

再让我们观察古代人类的文化,又会发出更大的惊讶。宋代大诗人苏东坡(1036~1101)写过一首诗,它由八个竖行组成,构成七律,是一首既可正读,又可倒读极为少见的回文诗,如