

# 结 工 程 师

1  
1986  
(总第二期)

## 目 录

### · 设计方法研究 ·

- 上海的多孔楼板标准设计.....沁 中(1)  
高层建筑垂直构件间的差异变形.....江欢成(6)  
柱下桩基承台的抗弯强度计算.....蒋大骅 沈景华(11)  
十字交叉条形基础的优化设计.....胡新舜 柯 英(19)  
T形及L形截面双向偏压构件的强度计算.....王 炜(24)  
小雁塔宾馆高层建筑剪力墙-箱基-地基共同作用的分  
析.....董建国 钱宇平 赵锡宏(31)  
高层房屋结构设计——考虑柱子长度的变化.....周振毅译(37)

### · 结构分析 ·

- 模糊数学在结构可靠性分析中应用引论.....余安东 姚治平(41)  
钢压弯构件弯曲稳定验算的实用相关公式.....沈祖炎 陈以一(47)  
弹性支承连续梁法计算桥梁横向分布.....杜国华 司徒妙龄(52)  
钢筋混凝土重力式平台的静力分析.....胡瑞华 翁秀玲(57)

### · 工程抗震与抗风 ·

- 上海黄浦江大桥结合梁斜张桥方案的全过程三维颤振  
分析.....项海帆 谢霁明(61)

### · 工程介绍 ·

- 上海铁路新客站工程概况.....阴士良 王振雄 袁德清(68)  
近年来国外网状空间结构的发展——第三届国际空间结  
构会议评述.....胡学仁(72)  
南通电视塔介绍.....秦惠纪(78)

### · 书评 ·

- 评《结构风压和风振计算》.....朱振德(80)

### · 简讯 ·

- 国际会议简讯.....(封三)

封面：南通电视塔

封底：南斯拉夫体育场看台顶盖及网状结构的节点

编 辑 《结构工程师》编辑部  
(同济大学出版社内)

主 编 蒋大骅

常务编委 王溥 许惟阳 余安东 李治凡  
陈寿华 林元培 项海帆 张相庭  
侯学渊

责任编辑 司徒妙龄 方芳 周振毅

主 办 同济大学、中国桥梁及结构工程学会、上海市土  
木工程学会、上海市建筑学会、上海市力学学会

出 版 同济大学出版社

(上海四平路1239号)

印 刷 常熟赵市印刷厂排、印、订(正文)  
上海市印刷一厂(封面)

发 行 新华书店上海发行所

上海市报刊登记证第428号

1986年8月出版

定价 0.75元

# 上海的多孔楼板标准设计

(华东建筑设计院)

## 中 沁

本文介绍上海的多孔楼板标准图设计的工作过程。其目的一方面是介绍设计意图，并作一些技术上的说明；另一方面是想说明：即使象这样一块非常普通的楼板构件，假如我们能深入探索，同样会有很多问题需要化功夫去处理解决的。其中既有技术问题，又有经济问题，还有政策方针方面的问题。通过这个介绍，希望能够说明，从事标准设计决不是无所作为的，而是一种大有可为的十分有意义的工作。

### 一、楼板构件要系列化

一个地区的建筑标准构件应该早一点制订一个全面规划。每一类构件要有一个系列化的规格类型，以适应多种建筑的需要，既要做到经济合理，又要尽可能减少规格类型，以方便工业化生产。

上海早先为了建设大量住宅的需要，选择了95 mm厚的多孔板作为住宅楼板的定型构件，制品厂制备了大量钢模，为3.30m开间的住宅供应了大批楼板。但是多孔楼板除了适用于住宅外，还要为其它多种建筑服务，由于其他建筑的楼板跨度和荷重都比较大，即使是住宅建筑楼板的跨度也需要向3.60、3.90 m、甚至更大的跨度发展，原来95 mm厚的多孔板已无法满足建设的需要了。楼板要加厚是肯定无疑的，但是加厚多少，加厚后原来的95 mm厚楼板是否要取消，众说纷纭，一时定不下来。为了提高楼板的承载能力，于是出现了在板缝中增加配筋或加厚整筑层与楼板起共同作用等做法，这无论对设计或施工制作都带来困难。后来曾制作过的150 mm厚多孔板，虽然比95 mm多孔板扩大了使用范围，但终因荷载和跨度与其它楼板不相衔接和不相配套而无法满足建设的需要。

经过两、三年的酝酿，上海决定对楼板构件作一全面考虑，制订一个系列化的规划，使这一套系列化的楼板能满足绝大部分建设的需要。其中既包括量大面广的住宅，也包括大批的多层办公楼、医院、学校等公共建筑，工业辅助建筑以及多层厂房所需要的多种荷重和多种跨度的楼板。目标确定后，首先要决定的是楼

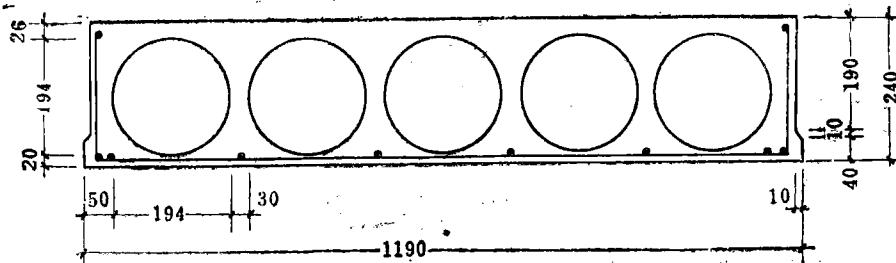
板厚度的系列。众所周知，一种荷重和一种跨度总有一个最优化的板厚。虽然荷重和跨度是千变万化的，但总不能把板厚也来一个门类俱全，这样就谈不上标准化了。选择时应该以量大面广的使用对象为主，挑选一个或几个比较优化的断面，同时兼顾在其它条件下也有使用的可能性，能与上下左右的构件相互衔接。

我们首先考虑了上海有大量的多层厂房，需要提供一种荷重在500~1500 kgf/m<sup>2</sup>范围内的多孔楼板。它的跨度多数是6 m。根据这个要求，结合上海预应力钢材的供应条件，选定了240 mm作为板厚的最大一档尺寸。

其次再考虑更为大量应用的住宅楼板，其荷重和跨度较其它建筑为小，3.30m开间的住宅，用100 mm厚的楼板还是可以的，但是它既不能满足较大开间住宅楼板的需要，更不能适用于有较大开间和较大荷重的其它建筑。为了使楼板的厚度具有较大的适应性，我们选择了120 mm作为多孔楼板厚的最小一档尺寸。为了把板的厚度从

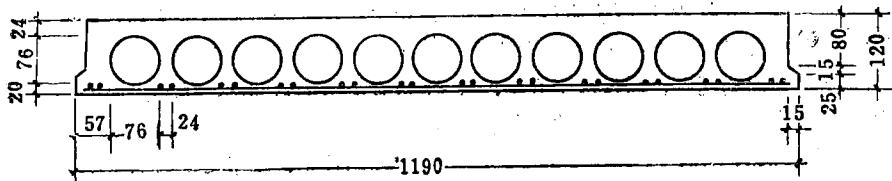
95 mm 改为 120 mm，曾遭到很多阻力。有人认为，95 mm 厚的楼板用于面广量大的3.30 m开间的住宅既然可以满足要求，何必改为120 mm厚。加厚后要多用混凝土，并不合算。事实上为了保证制作质量，多孔楼板的保护层厚度和肋宽都有一个最小的限值。因此厚度小的多孔楼板其空隙率不易提高，空心板的优越性不易显示。95 mm 多孔板的孔洞偏小，肋宽也偏小，质量不易控制，超重严重，不能真正达到节约混凝土的预期效果。如欲保证质量，95 mm 多孔板的折算厚度大约要做到66 mm才行。与120 mm厚的多孔板相比，其折算厚度仅相差9 mm。若混凝土按40元/m<sup>3</sup>计，每m<sup>2</sup>楼板面积仅增0.36元。但120 mm厚板的钢筋可比95 mm板节省1.36~1.44 kg/m<sup>2</sup>，若钢筋以0.7元/kg计，可减少造价0.95~1.01元/m<sup>2</sup>。两者相抵，可净减0.59~0.65元/m<sup>2</sup>，这说明120 mm厚的多孔板不仅扩大了使用范围，而且经济效益也比95 mm 多孔板好，节约钢材的效益更值得重视。因此决定选用120 mm板，废除了95 mm板。





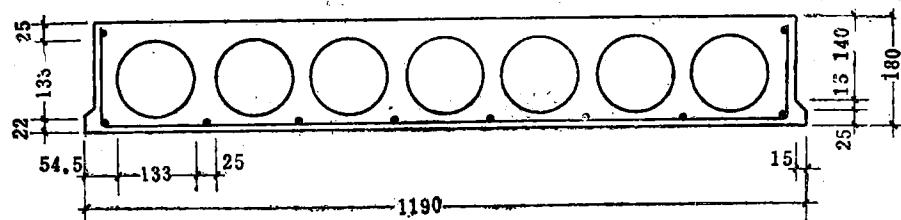
240 预应力多孔板 YKB-AXX-1~8

摘自上海市结构构件通用图集《沪G 301》



120 预应力多孔板 YKB-12-XX-2

摘自上海市结构构件通用图集《沪G 303》



180 预应力多孔板 YKB-乙XX-7~9

摘自上海市结构构件通用图集《沪G 302》

图1 三种预应力多孔板剖面示意图

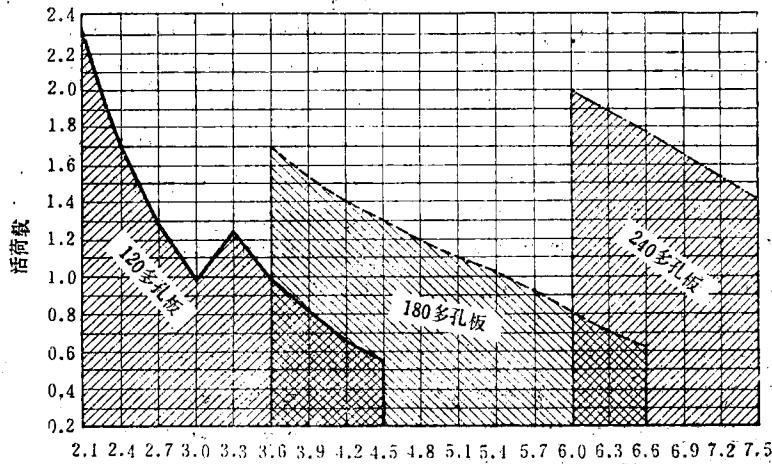


图2 三种多孔板的跨度和荷载范围图

三种多孔板的宽度和配筋表

多孔板厚(mm)	板 宽 规 格 (mm)	配 筋 用 料 (mm)
120	400、500、800、900、1200、1500	$\phi^b 4$ 、 $\phi^b 5$
180	450、600、750、900、1200、1500	$\phi^b 4$ 、 $\phi^b 5$ 、 $\Phi L 10$ 、 $\Phi L 12$ 、 $\Phi L 14$
240	528、750、1200	$\Phi L 14$ 、 $\Phi L 16$ 、 $\Phi L 18$ 、 $\Phi L 20$ 、 $\Phi L 10$ 、 $\Phi L 12$ 、 $\Phi L 14$ 、 $\Phi L 16$

为了满足中间跨度和荷重的需要，我们又增加了一种180 mm厚度的多孔板。三种厚度，它们的级差都是60 mm，每种厚度的板各自都有几种不同的配筋，各自在一定的范围内适用于不同的跨度和荷重，成为一个比较完整的系列。在每种厚度之间它们的跨度和荷重还有一定的搭接，便于选用。三种多孔板的宽度和配筋见上表，剖面示意图见图1，跨度和荷重范围见图2（荷载单位：tf/m<sup>2</sup>）。从图中可看出，有了这三种多孔板，上海地区绝大部分建筑所需的楼板或屋面板都可满足了。

## 二、设计断面时考虑的几个问题

### 1. 圆孔直径

圆孔直径应尽可能做得大些，以节约混凝土量。但直径大小又受圆孔上下混凝土最小厚度的制约。一般孔下部最薄处不宜小于20 mm，再小就不能满足钢筋保护层的要求。多孔板混凝土的石子粒径最好采用5~20 mm的级配，太小了要增加水泥用量，太大了不易浇捣密实。所以板底厚度不宜小于20 mm，这样保护层的净厚度可有13 mm，较最新的防火要求规定尚嫌小了些，必要时，只能利用粉刷增加其保护层厚度。板面最薄处的厚度最好控制在20~25 mm范围内，太小了抽管时混凝土容易坍陷；采用坍落度小的混凝土是必要的，但过干的混凝土要增加振捣时间，所以制品厂一般希望圆孔孔径做得小些。据说全国120 mm多孔板的圆孔直径已定为80 mm。上海标准图采用76 mm。当然板面厚度与板的总高度也有关系，一般而言，高度低的厚度可稍小些，高的则应稍大些。

### 2. 助的宽度

决定肋的宽度，有两个问题要考虑：其一，最小肋宽同样受石子粒径的限制。肋宽以25 mm左右为宜，至少应比20 mm略大些。需要承受较大荷重的板还要考虑有足够的抗剪能力，选取25~30 mm为宜。过去由于片面节约，肋宽定得过小，石子下不去，卡住后中部断掉，抗剪能力大大削弱，肋的中部质量如何又无法检查，这个问题必须重视。其二，过去为了使板的总

宽度凑成整数，对同一厚度的多孔板，根据板宽不同而设计不同的肋宽。这种做法对制作带来很大不利。对于用钢模生产的板，由于不同宽度的板的肋宽不一样，使端头钢模留孔位置无法固定，一块钢模就不能生产不同宽度的板。对长线台座生产的板，同样存在一套设备不能生产不同宽度板的缺点。

### 3. 边肋宽度和形式

边肋宽度一般应大于中肋宽度。特别在长线台座上用拉模生产的板，由于侧模模板拉动时容易将边肋碰坏，更需要有一个比较厚实的边肋，一般应在40~50 mm之间。为了使整板宽度凑成整数，不同宽度板的边肋宽度可以不同。

多孔板的边肋外侧一般有企口、台阶和斜面三种形式。过去认为要使相邻各板能共同作用，板缝必须做成企口形。但这种外形对制作带来一定困难，企口外形质量不易保证，特别是采用台座拉模生产时，由于场地不够平整，拉模移动时难免上下跳动，容易将企口以上悬挑部分的混凝土挤坏。通过试验，发现企口、台阶和斜面外侧的板通过灌缝后，相邻的板同样能起共同作用，效果相差不大。关键是要保证灌缝能密实。上海120 mm多孔板标准图的板外侧是做成台阶形的。板的总宽度的构造尺寸比标志尺寸减去10 mm，台阶宽10 mm，这样可保证台阶以上有30 mm宽的灌缝，台阶下部空隙10 mm，灌缝时可以不必在下面托板，这样既能保证灌缝质量，又方便施工。但制品厂至今还喜欢将边肋外形做成斜面，因为斜面外形对侧模加工比较方便。但在实践中斜面外形往往不易保证质量。特别是模板使用日子长了，又不注意保养校正，斜面变成了直面，铺板时又不注意控制一定的板缝宽度，有时过小，混凝土根本灌不进，结果形成空缝，削弱了楼面的整体作用。加工厂为了使灌缝有足够的宽度，往往把板的构造宽度比标志宽度减去20 mm，造成板缝下口过宽，施工时必须在下面吊托板。土建施工单位对这种板形已提出意见，要求改进。台阶形的边肋和企口不一样，在边肋模板凸出部分上部没有挑出的混凝土，台座地坪即使稍有不平，也不会损坏边肋的台阶。所以还是以采用台阶的外形为好，对保证质量和

方便施工都有好处，模板制作也不困难。

#### 4. 整板的宽度

多孔板的整板宽度是由几个孔径、几个中肋和两个边肋组成的。根据上述原则选用的孔径、中肋和边肋加起来的整板宽不一定都能凑成整数。我们设计的120 mm 多孔板选用的孔径是 76 mm，中肋宽度是 24 mm，加起来恰巧是 100 mm，每增加一个孔，板宽就增加 100 mm。两个边肋加一个孔径是 190 mm，组成的整板都可凑成 1 模的倍数减去 10 mm，即 590、890、1290 等，比较理想。180 mm 多孔板的孔径是 133 mm，中肋 25 mm，加起来是 158 mm，不是 1 模的倍数，为了使组成的整板宽凑成 1 模的倍数，不得不改变边肋的宽度，从 46.5 mm 到 74.5 mm，组成的整板宽度有 1490、1190、890、740、590 和 440 mm 等。这样做虽然取得楼面排板时的方便，但是边肋过宽，会降低多孔板的空隙率，多用材料。既要做到断面经济，又要使各种板宽都能符合 1 模或半模的整倍数是不容易做到的。一般只能保证最常用宽度的板取得最经济的断面。如 240 mm 多孔板做了三种宽度，一种 1190 mm，一种 740 mm，孔径都是 194 mm，中肋宽都是 30 mm，边肋宽分别为 50 mm 和 49 mm，都比较合适。为了满足排板凑数的需要又添了一种两孔的板，边肋为 50 mm，整板宽是 518 mm，这个宽板不符模数，排板时只能靠调整灌缝宽度来凑足整数尺寸了。

#### 5. 配筋选择

为了适应各种不同跨度和不同荷重的需要，一种板的肋中配筋需有几种根数，有时还需要用几种直径甚至几种钢种。如 240 mm 多孔板，为了适应各地钢材供应条件，就用了 I 级和 II 级两种钢种，每种钢种有四档断面。对 180 mm 多孔板，用了冷拔钢丝和冷拉 I 级两种钢种，钢丝有  $\phi^4$  和  $\phi^5$  两种直径，每一肋中钢丝又有三种根数；冷拉 I 级钢有  $\Phi^16$ 、 $\Phi^12$  和  $\Phi^14$  三种直径。120 多孔板原先应施工单位的要求，只用了  $\phi^4$  一种直径的钢丝，每肋中从一根到四根。长期来施工单位不愿生产每肋四根钢丝的板的主要原因是用了四根钢丝，保护层就小了，钢丝排列过密也不利于浇捣密实。如用两根钢丝合拼在一起排列，端头板开洞形式又不统一。由于这一档配筋不生产，大大影响了使用要求。现在打算改以  $3\phi^5$  替代  $4\phi^4$ ，对扩大使用大有好处。图 2 中 120 mm 板的使用范围已考虑了用  $3\phi^5$  替代  $4\phi^4$  的因素。这个改变还有一个好处是，端模板上每肋预留三个洞，可以放一根、二根或三根  $\phi^4$ ，也可以放  $3\phi^5$ ，钢丝位置都与肋对称，一种

端模可通用多种配筋，制品厂表示欢迎。冷拔低碳钢丝有 I 组和 II 组之分，由于目前钢材来自各地，材质难以保证，且冷拔工艺也不统一，不易达到 I 组强度指标，所以标准图一律按 II 组钢的强度设计。

### 三、设计计算中的探索

#### 1. 多孔板的抗剪强度计算

多孔板的肋部断面呈中间一点小，上下弧形放大的形状。在计算肋的抗剪强度时，它的计算宽度应如何取值是一个有争议的问题。经查国内外资料，有用最小肋宽作为计算宽度的，也有用实心部分断面面积折算成矩形断面的宽度计算的，也有用等惯性矩折算成矩形断面的宽度计算的，但都没有说明作这些假定的依据，长期来成为一个悬案。为了弄清圆孔板的抗剪能力，我们特地做了一百多根与圆孔板的肋部外形相同的单肋进行试验。有不同肋宽、配筋、不同剪跨比荷载和不同预应力值等多种形式；还做了七个整板试验，取得了大量数据。证明预应力圆孔板的抗剪强度按最小肋宽计算是不符合实际受力情况的，是偏于保守的。其斜截面破坏时的剪力比用主拉应力公式求得的斜截面开裂时的剪力强度还大 10%。它的实际抗剪能力与混凝土标号、钢筋品种和配筋率、预应力的大小、截面形状和尺寸以及剪跨比等因素都有关系。从大量试验结果可知，一般可按最小肋宽乘以 1.6 至 1.9 增大系数进行计算。从而大大提高了预应力圆孔板的承载能力。

#### 2. 多孔板和集中隔墙荷载

住宅楼板上经常有集中的隔墙荷载，很多隔墙是顺板孔方向布置的，有时还偏于板的一侧。长期来，一般都认为预应力多孔板各肋之间在横向仅靠板面和板底的薄板相连，又无横向分布的钢筋，因此不能承受偏于一侧的隔墙荷载，否则会导致纵向开裂，裂成多根不相连接的肋条。所以长期来都用实心楼板来承受隔墙荷载，有的还用非预应力钢筋。大家知道，用非预应力配筋的薄型楼板，当有较大荷载时，为了控制变型，钢筋用量就要大大增加。为了弄清多孔板到底能否作为局部承受隔墙荷载的楼板这个问题，先把预应力多孔板当作无筋混凝土板，验算 120 mm 多孔板上部最薄处板厚的抗剪能力，验算结果是很富裕的，这说明多孔板上的局部荷载是可以通过混凝土的抗剪强度使荷载传到整个板上去的。又根据各种隔墙荷载的不利组合，做了一系列试验，也证实多孔板依靠板圆孔上部的混凝土有足够的横向传递荷载的能力。试验中当荷载布置在板的一侧时，整板横向各点的挠度很接近；也

说明可起整体作用。从而肯定了可以用预应力多孔板代替实心板来承受隔墙荷载。这样不但能节约混凝土35%，而且与非预应力配筋板相比，节约钢材可达68%。另外，用多孔板代替实心板，还可以减少构件的类型，减少墙和基础的荷载。

### 3. 带悬挑阳台模板的配筋设计

住宅建筑的外挑阳台有多种结构形式，上海采用的是将悬挑部分与室内楼板结合成一个整板的方案（图3）。这种方案的优点是构件吊次数少；没有二次浇捣，安装方便；可以加快施工进度。具有一定吊装力量的工地很欢迎这样做。这种阳台板室内外各宽1.2 m，室外部分板厚90 mm，室内部分板厚120 mm，是一块变断面的板。它的支承条件也很复杂：起吊时是四点支承，四边还带悬挑；使用时是一半板悬挑在外，里面是两端支承，中间纵向有宽过梁起弹性支承作用；还要考虑施工过程中宽过梁与板安装不密实，一时不能形成理想的支承条件等等。我们组织了力量对这个问题进行了大量工作。首先是根据阳台板在制作、运

输、吊装、施工和使用各阶段的受力情况，找出最不利的几种荷载组合。接着用两种电算程序进行核对：一种是用“多功能组合结构通用程序”，板用三角形弹性薄板单元，梁用空间梁单元，以三维有限元进行分析；一种是用SAP-5程序，以矩形单元作三维分析。验证表明电算结果可靠，从而弄清了板在各种荷载组合下的应力分布情况，合理地完成了配筋设计。为了证实设计是否符合实际，又分批作了五块整板在各种荷载作用下的全面测试（直至破坏），证明配筋设计安全可靠。以后又经过在一批工程上试制试用，无论在制作、运输、安装中，还是在使用上情况都很正常。

通过这次试验研究，不但弄清了许多计算上的问题，还由于有了较为精确的计算结果，该加强的加强，该节约的节约，使板中配筋做到物尽其用。与过去的设计相比，每块板可以净省钢筋50 kg左右，约合每m<sup>2</sup>建筑面积（住宅）节约1 kg·钢筋。若以上海每年建造500万m<sup>2</sup>住宅为计，则一年即可节约钢材5000 t，经济效果是十分显著的。

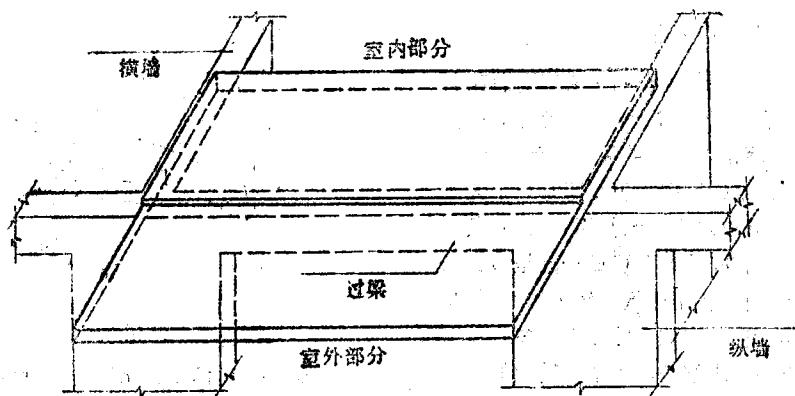


图3 阳台板布置图

（上接18页）

承台的抗弯强度计算。同济大学情报站 1984; 10

[7] 陈健、赵慰生。桩基承台合理计算方法的探讨。工业建筑 1983; 12

[8] 中国石化总公司洛阳设计研究院、郑州工学院。桩基承台试验研究报告之一、三。1984

[9] 小幡守、大筑和夫。铅直荷重を受ける杭支持独立 フーチレグの終局耐力に関する研究 I、II。日本建筑学会论文报告集第289号·昭和55

- [10] 沈景华。桩基承台的弹性分析及塑性分析。同济大学85届研究生毕业论文。1985
- [11] 广东省建筑设计院。桩台的试验研究。1965
- [12] 国家建委建筑科学研究院、江汉石油管理局荆门炼油厂设计研究所。爆扩短桩和桩台受力性能的研究及计算。1972
- [13] 工业与民用建筑灌注桩基础设计与施工规程（JGJ-4-80）。中国建筑工业出版社。1980
- [14] 广东省建筑设计院等。广东省高层建筑地基基础调查报告。建筑结构学报 1981; 2(6)

# 高层建筑垂直构件间的差异变形

○ 江欢成 ○

由不同的弹性压缩、徐变、收缩所引起的建筑物垂直构件间的差异变形，发生于所有建筑物。对于较低的建筑物，因影响较小而常被忽略。对于高层建筑，则由于层数多，累计变形大，加上结构形式和施工方法等原因，往往造成相当可观的差异变形，不仅导致很大的次应力，甚至可能影响使用。随着我国高层建筑的发展，这个问题逐渐引起我国工程师的重视。

本文拟就差异变形的原因分析、估算方法和设计上的考虑等几方面，作一探讨。

## 一、造成差异变形的主要原因

### 1. 在截面设计上有较大的应力差

一个常见的现象是，相邻柱子的负荷不同而截面相同，甚至负荷较小，截面反而较大。这个矛盾，特别反映在角柱和边柱，内筒和外柱的关系上。有时，建筑师要求有大角柱，有时，结构工程师也希望有一个大角柱，以有效地发挥框架抵抗水平力的作用。因而，负荷仅为边柱 60% 左右的角柱，其截面积却可能是边柱的二、三倍甚至更多；内筒主要用于抵抗较大的水平力，但在垂直荷载下，它的应力，往往比外柱小很多。

应力差不仅造成弹性压缩差，也造成较大的徐变变形差。徐变与应力基本上也是线性关系，因而，弹性压缩与徐变变形，几乎和截面应力的平方成正比。截面较小的边柱的变形，肯定比截面很大的角柱或筒体大得多。

### 2. 不同的垂直构件在施工上有较大的时间差

内筒外框结构的建筑物施工，常常先滑升内部筒体，后浇捣外部柱子。有时，施工时为了利用筒体垂直交通和运输，甚至要求筒体先滑到顶，在顶部安装吊车后才施工周围部分。这时，筒体的收缩徐变，在浇捣外柱之前均已完成了相当大部分，因而将造成较大的收缩徐变变形差。

## 二、基本计算数据

要精确地计算差异变形是困难的。一方面，混凝

土的弹性模量、徐变量和收缩率，均与龄期、配筋率和截面大小等多种因素有关，难以正确选取。另方面，施工程序和加载程序的可变性很大，不易正确模拟。如果按全部荷载同时加在已完成的建筑物上进行计算，无疑是错误的。作为一种近似计算，建议采用下列数据：

### 1.1 混凝土的弹性模量 E

按《钢筋混凝土结构设计规范》(TJ10—74)采用。

### 2. 混凝土的徐变

按照我国铁道部科学研究院的试验(图 1)，以及诸多资料的介绍，在截面应力较小的情况下，徐变与应力基本上是直线关系。

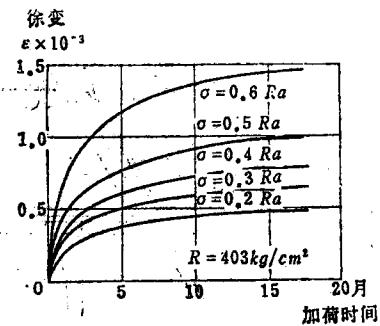


图 1

徐变率——每  $1\text{kgf/cm}^2$  应力造成的徐变值，可以从图 1 求出，如下表所示。

混凝土压应力	0.2Ra	0.3Ra	0.4Ra	0.5Ra	0.6Ra
$\sigma(\text{kgf/cm}^2)$	46	69	92	115	138
徐变值 $\epsilon \times 10^3$	0.45	0.58	0.73	0.92	1.4
徐变率 $\epsilon \times 10^{-5}$ / $(\text{kgf/cm}^2)$	0.98	0.84	0.79	0.80	1.0

按照英国某公司技术规定，徐变率为  $0.48 \times 10^{-5}$  每  $1(\text{kgf/cm}^2)$  压应力。它与上述试验资料相比要小很多，除了所依据的试验资料不同之外，估计考虑了截面和配筋等因素，截面大或配筋率大，都将使徐变减小。

在缺乏进一步的试验资料和实践经验的情况下，本文建议采用徐变率  $= 0.6 \times 10^{-5} / (\text{kgf/cm}^2)$  进行计算。

江欢成：华东建筑设计院

由图1可知，在加载一个月时，徐变约完成一半，取徐变系数 $\alpha=0.5$ ，加载六个月，徐变约完成80%，取徐变系数 $\alpha=0.2$ ，加载十二个月，徐变接近全部完成，取徐变系数 $\alpha=0$ ，如图2所示。

### 3. 混凝土的收缩

同样，按照我国铁研院的混凝土自由收缩试验（图3），建议取 $\epsilon=3 \times 10^{-4}$ 进行计算。收缩和混凝土龄期的关系，与徐变的情况相似，收缩系数 $\alpha$ 仍按图2采用。所不同的是，徐变系数与加载龄期相对应，而收缩系数与混凝土浇捣龄期相对应。

## 三、计算公式

为计算各垂直构件间的差异变形，需先分别计算各自的缩短，然后取其差值。

各垂直构件的缩短值，由弹性压缩 $\Delta_1$ 、徐变 $\Delta_2$ 和收缩 $\Delta_3$ 三部分组成。即

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

### · 弹性压缩

$$\Delta_1 = \sum_{\text{计算层}}^{\text{底层}} \frac{1}{E} f h_f$$

式中  $f$ ——可能造成弹性压缩的应力。

$h_f$ ——与应力 $f$ 相应的计算高度。

在柱子截面上下相等、各层荷载相同的条件下，可用下列公式一次算出。

$$\Delta_1 = W_T \left( \frac{H-h}{d} + 1 \right) \frac{h}{AE} + W_P \left( \frac{h}{d} - 1 \right) \frac{h}{AE}$$

式中  $W_T$ ——各层加在所计算柱子上的总荷载；

$W_P$ ——在所计算楼层结构施工后，施加在其下柱子上的荷载。包括大部分非结构重量，如楼板面层、平顶、隔墙、外墙和活载等。这部分荷载的数值，可通过荷载核算加上施工经验判断决定，一般可假定为总荷载的40%，即 $W_P=0.4W_T$ （简体可取小些）。

$H$ ——建筑物高度；

$h$ ——所计算楼层所在高度；

$d$ ——层高；

$A$ ——柱截面面积。

公式中，第一项为所计算楼层之上（含该楼层）的全部荷载所造成的弹性压缩，第二项为所计算楼层之下各层，在计算层结构完成之后施加的部分荷载所造成的弹性压缩。为简化计算，假定这部分荷载，是一次同时加上去的，由此造成的误差，可以通过选择适当的 $W_P$ 值，予以调整。

为清楚起见，以一个十层建筑物为例说明公式的推导。见图4。

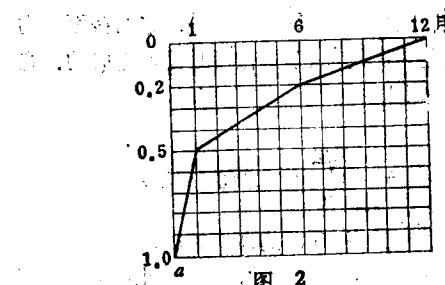


图 2

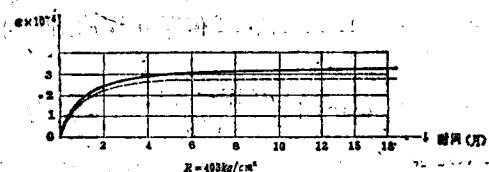


图 3

试体  $10 \times 10 \times 40 \text{ cm}$   $R = 403 \text{ kgf/cm}^2$

水灰比 = 0.45 500 号硅酸盐水泥

恒温  $20 \pm 1^\circ\text{C}$  恒湿  $65 \pm 5\%$

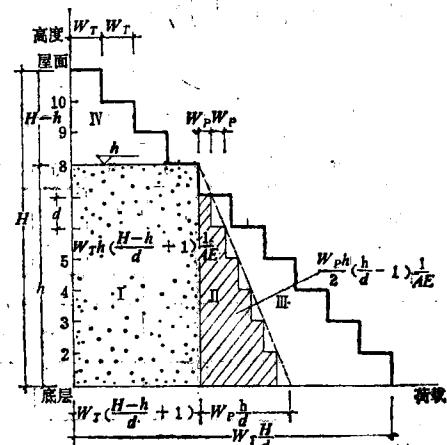


图 4

在计算第八层楼板处垂直构件的差异压缩时，第I部分是第八层及其上共四层的全部荷载

$$W_T \left( \frac{H-h}{d} + 1 \right)$$

造成的压缩，即图中带点部分面积。第II部分是第七层以下，后加载造成的压缩，即图中斜线部分面积。而图中第III部分面积，系第八层施工时，结构自重及部分非结构但已施加的重量造成的压缩。这部分压缩，已在该层楼板结构施工时调整，因而将不造成差异缩短。图中第IV部分面积，则系八层以上柱子本身的压缩，亦不造成第八层以下的压缩差。故第II、III部分均不必计算。

## 2. 徐变缩短

徐变缩短与弹性压缩有相似之处，它与截面应力成正比；却又与之不同，它不是在短时间内完成的。它的基本公式可写成

$$\Delta_2 = \sum_{\text{底层}}^{\text{计算层}} 0.6 \times 10^{-5} \alpha_1 f h_i$$

其中  $f$  与  $h_i$  值与计算  $\Delta_1$  时的取值相同。

$\alpha_1$  为  $(W_T - W_P)$  徐变系数，反映所计算楼层施工前已施加的荷载仍继续造成柱子徐变的因素。

计算层  $\alpha_1=1$ ，因为该层  $f$  值系由  $W_T$  求得，全部荷载都将造成徐变。

其它各层  $\alpha_1=1+\frac{\alpha(W_T-W_P)}{W_P}$ ，其中第一项

反映  $W_P$  造成的徐变，第二项反映  $(W_T-W_P)$  所未完成的徐变。

如若各层等截面、等荷载，这时，计算可简化为

$$\Delta_2 = 0.6 \times 10^{-5} \left[ W_T \left( \frac{H-h}{d} + 1 \right) \frac{h}{A} + \alpha_1 \frac{W_P}{2} \left( \frac{h}{d} - 1 \right) \frac{h}{A} \right]$$

## 3. 收缩

收缩值与柱子长度及各层柱子龄期有关，可表达为

$$\Delta_3 = \sum_{\text{1层}}^{\text{计算层}} \alpha \times 3 \times 10^{-4} d$$

上述三项公式中，尚有许多因素没有考虑。如弹性模量随时间增大，水平构件刚度影响等。一般说来，这些因素影响不大。

## 四、算 例

对于柱子各层断面、荷载不相等的情况，最好采用列表的方法，分别对各指定楼层位置，计算其缩短值。现以开罗某工程为例说明。

该工程筒体 30 层、外柱 27 层，内筒外框。外柱截面：底层  $1000 \times 1000 \text{ mm}$ ，2 层至 9 层  $950 \times 950 \text{ mm}$ ，10 层至 20 层  $750 \times 750 \text{ mm}$ ，20 层以上  $500 \times 500 \text{ mm}$ 。施工计划见表 1。

在变形计算之前，需先清楚地表列各层荷载  $W_T$  和  $W_P$ 。

下面是 10 层楼板下，外柱缩短计算。

表 1

施工内容	82 7	8	9	10	11	12	83 1	2	3	4	5	6	7	...	...	84 7
筒体滑模	—															
筒内楼板				—	—	—		—	—	—	—	—	—	—	—	
柱及筒外楼板					—	—		—	—	—	—	—	—	—	—	
装修						—		—	—	—	—	—	—	—	—	

1. 弹性压缩  $\Delta_1$

表 2

	荷载 (tf)	标高 (m)	柱 截 面 ( $m^2$ )	各荷载所产生的柱子应力 $\times$ 相应柱高 $= f \cdot h_i$
10 层	881.5	39.1	$0.95 \times 0.95 = 0.9025$	$881.5 \left( 4.5 + \frac{39.1-4.5}{0.9025} \right) = 37761.6$
9	19.4	35.95	"	$19.4 \left( 4.5 + \frac{35.95-4.5}{0.9025} \right) = 763.3$
8	25.8	32.8	"	$25.8 \left( 4.5 + \frac{32.8-4.5}{0.9025} \right) = 925.1$
7	24.0	26.5	"	$24.0 \left( 4.5 + \frac{26.5-4.5}{0.9025} \right) = 693.0$
6	27.0	22.4	"	$27.0 \left( 4.5 + \frac{22.4-4.5}{0.9525} \right) = 657.0$
5	28.4	18.7	"	$28.4 \left( 4.5 + \frac{18.7-4.5}{0.9025} \right) = 574.6$

续表

	荷载(tf)	标高(m)	柱截面(m <sup>2</sup> )	各荷载所产生的柱子应力×相应标高=f·h <sub>f</sub>
4	33.8	15.0	"	$33.8(4.5 + \frac{15-4.5}{0.9025}) = 545.3$
3	17.8	11.0	"	$17.8(4.5 + \frac{11-4.5}{0.9025}) = 208.3$
2	22.5	4.5	1×1=1	$22.5(4.5 + 0) = 101.2$
1		0.0		
				$\Sigma = 42229.4 \text{tf/m}$

$$E = 3 \times 10^6 \text{kgt/cm}^2 = 3 \times 10^6 \text{tf/m}^2$$

$$\text{则 } \Delta_1 = \sum \frac{f \cdot h_f}{E} = \frac{42229.4}{3 \times 10^6} = 0.014 \text{m}$$

即 1.4 cm

表 2 说明: 荷载 881.5tf 系 10 层及其上各层全部荷

载之和, 即  $\sum_{\text{计算层}} W_T$ , 19.4tf, 25.8tf ..... 系各层结  
构完成后施加的荷载, 即  $W_P$ , 这里取  $W_P = 0.4 W_T$ .

## 2. 徐变缩短 $\Delta_2$ 与收缩 $\Delta_3$

表 3

层数	徐变缩短 $\Delta_2$					收缩 $\Delta_3$	
	搞 10 层时混凝土龄期	徐变系数 $\alpha$	$\alpha_1$	$f h_f (\text{tf/m})$	$\alpha_1 f h_f (\text{tf/m})$	层高 $d(\text{cm})$	$\alpha d(\text{cm})$
10		1	1	37761.6	37761.6	315	315
9		0.75	2.1	763.3	1603	315	236
8		0.50	1.75	925.1	1619	630	315
7	1 月	0.46	1.69	693	1171	410	189
6		0.43	1.65	657	1084	370	159
5		0.42	1.63	574.6	937	370	155
4	2 月	0.40	1.60	545.3	872	400	160
3		0.39	1.59	208.3	331	650	254
2		0.38	1.57	101.2	159	450	171
1	3 月						
$\Sigma$				45538			1954

$$\Sigma \alpha_1 f h_f = 455380 \text{ tf/m}$$

$$\Delta_2 = 0.6 \times 10^{-5} \times 455380 = 2.7 \text{ cm}$$

$$\Delta_3 = 3 \times 10^{-4} \times 1954 = 0.59 \text{ cm}$$

表 3 说明: 2 层  $\alpha_1 = 1 + \frac{\alpha(W_T - W_P)}{W_P}$

$$= 1 + \frac{0.38 \times 0.6}{0.4} = 1.57, \text{ 余}$$

类推。

柱子在 10 层楼板位置的变形

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 1.4 + 2.7 + 0.59 = 4.69 \text{ cm}$$

该工程估算的差异变形如图 5 所示。

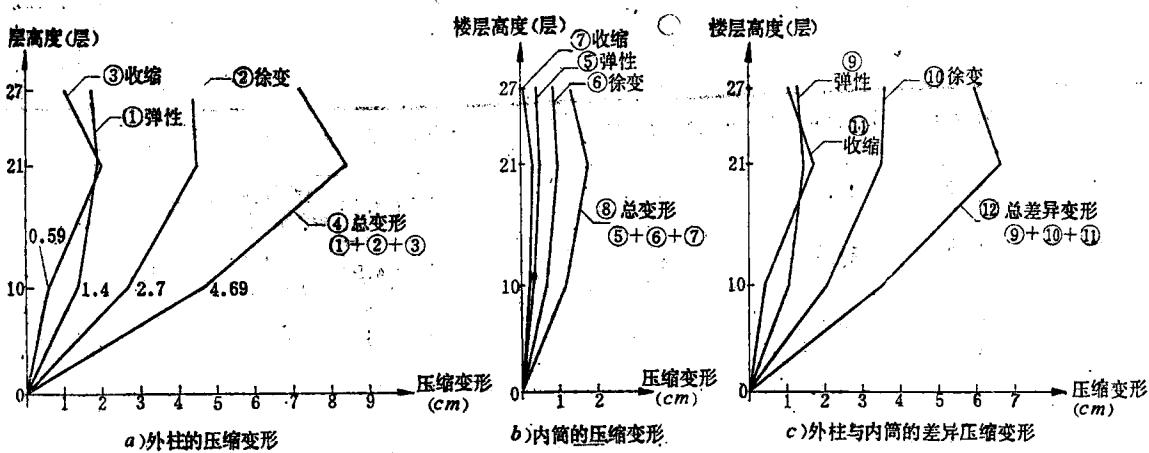


图 5

## 五、对垂直构件变形差的设计考虑

两相邻垂直构件的变形差，可能带来构件次应力和使用两方面的问题。

对构件的次应力，如完全从理论上按弹性方法计算，将是很可观的。为了它，梁端需配置很大的支座附加钢筋，对上例来说，仅考虑弹性压缩及收缩缩短，就需要多配置 2±25 支座钢筋。情况如图 6 所示。

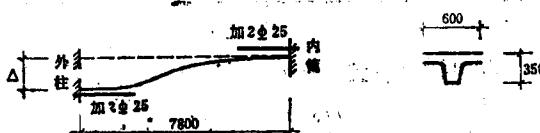


图 6

为解决这个问题，有些工程（如香港康乐大厦）甚至把梁端支座做成理想铰接。然而，绝大多数工程都没有这样做，主要考虑梁本身也在不断徐变，甚至发展更快。因为梁的弯曲应力，往往大于柱子压应力。梁的徐变，大大地减少了计算上所要发生的次应力。这一现象，称之为“徐变帮助”，(CREEP HELP)。然而，在设计上适当地在支座上或下，多配些钢筋，并使之有效地锚固，还是很有必要的，以免出现较大的裂缝。

另方面，楼板的倾斜，将可能造成使用上的不便和

心理上的不安全感。其解决办法，可以要求施工外柱时，将标高适当提高一些，如取估算差值之半。这样，既可减小可能的危害，也可避免由于估算的错误而造成标高反差。

## 六、几点体会

1. 在筒体结构中，滑模施工筒体后浇外柱，是常用的施工方法。这时，需注意筒体滑模时间不应提前太多，特别要避免在滑到顶以后才浇捣柱子，以免造成过大的变形差。

2. 高层建筑系用大角柱的做法，固然可以有效地抵抗水平力，却也带来与相邻边柱变形差的问题，可能造成内力的调整，甚至出现裂缝。因此，在增大角柱水平刚度的同时，应力求减小它的截面积，如采用薄壁槽形，或中空截面等办法。然而，如设计系密柱框筒，而又采用大角柱，实质上是削弱框筒作用而使之近似框架，没有充分发挥翼缘框架的效能。

3. 宜尽量采用干硬性混凝土浇捣柱子，减少水泥量和水灰比，采用质地坚硬的骨料如石灰石、石英砂、花岗岩等，以减小徐变值。

4. 如有可能，可做一些梁的徐变试验，以了解在徐变条件下，支座沉降与应力的关系，将是很有实用价值的。

## 中国土木工程学会桥梁及结构工程学会第二届理事会名单

方 强	王 玉	杰	王文俊	王玉春	王伯惠	王祖华	王肇民
兰 天	夏 增 华		江 欢 成	江 见 鲸	刘 济 源	范 立 基	许 道 化
汤 国 栋	何 福 照		李 摩	李 国 豪	李 家 咸	李 曙 明	吴 世 英
项 海 帆	林 元 培		张 省 忠	张 纪 衡	张 叔 辉	张 圣 城	臧 棱 华
陈 英 俊	陈 守 容		陈 锡 智	周 孝 贤	周 延 恒	周 相 略	冯 海 涛
杨 健	何 子 健		汪 祖 培	陆 文 发	胡 匡 璇	胡 春 农	钱 冬 生
唐 永 兴	唐 嘉 衣		徐 龙 德	徐 培 福	徐 大 健	黄 逸 松	

黄 绳 武 崔 振 亚 程 庆 国 谢 瑞 振 戴 竞

保 留 理 事 1 名

理 事 长 李 国 豪

付 理 事 长 项 海 帆 程 国 庆 张 叔 辉 陈 守 容 兰 天

秘 书 长 张 纪 衡

付 秘 书 长 夏 靖 华 黄 绳 武

# 柱下桩基承台的抗弯强度计算

蒋大骅 沈景华

(同济大学)

## 一、前言

在结构工程中，桩基承台一般用钢筋混凝土制成，其平面形状随桩数及桩位布置的不同而变化，有正方形(四桩、五桩等)、矩形(二桩、六桩等)及三角形(三桩等)。

从结构受力特点来看，承台是一个点支承的、承受集中荷载的、厚度较大的双向悬臂板。其板底的水平钢筋由抗弯强度确定。现行地基基础设计规范[1]及上海市地基基础设计规范[2]，列出了二、三、四、六桩承台的弯矩计算公式。

根据近年来同济大学、轻工业部设计院、中国石化总公司洛阳设计研究院及郑州工学院等单位的试验和理论研究结果，发现上述两规范所提出的弯矩计算公式存在一些问题。

国外对承台结构的研究，无论在理论或试验方面都很少，各国的设计规范和设计手册，也有不同的处理特点，计算结果不尽相同。

本文主要介绍我们对钢筋混凝土桩基承台的抗弯强度(即承台弯曲破坏时的极限承载力)所作的试验和理论研究结果。文中部分地引用了兄弟单位的试验数据，在此表示感谢。

钢筋混凝土桩基承台也可能因抗冲剪及抗弯剪强度不足而破坏，关于这个问题，拟另文探讨。

## 二、计算原理及计算方法

按弹性理论计算点支承的、承受集中荷载的双向悬臂厚板，是比较复杂的，也无现成的分析解。根据我们研究的结果，就承台抗弯强度而言，应用极限平衡理论(即钢筋混凝土双向板的塑性铰线理论)确定承台抗弯时的极限承载力是可行的，其基本概念明确，理论基础合理，计算结果也能符合试验结果。

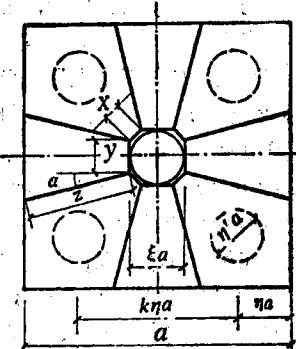
按塑性铰线理论进行分析时，假定板是刚塑性体，

\* 中国科学院科学基金及轻工业部资助的课题

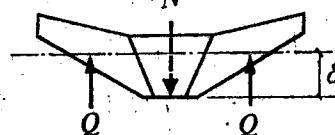
破坏时形成若干根塑性铰线，将双向板划分为若干个刚性板块，成为一个几何上可能的，即变形上协调的机动体系。通过建立虚功方程，可求得双向板的极限荷载。这是一个上限解。对应于各个不同的塑性铰线图式，可求得不同的上限解，其中极限荷载为最小的一个解，最接近抗弯强度的正确解。

现以四桩承台为例，说明具体的求解过程。图1a表示承台的平面图，是一个正方形，边长为 $a$ ；柱子为圆形，直径为 $\xi a$ ；桩直径为 $\eta' a$ ；桩的中心距为 $k \eta a$ ；桩中心至承台板边的距离为 $\eta a$ ；并令 $\eta' = \eta$ 。

(a)



(b)



(c)

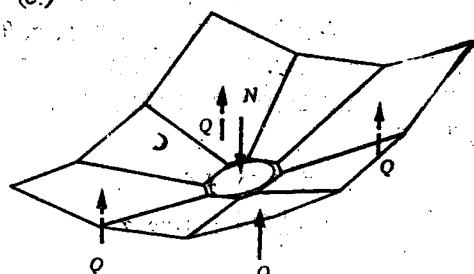


图1 四桩承台的破坏机构

由几何关系得:  $k\eta a + 2\eta a = a$

$$\text{即 } k = \frac{1}{\eta} - 2$$

$$\text{或 } \eta = \frac{1}{k+2}$$

上式表明,  $k$  和  $\eta$  值中只有一个独立的, 两者之间有如上的固定关系。

对任何一块双向板, 包括象承台这样的双向悬臂板, 满足机构条件的塑性铰线图式有多种可能性。在文献[4]、[5]中, 我们考虑了 15 种可能的塑性铰线图式。下面对其中的一种作具体的推导。

所假定的这一种塑性铰线图式的平面图已示于图 1a; 共有 16 根塑性铰线, 分为三类, 其长度分别为  $x$ 、 $y$  及  $z$ , 分别有 4 根、4 根及 8 根。这 16 根塑性铰线将承台板划分成 9 个刚性板块。在外力, 即柱荷载及桩反力的作用下, 将发生图 1b, 1c 所示的虚位移。所有变形都集中在铰线上, 而各板块都不变形。这个变形场在几何上是可能的, 即协调的。

以桩顶所在的平面为原始平面, 即假定桩顶不动, 桩反力的虚位移为零, 所作虚功也等于零。柱底发生竖向向下的虚位移, 令其值为  $\delta$ , 则柱荷载  $N$  作虚功

$$U_w = N \cdot \delta$$

这就是外力所作的虚功。此处, 忽略了地基土反力以及承台的自重。

假定各塑性铰线单位长度上所能负担的屈服弯矩为  $m$ 。铰线  $x$ 、 $y$ 、 $z$  分别发生塑性铰转角  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$ , 则所作虚功为

$$U_n = 4mx\theta_x + 4my\theta_y + 8mz\theta_z$$

这就是内力所作的虚功。

通常配筋在两个互相垂直的方向是相等的。在这个条件下, 根据塑性铰线理论, 不论铰线的方向如何, 即不论铰线与钢筋的交角是多少, 沿塑性铰线单位长度上所负担的屈服弯矩  $m$  值都是相等的; 或者说, 这种配筋板是各向同性的。因此, 上式中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三类铰线单位长度上的塑性弯矩都相等, 都等于  $m$ 。

由外力与内力所作虚功应该相等的条件, 可得

$$U_w = U_n$$

$$\text{即 } N\delta = 4mx\theta_x + 4my\theta_y + 8mz\theta_z \quad (1)$$

上式涉及 7 个几何参数, 即  $\delta$ 、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$ 。它们不是独立的, 相互之间有固定的几何关系, 应根据平面及立体几何学来推求。限于篇幅, 仅写出其结果如下

$$y = \xi a - \sqrt{2}x$$

$$z = \frac{1}{2}(1-\xi)a \cdot \sec \alpha$$

$$\theta_y = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\tan \alpha)\theta_x$$

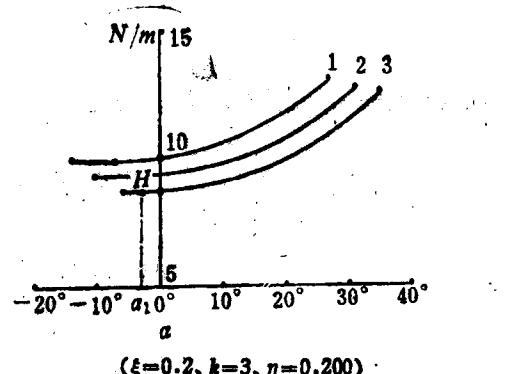


图 2 四柱承台极限荷载  $N$  与  $\alpha$  及  $x$  的关系

$$\theta_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \sec \alpha \theta_s$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (1-2\eta-\xi)a + \frac{x}{\sqrt{2}} \right] \theta_s$$

以上几何关系式共有 5 个, 可知在上述 7 个参数中, 有 2 个是独立的。但因以上 5 个关系式中引出了一个新的参数  $a$ , 所以, 实际上有 3 个独立的几何参数, 即  $x$ 、 $\alpha$  及  $\theta_s$ 。

将上面 5 个式子代入方程(1)得

$$N = 4m \frac{a + (\xi a - \sqrt{2}x) \tan \alpha + (1-\xi)a \cdot \tan^2 \alpha}{(1-2\eta-\xi)a + \frac{x}{\sqrt{2}}} \quad (2)$$

值得注意, 在上式中,  $\theta_s$  消失了。承台的承载力  $N$  取决于 2 个几何参数, 即  $x$  及  $\alpha$ 。由几何关系可知  $x$  及  $\alpha$  都各有上下限, 即

$$0 \leq x \leq (\sqrt{2}-1)\xi a$$

$$-\arctan \left( \frac{\xi a - \sqrt{2}x}{a - \xi a} \right)$$

$$\alpha \leq \arctan \left( \frac{k\eta a - \xi a + \sqrt{2}x}{k\eta a - \xi a} \right)$$

$$-\arcsin \frac{\eta a}{\sqrt{(k\eta a - \xi a)^2 + (k\eta a - \xi a + \sqrt{2}x)^2}}$$

图 2 表示在上述上下限范围内,  $\frac{N}{m}$  值随  $x$  和  $\alpha$  而变化的情况。最小的  $N$  值发生在图中的 H 点所示处, 其值可推求如下。

$$\text{由 } \frac{\partial N}{\partial \alpha} = 0$$

$$\text{得 } \alpha = \arctan \frac{-\xi a + \sqrt{2}x}{2(a - \xi a)} \quad (3)$$

在  $x$  值的上下限范围内,  $N$  值随  $x$  值的增大而减小, 所以, 最小的  $N$  值发生在  $x$  等于其上限值时, 即

$$x = (\sqrt{2}-1)\xi a$$

将上式代入式(3)得

$$\alpha = \alpha_1 = \arctan \frac{-(\sqrt{2}-1)\xi}{2(1-\xi)}$$

将上式代入式(2), 得

$$N = \frac{4m}{1-2\eta - \frac{\xi}{\sqrt{2}}} \left[ 1 - \frac{(\sqrt{2}-1)^2 \xi^2}{4(1-\xi)} \right] \quad (4)$$

这就是所求的上限解, 也是所考虑的 15 种可能的塑性铰线图式中的最小上限解, 它最接近于四柱承台抗弯强度的正确解。我们按照同样的方法, 获得了三、四、五、六柱承台的“最小”上限解 [4][5][6]。根据所得的计算公式, 既可在已知荷载的情况下, 求得承台据此配筋的极限弯矩值, 也可在已知配筋的条件下, 求得承台的极限抗弯承载力。

下面将所得的“最小”上限解所对应的塑性铰线图式及具体的计算公式, 按不同的柱数及承台形状列出, 同时给出实用的计算公式, 供设计时选用。详细推导过程可参阅 [4][5][6]。

### 三、三柱承台

如果柱子截面为圆形, 则三柱等边三角形承台“最小”上限解的塑性铰线图式见图 3, 用虚功法求得的、对应的极限承载力 N 的计算公式为 [5]:

$$N = \frac{3m}{\frac{2}{\sqrt{3}} - 4\eta - \xi} \left[ 1 - \frac{\xi^2}{4(1 - \sqrt{3}\xi)} \right] \quad (5)$$

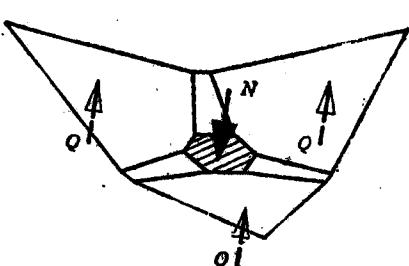
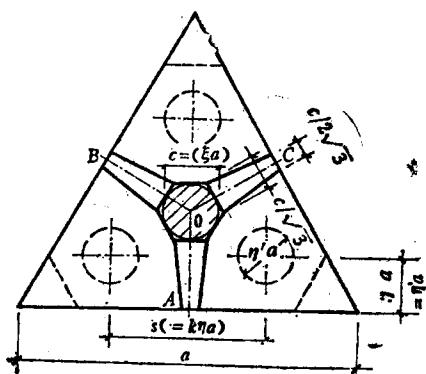


图 3 三柱承台的破坏机构(最小上限解)

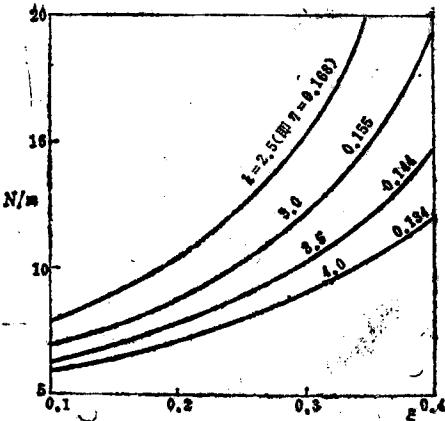


图 4 三柱圆柱的上限解

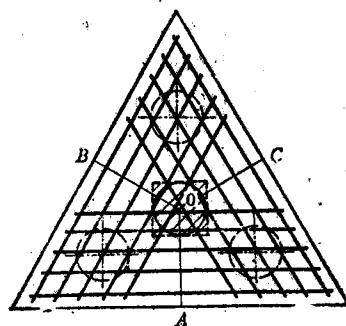


图 5 三柱承台的配筋

式中: m——单位长度塑性铰线所承受的极限弯矩;

$\xi a$ ——柱直径;

$\eta a$ ——柱中心离承台板边的距离;

a——承台边长。

式(5)表明, 承台的极限承载力 N 与三个参数, 即 m,  $\eta$ ,  $\xi$  有关。N 与 m 成正比。N 随  $\eta$  及  $\xi$  而变化的规律见图 4; 即 N 随  $\eta$  值的增大(相当于 k 值(桩距)的减小)而增大, 以及 N 随  $\xi$  值(柱径)的增大而增大。

对常遇的柱宽和承台边长尺寸, 式(5)等号右边方括弧中的数值略小于 1 而接近于 1, 实用上可取等于 1。这样, 式(5)就得到简化, 成为:

$$N = \frac{3m}{\frac{2}{\sqrt{3}} - 4\eta - \xi} \quad (6)$$

为了便于设计计算, 将上式改写如下:

$$m = \frac{N}{3} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} - 4\eta - \xi \right)$$

按定义, m 为单位长度塑性铰线所承受的极限弯矩, 则在承台截面 OA(图 3)范围内所承受的极限弯矩为:

$$\begin{aligned}
 M_{OA} &= m \cdot \overline{OA} = m \cdot \frac{d}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{N}{3} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} - 4\eta - \xi \right) \cdot \frac{a}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{N}{9} \left( a - 2\sqrt{3}\eta a - \frac{\sqrt{3}}{2}\xi a \right)
 \end{aligned}$$

即:  $M_{OA} = \frac{Q}{3} \left( S - \frac{\sqrt{3}}{2} C \right)$  (7)

式中:  $S$ —桩距, 对三桩承台,

$$S = k\eta a = \left( \frac{1}{\eta} - 2\sqrt{3} \right) \eta a = a - 2\sqrt{3}\eta a$$

$C$ —柱直径,  $C = \xi a$

$Q$ —单根桩的承载力, 对三桩承台,

$$Q = \frac{N}{3}$$

由式(7)算得的弯矩值, 应按截面 OA 的宽度和厚度进行配筋计算, 并将钢筋布置在截面 OA 范围内。同时应在截面 OB 及 OC 范围内各配置相同数量的钢筋(图 5)。

已如上述, 给出“最小”承载力的上限解的塑性铰线图式如图 1 所示。但按其他某些相近的塑性铰线图式推导而得的承载力值与式(5)的结果也很接近。例如对图 6, 其塑性铰线图式与图 3 相近, 所得的计算公式与简化后的式(6)或式(7)是完全相同的。这说明, 塑性铰线图式稍有变化对极限承载力的影响不大。

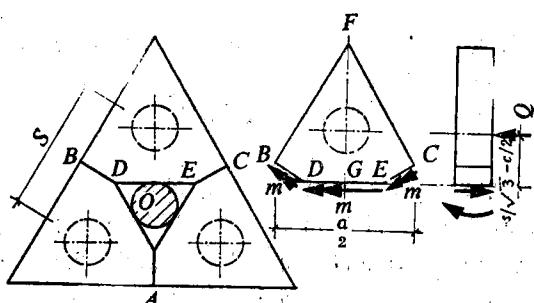


图 6 三桩承台的平衡分析

我们知道, 为了求得上限解, 除用虚功法外, 也可采用平衡法。用虚功法时, 荷载所作的外功、塑性铰线处的塑性铰转角值以及求极值等计算, 有时相当繁复。用平衡法, 比较容易理解, 但不能把它误以为是在求下限解, 还须考虑所谓的节点力(nodal force)等因素。

现试以图 6 的图式, 用平衡法作一分析。图 6 右半表示以承台的一个角作为隔离体。BD、DE 及 EC 为 3 根塑性铰线, 其单位长度上作用着的极限弯矩都是  $m$ 。由于 BD 及 EC 都在对称线上, 所以该两线段上的剪力和扭矩都等于零。抵抗桩的反力、并传到柱的剪力只分布在 DE 段上。由于对称, 且 DB 垂直于承台边 BF, 所以在 B 处的节点力等于零。同理, C

处的节点力也为零。

这样, 由对 DE 线取力矩的平衡条件, 可得

$$\sum M_{DE} = 0, \quad Q \left( \frac{S}{\sqrt{3}} - \frac{C}{2} \right) = m \cdot \frac{a}{2}$$

即  $m = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{Q}{a} \left( S - \frac{\sqrt{3}}{2} C \right)$

因此, 截面 OA 范围内所承受的弯矩为

$$M_{OA} = m \cdot \overline{OA} = m \cdot \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{Q}{a} \left( S - \frac{\sqrt{3}}{2} C \right) \cdot \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{Q}{3} \left( S - \frac{\sqrt{3}}{2} C \right)$$

上式与式(7)完全相同。由此可见, 用平衡法与用虚功法所得得的上限解的计算公式是一致的。此外, 对图 6 的隔离体, 由于 FG 也是对称线, 对此线的弯矩平衡条件, 当然是满足的。

如果柱子截面是正方形, 可近似地将方柱截面宽度作为圆柱直径来计算。

有时承台平面的三个角截去不做, 如图 3 中的虚线所示, 则式(5)、(6)及(7)仍适用。

#### 四、四柱承台

如果柱子截面为圆形, 四柱承台“最小”上限解的塑性铰线图式见图 7, 其对应的上限解为[4][5]

$$N = \frac{4m}{1 - 2\eta - \frac{\xi}{\sqrt{2}}} \left[ 1 - \frac{(\sqrt{2}-1)^2 \xi^2}{4(1-\xi)} \right] \quad (8)$$

这就是上文的式(4)。图 8 表示按上式的计算结

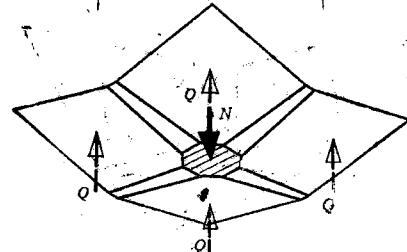
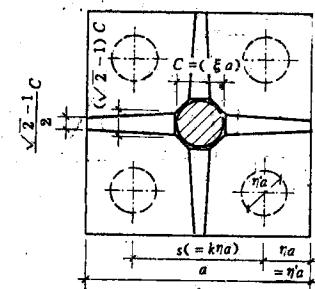


图 7 四柱承台的破坏机构(圆柱, 最小上限解)

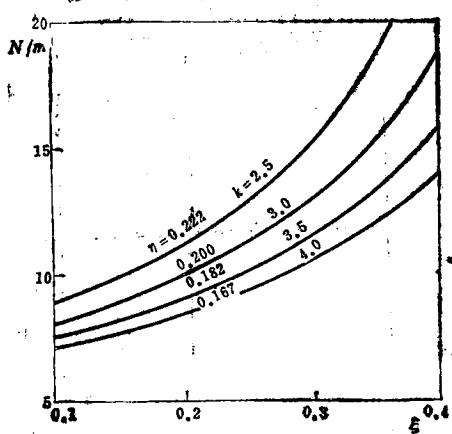


图 8 四柱方柱的上限解

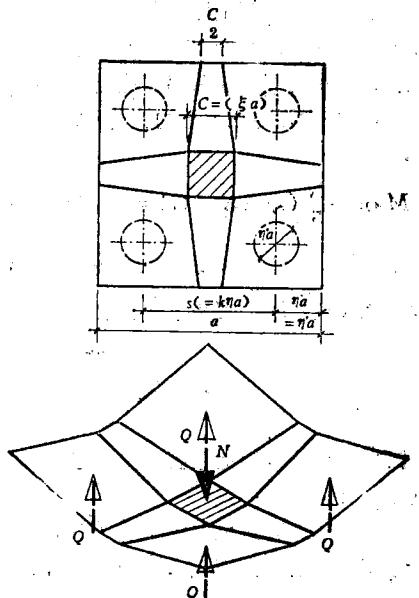


图 9 四柱承台的破坏机构(方柱, 最小上限解)

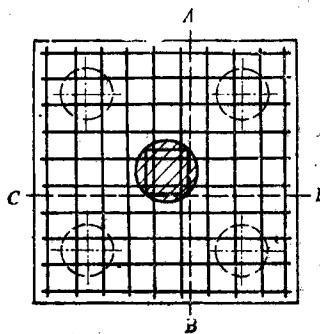


图 10 四柱承台的配筋

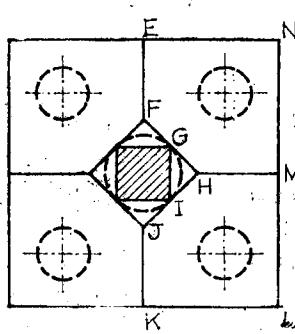


图 11 四柱承台的破坏机构之一

果, 可看出四柱承台的承载力与柱距及柱径的关系。

如果柱截面为正方形, 则塑性铰线图式如图 9 所示, 计算公式为 [5]

$$N = \frac{4m}{1-2\eta-\xi} \left[ 1 - \frac{\xi^2}{4(1-\xi)} \right] \quad (9)$$

上式方括弧中的数值接近于 1, 可取等于 1, 得

$$N = \frac{4m}{1-2\eta-\xi} \quad (10)$$

与三柱承台相仿, 上式可改写如下

$$m = \frac{N}{4} (1-2\eta-\xi) \quad (11)$$

$$M_{AB} = m \cdot AB = m \cdot a = \frac{N}{4} (1-2\eta-\xi) a$$

$$= \frac{N}{4} (a - 2\eta a - \xi a)$$

即  $M_{AB} = Q(S-C)$  (12)

式中:  $M_{AB}$  —— 承台截面 AB 所承担的弯矩(图 10)

$$Q —— 单柱承载力, 对四柱承台, Q = \frac{N}{4}$$

$S$  —— 柱距, 对四柱承台,

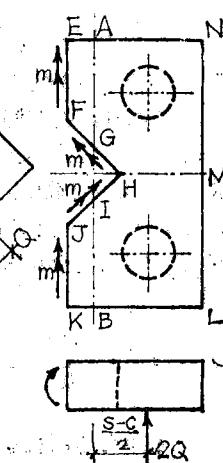
$$S = 4\eta a = \left( \frac{1}{\eta} - 2 \right) \eta a = a - 2\eta a$$

$C$  —— 柱直径,  $C = \xi a$

应该在纵横两个方向都配筋。截面 CD 所承受的弯矩与截面 AB 相等(图 10)。

图 11 及图 12 这两种塑性铰线图式与“最小”上限解的图 7 接近。按图 11 及图 12 用虚功法所导得的计算公式与式(8)相近。

如改用平衡法, 对图 11 的塑性铰线图式, 取 EFHIJKLMNOP 作为隔离体。由于 EF 及 JK 都在对称线上, 所以该两线段上的剪力和扭矩都等于零, E 和 K 处的节点力也为零。塑性铰线 EFHIJK 上单位长度所负担的极限弯矩为  $m$ 。抵抗柱反力的、并传到柱子的剪力都分布在 FGHIJ 上; 由于对称, FGH 线上的剪力的合力必在 G 点, HIJ 线上的剪力的合力必在 I



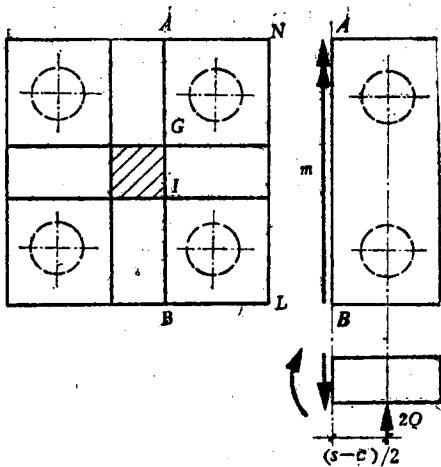


图 12 四柱承台的破坏机构之一

点。这样,对 GI 线(即 AB 线)取力矩的平衡条件,可得

$$M_{GI} = M_{AB} = 2Q \left( \frac{S-C}{2} \right) = Q(S-C)$$

上式与式(12)完全相同。

如取 EFGHMN 作为隔离体,对 FH 线取力矩的平衡条件,可得

$$M_{FH} = M_{EFGHMN} = m \cdot \frac{a}{2} \sqrt{2} = Q \left( \frac{S-C}{2} \right) \sqrt{2}$$

$$\therefore m = Q \left( \frac{S-C}{a} \right) = \frac{N}{4} (1 - 2\eta - \xi)$$

上式与式(11)完全相同。因此,与式(12)也是一致的。

由此可见,对图 11 的塑性铰线图式,不论按虚功法或按平衡法,也不论取 EFGHIJKLMNOP 作为隔离体或取 EFGHMN 作为隔离体,所导得的计算公式是完全一样的。

如用平衡法,对图 12 的塑性铰线图式,取 AGIBLN 作为隔离体。塑性铰线 AGIB 上单位长度所负担的极限弯矩为 m。在 AGIB 上作用着一定的剪力和扭矩。对 AB 线取力矩的平衡条件,可得

$$M_{AB} = 2Q \left( \frac{S-C}{2} \right) = Q(S-C)$$

上式与式(12)完全相同。

综上所述,对柱截面为正方形的四柱承台,“最小”上限解的塑性铰线图式为图 9,承载力的计算公式为式(9),实用上可简化为式(10),其结果比“最小”解略大一些。对图 11 及图 12 的塑性铰线图式,则其上限解与公式(10)完全相同,其结果比“最小”上限解略大一些。

## 五、五柱承台

五柱承台与四柱承台有相似之处,也有不同点。

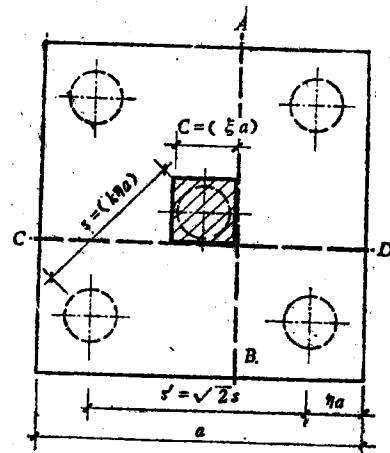


图 13 五柱承台

“最小”上限解的塑性铰线图式是一样的,区别在于柱数及柱距有所不同。如图 13 所示,位于中央的柱其余四根柱的斜距为 S,而四根边柱之间的纵横间距为  $\sqrt{2}s$ 。对于柱截面为正方形的五柱承台(图 13),截面 AB 所负担的弯矩为

$$M_{AB} = \frac{N}{5} (\sqrt{2}S - C) = Q(\sqrt{2}S - C) \quad (13)$$

式中: Q——单柱承载力,对五柱承台,  $Q = \frac{N}{5}$

截面 AB 及 CD 均须按上式配筋。

## 六、六柱承台

六柱承台破坏时的塑性铰线图式与纵横两个方向配筋量的比值有关。

如果两个方向单位宽度承台板(即单位长度塑性铰线)所能负担的极限弯矩分别为  $m_1$  和  $m_2$ (图 14),则当比值  $\frac{m_1}{m_2}$  不同时,其塑性铰线图式为图 15 所示,

它们的承载能力各不相同。当比值  $\frac{m_1}{m_2}$  较小或较大

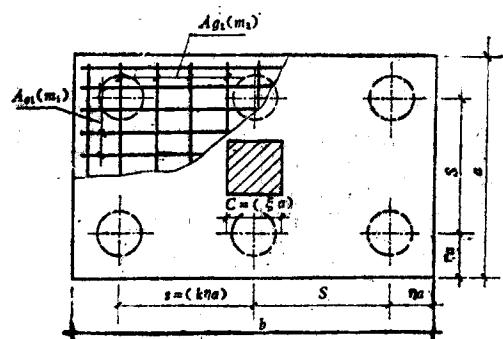


图 14