



高等学校应用型本科规划教材

结构力学学习指导

主编 于克萍



人民交通出版社

China Communications Press

高等学校应用型本科规划教材

Jiegou Lixue Xuexi Zhidao
结构力学学习指导

主 编 于克萍

人民交通出版社

内 容 简 介

本书是21世纪交通版高等学校应用型本科规划系列教材之一。本书共10章，分别为：绪论、平面体系的几何组成分析、静定结构的内力分析、影响线及其应用、静定结构的位移计算、力法、位移法、渐近法、矩阵位移法、结构的动力计算。

本书可作为土建、水利、道路桥梁和渡河工程等相关专业学生学习结构力学课程的参考用书，亦可供相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学学习指导/于克萍主编. —北京:人民交通出版社, 2009.12

ISBN 978 - 7 - 114 - 08086 - 9

I . 结… II . 于… III . 结构力学 – 高等学校 – 教学参考
资料 IV . 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 221058 号

高等学校应用型本科规划教材

书 名:结构力学学习指导

著 作 者:于克萍

责 任 编 辑:岑 瑜 周高瞻

出 版 发 行:人民交通出版社

地 址:(100011)北京市朝阳区安定门外大街斜街3号

网 址:<http://www.ccpress.com.cn>

销 售 电 话:(010)59757969, 59757973

总 经 销:北京中交盛世书刊有限公司

经 销:各地新华书店

印 刷:北京牛山世兴印刷厂

开 本:787 × 1092 1/16

印 张:12

字 数:300 千

版 次:2009年12月 第1版

印 次:2009年12月 第1次印刷

书 号:ISBN 978 - 7 - 114 - 08086 - 9

定 价:22.00 元

(如有印刷、装订质量问题的图书由本社负责调换)

道路桥梁工程技术专业课程改革教材 编审委员会

主任:张亚军

副主任:王 彤 徐雅娜

委员:欧阳伟 于仁财 姚 丽 赵永生 李云峰

于国锋 于忠涛 刘存柱 吴青伟 郑宝堂

董天文 马真安 张 辉 李立军 王力强

朱芳芳 才西月 高宏新 韩丽馥 李 波

郝晓彬 马 亮 毛海涛 王卓娅 王加弟

李光林 张新财 刘云全 王奕鹏 李荫国

孙守广 李连宏 杨彦海 赵 晖 胥繁荣

付 勇 谷力军 戴国清

前　　言

本书是 21 世纪交通版高等学校应用型本科规划系列教材之一,为土建、水利、道路桥梁和渡河工程等相关专业学生学习结构力学课程的参考用书。

本书的目的是指导和帮助学生学习结构力学课程。明确结构力学的学习要求,应重点掌握的基本内容和分析问题、处理问题的基本方法。通过全面的例题分析,帮助学生掌握正确的解题思想,提高分析问题的能力。同时为了检查学习效果,每章后面附有自我测试题。

本书第一、二、三、四、八、十章由于克萍编写,第五、六、七、九章由程侠编写。全书由于克萍统稿和审定。

限于编者水平,书中难免有错误和不妥之处,恳请读者指正。

编者

2009.6

目 录

第一章 绪论	1
第一节 学习要求	1
第二节 基本内容	1
第三节 结构力学课程的学习要求和方法	3
第二章 平面体系的几何组成分析	6
第一节 学习要求	6
第二节 基本内容	6
第三节 解题方法与例题分析	8
第四节 自我测试题	10
第三章 静定结构的内力分析	12
第一节 静定部分的学习要求	12
第二节 静定梁的基本内容和例题分析	12
第三节 静定平面刚架的基本内容和例题分析	17
第四节 三铰拱的基本内容和例题分析	21
第五节 静定平面桁架和组合结构的基本内容和例题分析	23
第六节 自我测试题	28
第四章 影响线及其应用	32
第一节 学习要求	32
第二节 基本内容	32
第三节 解题方法与例题分析	35
第四节 自我测试题	43
第五章 静定结构的位移计算	45
第一节 学习要求	45
第二节 基本内容	45
第三节 解题方法与例题分析	49
第四节 自我测试题	58
第六章 力法	61
第一节 学习要求	61
第二节 基本内容	61
第三节 解题方法与例题分析	71
第四节 自我测试题	85
第七章 位移法	88
第一节 学习要求	88
第二节 基本内容	88

第三节	解题方法与例题分析	92
第四节	自我测试题	114
第八章	渐近法	116
第一节	学习要求	116
第二节	基本内容	116
第三节	解题方法和例题分析	118
第四节	自我测试题	125
第九章	矩阵位移法	127
第一节	学习要求	127
第二节	基本内容	127
第三节	解题方法与例题分析	134
第四节	自我测试题	165
第十章	结构的动力计算	167
第一节	学习要求	167
第二节	基本内容	167
第三节	解题思路和例题分析	171
第四节	自我测试题	184

第一章 絮 论

第一节 学习要求

- (1) 了解结构力学课程的基本任务和方法。
- (2) 了解结构和杆件结构的概念和分类,了解荷载的分类。
- (3) 了解结构计算简图的选择原则,初步了解杆件结构的简化过程,重点掌握杆件结构中结点和支座的基本类型。

第二节 基本内容

一、结构和结构的分类

1. 结构

在工程中能承受荷载并起骨架作用的部分称为结构。

2. 结构的分类

按照几何尺寸的不同,结构可分为以下三大类。

(1) 杆件结构:这类结构是由若干根长度远远大于其他两个方向尺寸的杆件组成,如建筑物中由梁和柱组成的梁柱体系。

(2) 板壳结构:这类结构也称薄壁结构,它的厚度远远小于其他两个方向的尺寸。其中,中面为平面者称为薄板,如屋面;中面为曲面者称为薄壳,如大型剧院薄壳屋顶。

(3) 实体结构:三个方向的尺寸为同一数量级的结构,如基础、挡土墙等。

二、结构力学的内容和应满足的基本条件

1. 主要内容

结构力学的主要内容如下:

- (1) 研究杆件结构的组成规律及合理形式。
- (2) 杆件结构的内力和变形的计算原理和计算方法。
- (3) 分析结构的稳定性以及结构在动力作用下的特性和反应。

2. 结构力学应满足的基本条件

结构力学有多种计算方法,但都必须满足以下三个基本条件。

(1) 力系的平衡条件:整体结构或结构的任一部分(如一根杆件、杆件的一部分、结点等)都必须满足力系的平衡条件。

(2) 变形连续条件,即几何条件:它是指结构发生变形后仍是连续的,材料没有重叠和缝隙;同时,结构的变形和位移应满足支座和结点的约束条件。

(3) 物理条件:将结构的应力与应变通过条件联系起来,建立相应的物理方程。

三、结构的计算简图

实际结构是复杂多样的,在计算时用一个简化的图形代替实际结构是必要的,所简化的图形称为结构的计算简图。计算简图的选择是力学计算的基础,选择的好坏直接影响计算工作量的大小和精确程度,如果选择得不恰当,则计算结果不能反映结构的实际工作状态,严重者将会导致计算错误,进而造成工程事故,所以应慎重选择。选择计算简图应遵循的原则如下:

- (1)尽可能地反映实际情况,使计算结果精确可靠。
- (2)略去次要的因素,以便简化计算。

四、结点和支座

1. 结点

在杆件结构中,杆件与杆件之间连接处称为结点。在计算简图中,结构的结点有铰结点和刚结点两种基本类型。

(1) 铰结点:各杆件之间不能相对移动,但可以绕着铰结点自由转动[图 1-1a)],其受力特点是能承受和传递力,但不能承受和传递力矩。

(2) 刚结点:被连接的杆件在连接处既不能相对移动,也不能相对转动[图 1-1b)],其受力特点是能承受和传递力,也能承受和传递力矩。



图 1-1

2. 支座

将结构与基础连接起来的装置称为支座。支座的形式很多,在计算简图中,常见的有辊轴支座、固定铰支座、固定支座和定向支座。

(1) 辊轴支座,也称活动铰支座:被支承的部分可以转动和水平移动,不能竖向移动[图 1-2a)]。这类支座所提供的反力只有竖向反力。

(2) 固定铰支座:被支承的部分可以移动,但不能转动[图 1-2b)]。这类支座所提供的反力有水平方向和竖直方向的反力,没有反力矩。



图 1-2

(3) 固定支座:被支承的部分不允许有任何移动和转动[图 1-2c)]。它提供的反力有水平方向和竖直方向的反力以及反力偶。

(4) 定向支座,又称滑动支座:结构在支承处不能转动,不能沿垂直于支承面的方向移动,但可以沿支承面的方向滑动[图 1-2d)]。这类支座所提供的反力有垂直于支承面的反力和一个反力偶。

五、杆件结构的分类

1. 按其受力特点不同的分类

(1) 梁:梁是一种受弯杆件,其轴线通常为直线。水平梁在竖向荷载作用下无水平支座反力,内力有弯矩和剪力。

(2) 拱:轴线为曲线且在竖向荷载作用下产生水平推力。其内力有弯矩、剪力和轴力,以轴力为主。

(3) 刚架:具有刚性结点的直杆结构。其内力有弯矩、剪力和轴力,以弯矩为主。

- (4) 桁架:由直杆组成且所有结点均为铰结点。当只承受结点荷载时,各杆只产生轴力。
- (5) 组合结构:由梁式杆(以受弯为主的杆件)和链杆组成的结构。其中,梁式杆承受弯矩、剪力和轴力,链杆只承受轴力。

2. 按其计算特点的分类

- (1) 静定结构:利用静力平衡条件即可求出全部反力和内力的结构。
- (2) 超静定结构:不能完全依靠静力平衡条件,需同时考虑变形协调条件和物理条件才能求出全部反力和内力的结构。

3. 按杆件和荷载的位置分类

- (1) 平面结构:各杆的轴线和所受荷载均在同一平面内的结构。
- (2) 空间结构:各杆的轴线和所受荷载不在同一平面内的结构。

六、荷载的分类

荷载是主动作用在结构上的外力。

1. 按作用时间的长短分类

- (1) 恒载:长期作用在结构上的不变荷载,如结构的自重。
- (2) 活载:暂时作用在结构上的可变荷载,如车辆、人群。

2. 按荷载的作用位置是否变化分类

- (1) 固定荷载:在结构上的作用位置不发生变化的荷载,如结构的重力。
- (2) 移动荷载:在结构上的作用位置发生变化的荷载,如公路、桥梁上的汽车荷载。

3. 按荷载作用的性质分类

- (1) 静力荷载:大小、方向、作用位置不随时间变化或变化缓慢(可忽略不计)的荷载,对结构不产生显著的振动,如结构的重力。
- (2) 动力荷载:随时间迅速变化的荷载,它将引起结构明显的振动,如汽车对桥梁产生的冲击荷载。

第三节 结构力学课程的学习要求和方法

一、课程的地位、作用和任务

结构力学是土木建筑工程类各专业的主要技术基础课。课程的任务是在学习理论力学和材料力学等课程基础上,进一步掌握杆件结构的力学计算原理和方法,了解各类结构的受力性能。为学习有关专业课程以及进行结构设计和科学研究提供必要的力学基础,培养学生结构分析与计算等方面的能力。

二、教学的基本内容和要求

1. 几何组成分析

掌握平面几何不变体系的基本组成规则及其运用。

2. 静定结构的受力分析

灵活运用隔离体平衡的分析方法,熟练掌握结构内力图的绘制以及桁架的计算方法;掌握静定的组合结构和三铰拱的内力计算方法;了解静定结构的力学特性。

3. 影响线

理解影响线的概念;熟练掌握静力法和机动法绘制影响线;掌握拱和桁架的内力影响线;掌握最不利荷载位置的确定。

4. 虚功原理与静定结构的位移计算

了解变形体虚功原理的内容及其应用;熟练掌握图乘法计算梁和刚架的位移;了解温度变化和支座移动所引起的结构位移的计算方法;了解变形体的互等定理。

5. 力法

掌握力法的基本原理和用力法计算超静定结构在荷载作用下的内力;熟练掌握对称性的利用;了解超静定结构的位移计算;了解超静定结构的力学特性。

6. 位移法

掌握位移法的基本原理和刚架在荷载作用下的计算。

7. 结构矩阵分析

初步认识有限元原理,了解有限元在结构分析中的运用;了解单元刚度矩阵和结构刚度矩阵的物理意义以及结构刚度方程的建立。

8. 结构动力计算

了解动力计算的基本原理和基本的计算方法;了解阻尼的作用;了解多自由度体系的自振频率和振型的计算。

三、能力培养要求

1. 分析能力

具有初步选择结构计算简图的能力,能根据具体问题选择恰当的计算方法。

2. 计算能力

具有对简单静定结构和超静定结构进行计算的能力,具有对计算结果进行校核的能力。

3. 表达能力

具有一定的逻辑思维能力,作业要清晰、整洁、严谨。

4. 自学能力

具有查阅和利用参考资料的能力。

四、结构力学的学习方法

结构力学是一门系统性、概念性和实用性很强的课程,掌握它的特点,采用恰当的学习方法将会收到良好的学习效果。下面结合本课程的特点,说明学习中应该注意的问题:

1. 基础知识是关键,注意抓“双基”

“双基”即基本概念、基本理论,这是课程的关键所在,要认真掌握。结构力学有很强的概念性,不能认为它仅是一门计算性学科,不能只注重计算方法和计算公式,而忽略对其计算原理和公式物理含义的理解。

2. 学习要循序渐进,避免跳跃性

结构力学内容的系统性很强,前后贯通,环环紧扣,要想学好结构力学必须循序渐进才行。如只有在掌握了静定结构内力分析的基础上,才能进行静定结构的位移计算;只有掌握了静定结构的位移计算,才能解决超静定结构的问题。学习中如果越过某些环节,一定会给后面的学习带来困难。

3. 勤于思考,注重分析方法和解题思路

学习时要着重掌握解题思路,特别是要从具体的算法中学习分析问题的一般方法。比如说,如何将所熟悉的知识与未知的内容联系起来,用已知的方法来解决未知的问题等。

4. 要想学好,在“练”字上很下工夫

多做习题是学习本课程一个极为重要的环节。只有通过做题,才能消化和巩固其中的概念和原理,才能熟练掌握计算方法,才能提高运算能力和解题技巧。学好结构力学的关键在于多做多练。

第二章 平面体系的几何组成分析

第一节 学习要求

通过本章的学习,要求掌握:

- (1) 几何不变体系、几何可变体系、瞬变体系、刚片、约束、自由度等概念。
- (2) 几何不变体系的几何组成规则,能熟练地运用这些规则分析常见平面体系的几何组成。
- (3) 了解静定结构与超静定结构在几何组成上的区别。

第二节 基本内容

一、几个基本概念

1. 几何不变体系

在任意荷载作用下,若不考虑材料自身的变形,体系的形状和位置均不发生变化的体系称为几何不变体系。例如,铰结三角形、地基基础等。

2. 几何可变体系

即使在很小的荷载作用下,体系的形状和位置均发生变化的体系称为几何可变体系。例如,三根链杆实交于一点[图 2-1a)] 及平行等长的三根链杆连接[图 2-1b)] 等情形。

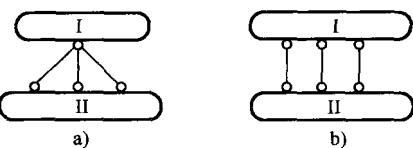


图 2-1

3. 瞬变体系

瞬时变化的一种体系。它是由几何可变体系发生微小变形后成为几何不变的体系称为瞬变体系。例如,三铰共线[图 2-2a)]、三链杆虚交于一点[图 2-2b)] 以及用平行不等长的三链杆连接[图 2-2c)] 等情形。

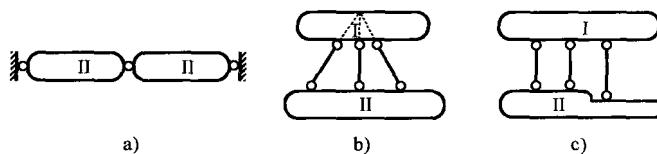


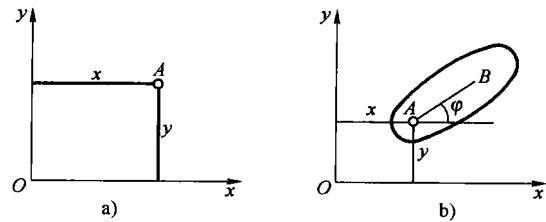
图 2-2

4. 刚片

肯定为几何不变的一部分就可作为一个刚片。例如,我们熟知的刚片有一根杆件、一个铰结三角形和地基基础等。

5. 自由度

自由运动的程度,即确定物体的位置所需独立坐标的数目。例如,平面内一个自由的点具有两个自由度[图 2-3a)],平面内一个自由的刚片具有三个自由度[图 2-3b)]。



6. 约束

起到减少自由度作用的装置称为约束。例

如,连接两个刚片的一根链杆相当于一个约束(即减少了一个自由度)[图 2-4a)];连接两个刚片的铰(单铰)相当于两个约束(即减少了两个自由度)[图 2-4b)];连接 n ($n \geq 3$) 个刚片的铰(复铰)相当于 $n - 1$ 个单铰[图 2-4c)]。

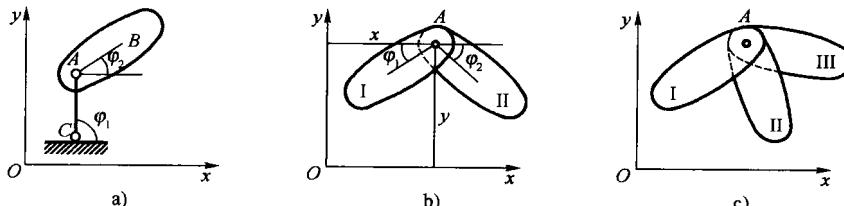


图 2-4

7. 平面体系的计算自由度

一个平面体系通常是由若干根杆件(刚片)加入一些约束组成。按照各杆件都是自由的情况,先算出各杆件自由度总数,再算出所加入的约束总数,将两者的差值定义为:体系的计算自由度,用 W 表示。

即:

$$(\text{体系的计算自由度}) = (\text{自由体的自由度}) - (\text{约束总数})$$

$$W = 3m - (2h + r) \quad (2-1)$$

式中:
 m ——刚片数;

h ——单铰数;

r ——支座链杆数。

运用式(2-1)计算自由度时应注意:

(1) h 是单铰数,如果遇到复铰要注意转换成单铰。

(2) m 是静定的刚片数,如果遇到超静定的刚片(如有一个封闭无铰框)时,约束数应增加 3 个。

(3) 对于完全铰连接体系(链杆体系)也可将结点视为基本组成构件,链杆视为约束,则体系自由度的计算公式为:

$$W = 2j - (b + r) \quad (2-2)$$

式中:
 j ——自由结点数;

b ——结点间链杆数;

r ——支座链杆数。

(4) W 并不一定代表体系的实际自由度,仅说明体系约束数是否足够。

即: $W > 0$ 说明体系缺少足够的约束,一定是几何可变体系。

$W=0$ 说明体系已具有成为几何不变体系所需的最少约束数。

$W<0$ 说明体系具有多余约束。

由此可见：几何不变体系自由度一定满足 $W \leq 0$ ；但 $W \leq 0$ 时体系未必一定是几何不变的。说明 $W \leq 0$ 仅是几何不变体系的必要条件，但不是充分条件。

二、几何不变体系的基本组成规则

1. 三刚片规则

三个刚片用不共线的三个单铰两两相连，所形成的体系是几何不变的，且没有多余约束。

注意：两两相连的单铰，可以是由两根链杆构成的实铰或虚铰。若三铰共线的话则是几何瞬变体系。

2. 两刚片规则

(1) 两个刚片用一个单铰和一根不通过铰的链杆相连，所形成的体系是几何不变的，且没有多余约束。

(2) 两个刚片用既不交于一点也不完全平行的三根链杆相连，所形成的体系是几何不变的，且没有多余约束。

注意：三根链杆的位置关系。三根链杆实交和虚交于一点的情况；三根链杆平行等长和平行不等长的情况。以上两个规则的运用关键在于刚片的选择。

3. 二元体规则

在体系上增加或去掉二元体不改变体系的几何不变性。

注意：二元体是指不共线的两根链杆相交形成新结点的构造。显然，利用此规则可以使分析问题得到简化。

三、静定结构与超静定结构的几何组成特点

(1) 静定结构是没有多余约束的几何不变体系，即自由度 $W=0$ 。

(2) 超静定结构是有多余约束的几何不变体系，其自由度 $W<0$ 。

第三节 解题方法与例题分析

对体系进行几何组成分析时，可利用三个基本组成规则进行分析。在分析时，注意规则的灵活运用。下面是几种常见的分析方法。

(1) 去掉二元体，将体系简化以后再分析。

(2) 上部体系和基础之间仅用满足要求的三根链杆相连，此时可不考虑基础，只分析上部体系。

(3) 当上部体系和基础之间多于三个链杆相连时，这时基础必须作为一个刚片连同上部体系一起分析。

(4) 从体系内找出一个(或几个)基本刚片，逐步增加二元体，扩充刚片后作为大刚片，再利用规则进行分析。

(5) 利用约束和刚片的等效代换，在不改变与周围联结方式的前提下，可以改变它的大小、形状及内部组成。例如，折杆和曲杆可以用直杆等效代换(图 2-5)。

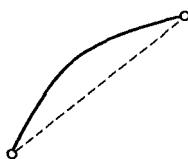
[例 2-1] 试对图 2-6a) 所示体系进行几何组成分析。

解：(1) 先分析基础以上部分。先把链杆 12 作为刚片，再依次增加二元体 1-3-2、2-4-3、

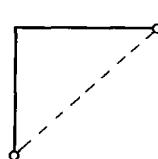
3-5-4, 5-6-4 就可得到图 2-6b), 由“二元体规则”可知, 图 2-6b) 是几何不变的, 且没有多余约束。

(2) 把上述所得体系视为一个大的刚片, 它与基础之间用三根既不完全平行也不完全交于一点的链杆相连, 由“两刚片规则”可知原体系是几何不变的, 且没有多余约束。

由此例可以看出, 当上部体系与基础之间仅用符合规则的三根链杆相连时, 整个体系的几何不变性就取决于上部体系。在这种情况下可不考虑基础, 只分析上部体系。

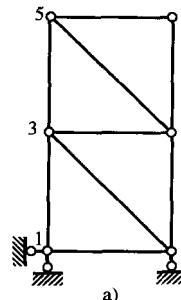


a)

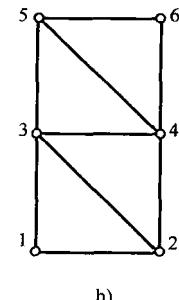


b)

图 2-5



a)



b)

图 2-6

[例 2-2] 试对图 2-7 所示体系进行几何组成分析。

解:(1) 把基础视为刚片 I, 把 ABC 梁视为刚片 II, 两刚片间用一个单铰和一根不通过铰的链杆相连, 由“两刚片规则”可知, 所组成的是几何不变体系, 且没有多余约束。再将这个体系视为较大的刚片。

(2) 把 DEFG 梁视为刚片 III, 它与较大的刚片之间用三根链杆按两刚片规则相连, 由此可知, 此体系是几何不变的, 且没有多余约束。

此例应注意: 在分析中受弯杆必须作为刚片, 而链杆既可以作为刚片也可以当作链杆, 有时当作链杆分析比作刚片更为简单。

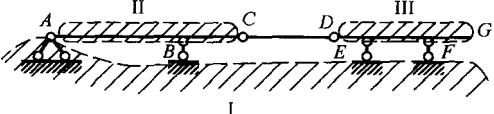
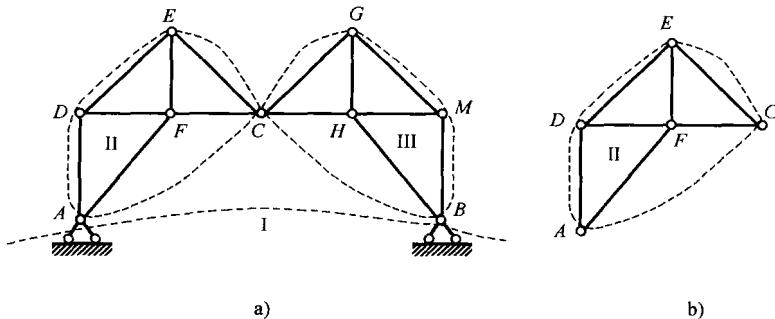


图 2-7

[例 2-3] 试对图 2-8a) 所示体系进行几何组成分析。



a)

b)

图 2-8

解:(1) 由于上部体系与基础之间有四根支座链杆, 故基础作为刚片 I, 在铰结三角形的基础上利用二元体规则形成大的刚片 II、III, 见图 2-8b)。

(2) 刚片 I 和刚片 II 之间由铰 A 联结, 刚片 II 和刚片 III 之间由铰 C 联结, 刚片 III 和刚片 I 之间由铰 B 联结, 此三铰不共线。由“三刚片规则”可知, 此体系是几何不变体系, 且没有多余约束。

由此例可知, 如何通过一个铰结三角形或一根杆获得更大的刚片。在分析比较复杂的体

系时，学会刚片的扩大，选择恰当的刚片非常重要。

[例 2-4] 试对图 2-9 所示体系进行几何组成分析。

解：(1) 把基础视为刚片 I, BEF 视为刚片 II。

(2) 刚片 I 和刚片 II 之间通过 AE、DF(图中虚线链杆)、BC 三根链杆相连，由于三根链杆的延长线相交于一点，所以此体系是一个瞬变体系。

此例应注意：在分析中折杆和曲杆可以用直杆等效代换。

[例 2-5] 试对图 2-10 所示体系进行几何组成分析。

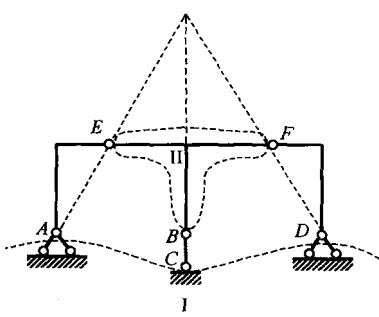


图 2-9

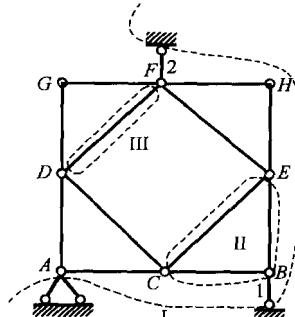


图 2-10

解：(1) 先去掉两个二元体 DGF 和 EHF 。把基础视为刚片 I, 把铰接三角形 CBE 视为刚片 II, 链杆 DF 视为刚片 III。

(2) 刚片 I 和刚片 II 之间由支座链杆 1 和链杆 AC 相连，它们构成的虚铰在 B 处；刚片 II 和刚片 III 之间由链杆 CD 和链杆 EF 相连，它们所形成的虚铰在无穷远；刚片 III 和刚片 I 之间由支座链杆 2 和链杆 AD 相连，它们所形成的虚铰也在无穷远；两个无穷远处的虚铰与虚铰 B 三铰不共线。由“三刚片规则”可知，此体系是几何不变体系，且没有多余约束。

此例应注意：分析时习惯将铰接三角形 ACD 也看成刚片，此刚片与基础和铰接三角形 CBE 之间无法用三刚片规则分析。这样，应放弃 ACD 这个刚片，而将其作为三根链杆来分析。

第四节 自我测试题

1. 单项选择题

(1) 由三刚片组成没有多余约束的几何不变体系，其联结方式是()。

- A. 以任意的三个铰相连
- B. 以不在一条直线上的三个铰相连
- C. 以三对平行链杆相连
- D. 以三个无穷远处的虚铰相连

(2) 图 2-11 所示体系属于()。

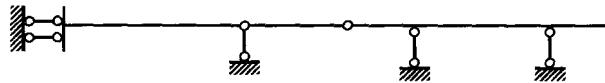


图 2-11

- A. 无多余约束的几何不变体系
- B. 有多余约束的几何不变体系
- C. 几何可变体系
- D. 瞬变体系