

科技用書

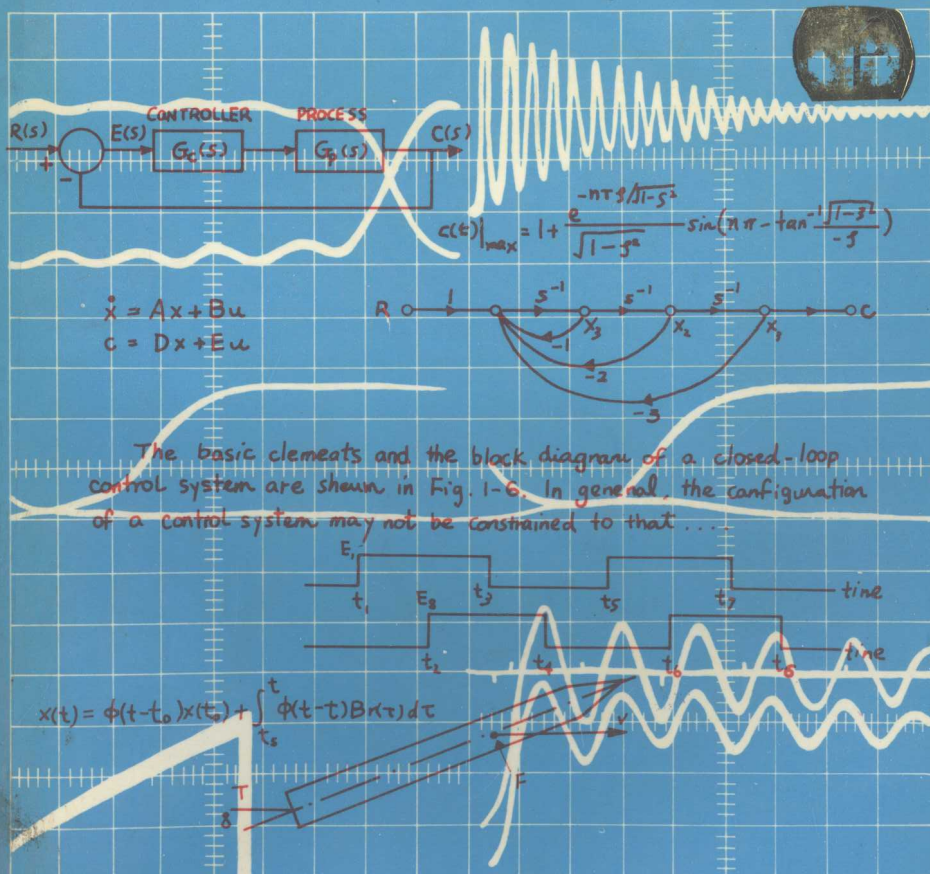
自動控制系統

Automatic Control Systems

陳英忠 譯

fourth edition

Benjamin C. Kuo

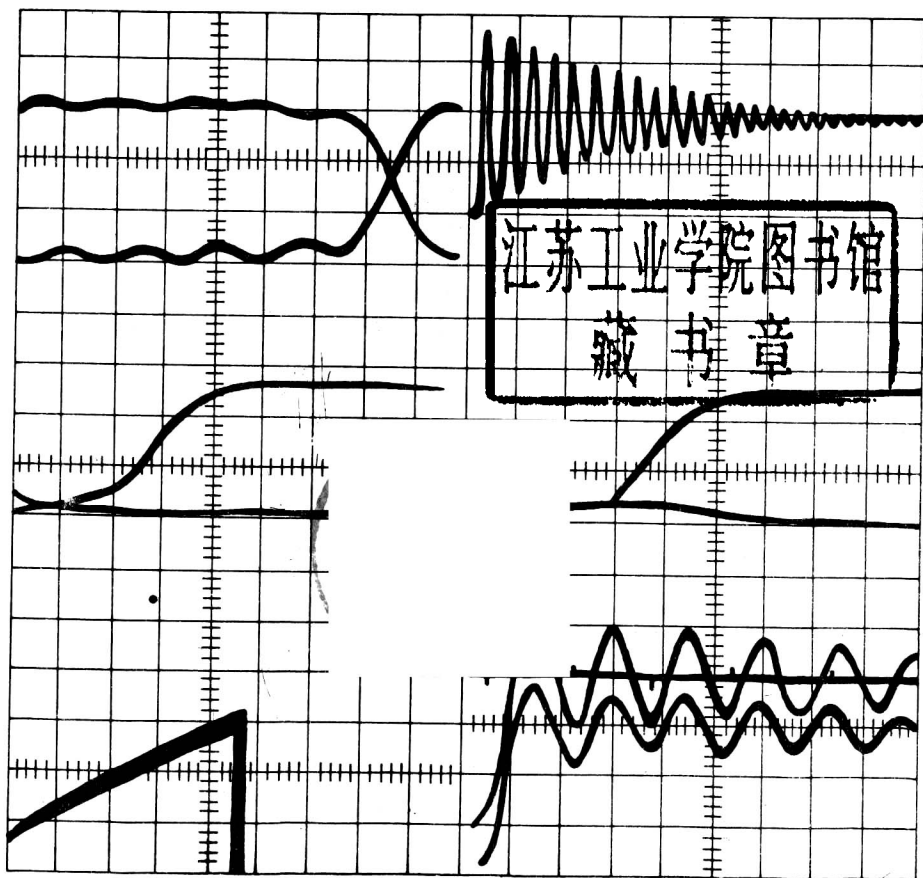


大行出版社印行

科技用書

自動控制系統

Automatic Control Systems



大行出版社印行



中華民國七十二年八月 日初版
書名：自動控制系統(下)(新版)
著作者：陳英忠 譯
發行人：裴振九
出版者：大行出版社
社址：台南市體育路41巷26號
電話：613685 號
本社免費郵政劃撥帳號南字第32936號
本社登記證字第：行政院新聞局
局版台業字第0395號
總經銷：成大書局有限公司
台南市體育路41巷26號
電話：651916 號
特價：平一九五元精二二〇元
編號：T0025-00441
同業友好・敬請愛護

目 錄

第六章	控制系統的時域分析	1
6-1	引 言	1
6-2	控制系統時間響應的典型測試信號	2
6-3	控制系統的時域性能——穩態誤差	5
6-4	控制系統的時域性能——暫態響應	24
6-5	二階系統的暫態響應	25
6-6	印刷輪軸控制系統之時域分析	40
6-7	控制系統的穩定性——引言	58
6-8	穩定性、特性方程式及狀態轉移矩陣	59
6-9	決定線性控制系統穩定性的方法	65
6-10	「魯斯、赫維芝」準則	66
	參考文獻	79
	習 題	81
第七章	根軌跡的技巧	94
7-1	引 言	94
7-2	根軌跡的基本條件	95
7-3	完整根軌跡的建立	101
7-4	根軌跡技巧在解一多項式之根方面的應用	138
7-5	建立根軌跡的一些重要性質	145
7-6	根環線——多參數的變動	155
7-7	具有純時間滯延之系統的根軌跡	165
7-8	離散資料控制系統的根軌跡	179
	參考文獻	185

習 題	191
第八章 控制系統的時域設計	196
8-1 引 言	196
8-2 <i>PID</i> 控制器的時域設計	199
8-3 相位領前與相位滯後控制器的時域設計	214
8-4 極點零點對消控制	241
8-5 次迴路反饋控制	253
8-6 狀態反饋控制	258
8-7 經由狀態反饋的極點安置設計	260
8-8 具有積分控制的狀態反饋	267
8-9 控制器的數位實現	276
參考文獻	282
習 題	282
第九章 控制系統的頻域分析	300
9-1 引 言	300
9-2 奈氏準則	304
9-3 奈氏準則的應用	320
9-4 $G(s)H(s)$ 的加增極點及零點對奈氏軌跡形狀的影響	331
9-5 多迴路系統的穩定性	337
9-6 具有時間滯延的線性控制系統的穩定性	342
9-7 用來畫出轉移函數的數位計算機程式	345
9-8 頻域特性	347
9-9 二階系統的 M_p , ω_p 及頻帶寬度	349
9-10 加增一零點至開迴路轉移函數的影響	354
9-11 加增一極點至開迴路轉移函數的影響	358

9-12	相對穩定性——增益邊際、相位邊際及 M_p	361
9-13	波德圖幅度曲線之斜率與相對穩定性之關係	372
9-14	在 $G(j\omega)$ 平面上常數 M 的軌跡	374
9-15	$G(j\omega)$ 平面上常數相位的軌跡	379
9-16	在「幅度對相位」平面上的常數 M 及 N 軌跡—— 尼可爾斯圖	381
9-17	非單位反饋系統的閉迴路頻率響應分析	387
9-18	頻域中靈敏度的探討	388
9-19	數位控制系統的頻率響應	392
	參考文獻	398
	習 題	400
第十章 控制系統的頻域設計		414
10-1	引 言	414
10-2	相位領先控制器	418
10-3	相位滯後控制器	431
10-4	滯後領先控制器	444
	習 題	449
附錄A 頻 域 圖		455
A-1	轉移函數的極坐標圖	455
A-2	一轉移函數的波德圖(隅角圖)	464
A-3	「幅度對相位」圖	478
附錄B 拉氏轉換表		481

第六章 控制系統的時域分析

6-1 引言 Introduction

因在大多數的控制系統中，時間常被用作為自變數 (independent variable)，所以令人感興趣的是，評估系統的狀態及輸出時間響應。在分析問題時，外加一參考輸入信號於系統，然後研究它在時域的響應，藉以評估這系統的性能；譬如，若控制系統的目的是，使輸出變數儘可能地追隨著輸入信號（由某一起始值開始追隨），則必須以時間函數來表示輸入及輸出，然後比較之。因此，大部份的系統都是以時域來作為其工作性能的最後計算。

一控制系統的時間響應通常可分為兩部份：暫態響應 (transient response) 及穩態響應 (steady-state response)。若 $c(t)$ 表示一時間響應，則，一般而言，它可寫為

$$c(t) = c_t(t) + c_{ss}(t) \quad (6-1)$$

上式中

$c_t(t)$ = 暫態響應

$c_{ss}(t)$ = 穩態響應

在系統和網路理論中，穩態的定義尚未完全統一。在網路分析中，定義一穩態變數為「對時間而言響應為一定值」是較有用的；然而，在控制系統之研究中，穩態響應定義為當時間達到無窮大時的響應比較適合。因而，一正弦波形因當時間趨近無窮大時其在任何期間的行為皆是固定，故可當做一穩態響應。相似地，若一響應由斜波函數

(ramp function) $c(t) = t$ 描述之，則其亦為穩態響應，雖然它會隨著時間增加。

暫態響應乃定義為響應的一部份，此部份當時間變很大時，其值趨近於零。因而 $c_t(t)$ 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_t(t) = 0 \quad (6-2)$$

的性質。穩態響應亦可敘述為響應的一部份，此部份在暫態消失後仍保留著。

所有的控制系統在穩態到達前多多少少會顯出暫態現象。因轉動慣量、質量及電感在物理系統中是不可避免的，所以響應不能瞬間立即跟隨著在輸入端的突然改變，而暫態是經常可觀察到的。

因此，一控制系統的暫態響應是具有重要性的，此乃因其為系統動態行為的一部份；所以在穩態到達前，響應及輸入或所期望的響應之間的偏差必須密切地注意。穩態響應當與輸入比較時，可以指出系統最後的精確度。若輸出的穩態響應不與輸入的穩態響應完全吻合，則稱此系統有一穩態誤差。

控制系統的時域研究，本質上包括計算系統的暫態與穩態響應。在設計問題中，所給的要求通常是暫態和穩態的工作特性，而控制器必須被設計得符合所有要求。

6-2 控制系統時間響應的典型測試信號

Typical Test Signals for the Time Response of Control Systems

不像許多電路及通信系統，很多實用控制系統所加的輸入激勵事先都是不知道的。在很多情況中，一控制系統的真實輸入是以對時間成隨機 (random) 形式而改變的。例如，在雷達追蹤系統中，受追蹤的目標其位置及速率可能以一種不可預測的方式而改變，所以它們不能以一數學式子確定地表示之；此對設計者是一難題，因為要設計

一控制系統使其對任何輸入信號皆能執行是很困難的。爲了分析及設計的目的，有必要假設一些基本的輸入函數使得一系統的性能可由這些測試信號加以評估。若適當地選擇這些基本測試信號，則不僅問題的數學處理可加以系統化，而且由這些輸入所產生的響應也可用來預測此系統對其他較複雜輸入的性能如何。在設計問題中，性能標準(performance criteria)可依據這些測試信號而加以決定，而可以設計一系統來符合此標準。

當一線性非時變系統的響應在頻域中加以分析時，是使用具有可變頻率的正弦輸入。當輸入頻率由零改變至超出此系統特性的有意義範圍之外時，以輸入及輸出之間的幅度比及相位差來表示的曲線可畫出爲頻率的函數。從系統的頻域特性有可能預測其時域行爲。

爲了便於時域分析，下列明確的測試信號常被用到。

步級輸入函數 Step input function 步級輸入函數爲參考輸入變數中一瞬間的改變。譬如，若輸入爲一機械軸的角位置，則步級輸入乃表示此軸的突然轉動。一步級函數的數學表示式是

$$r(t) = \begin{cases} R & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (6-3)$$

上式中 R 爲一常數；或

$$r(t) = Ru_s(t) \quad (6-4)$$

上式中 $u_s(t)$ 爲單位步級函數。步級函數在 $t=0$ 處未加以定義。作爲時間函數的步級函數示於圖 6-1(a)。

斜坡輸入函數 Ramp input function 在斜坡函數的情形時，信號被當作爲對時間有一固定變化的值。數學上，一斜坡函數可表爲：

$$r(t) = \begin{cases} R t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (6-5)$$

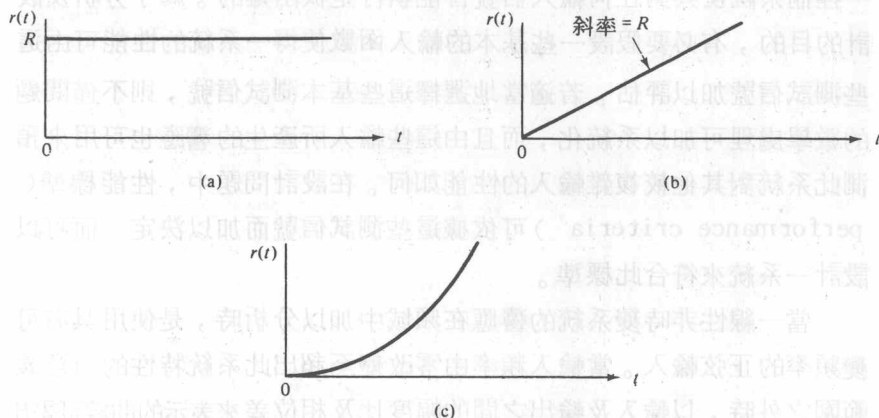


圖 6-1 控制系統的基本時域測試信號 (a) 步級函數輸入 $r(t) = Ru_s(t)$
 (b) 斜坡函數輸入, $r(t) = Rtu_s(t)$ 。
 (c) 拋物線函數輸入, $r(t) = Rt^2u_s(t)$

或僅為

$$r(t) = Rtu_s(t) \quad (6-6)$$

斜坡函數示於圖 6-1(b)中。若輸入變數為一軸的角位移, 則斜坡輸入表示此軸等速率的轉動。

拋物線輸入函數 Parabolic input function 一拋物線輸入函數的數學表示式為

$$r(t) = \begin{cases} Rt^2 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (6-7)$$

或簡單地為:

$$r(t) = Rt^2u_s(t) \quad (6-8)$$

拋物線函數的圖形表示法示於圖 6-1(c)。

這些測試信號皆有一共同的特徵, 即皆易於以數學式子描述之, 而且從步級函數至拋物線函數, 它們對時間改變更快。步級函數做為

一測試信號是相當有用的，因其幅度的起始瞬間躍值（jump）可顯示有關係統響應的快慢。同時，原則上，因步級函數在其頻譜上有一寬的頻帶——此乃躍值不連續的結果，故做為一測試信號其相當於具有寬頻率範圍的多種正弦波信號之應用。

斜坡函數有能力測試系統對時間成線性改變之信號的響應。一拋物線函數比一斜坡函數更快一「次」（one degree）。實用上，很少發現需要使用比拋物線函數更快的測試信號，此乃由於——將於下文證實——爲了追蹤或跟隨一高階輸入，此系統必須也是高階的，結果將會遇上穩定度的問題之故。

6-3 控制系統的時域性能——穩態誤差

Time-Domain Performance of Control Systems—the Steady-State Error

在前幾節曾提及穩態誤差是當控制系統外加某一特定型式的輸入時，對於系統精確度的測量。在實際系統中，由於摩擦、瑕疵、以及系統本身的影響，輸出響應的穩態恰好符合參考輸入者不多。因此，在控制系統中的穩態誤差幾乎是不可避免的，而設計問題中的目標之一是保持最小的誤差，或在某一可容忍的值以下。實際上，在控制系統中的誤差種類及其相對的誤差容許可以在一極廣泛的範圍內變化。例如，在一速度控制系統中，實際的速度與所期望的速度之間的差異是一個速度誤差。很多控制系統是設計來作位置控制的，在此情況下，實際上所控制的位置與所期望的位置之間的差異爲位置誤差。

控制系統精確度的要求，完全視控制系統的目標而定。舉例來說，若所控制的變數是升降梯的位置，則可以容許穩態誤差保持在幾分之一吋。相似地，在攜有爆炸性彈頭之飛彈導引控制中，雖然直接命中目標是最理想的，但只要導引飛彈至目標物的附近即可。而另一方面，某些控制系統的誤差要求卻極爲嚴格。例如，在大太空望遠鏡（the Large Space Telescope）〔一具有大望遠的太空梭〕的控制

中，瞄準的精確度是以微徑 (microradian) 來測量的。

在穩態誤差的分析研究開始之前，先研究引起控制系統穩態誤差的因素是很有用的。

由非線性元件所引起的穩態誤差

(Steady-State Error Caused by Nonlinear Elements)

控制系統的大多數誤差都是由於某些非線性特性所引起的，像非線性摩擦或死區 (dead zone)。例如，用於控制系統的放大器有如圖 6-2 所示的輸入輸出特性，則當輸入訊號大小小於死區時，放大器之輸出將為零，而此控制將不能修正誤差。相似地，圖 6-3 顯示一繼電器 (relay) 的輸入輸出特性，此特性將產生與死區大小有關的穩態誤差。

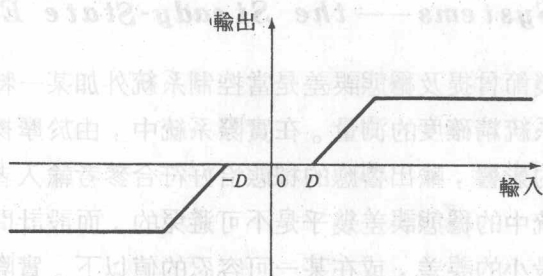


圖 6-2 具有死區的放大器之典型輸入輸出特性

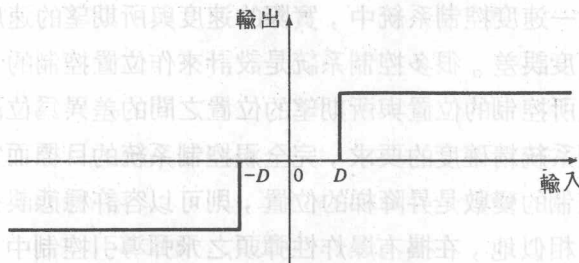


圖 6-3 有一死區的繼電器之典型輸入輸出特性

使用於控制系統的數位元件如微處理機，它的輸出訊號僅能取間

續或量化準位 (quantized level)。此性質如圖 6-4 的量化特性 (quantization characteristics) 所示。當量化器 (quantizer) 的輸入在 $\pm q/2$ 之內時，輸出是零，而系統將有一誤差，其大小與 $\pm q/2$ 有關。此種類的誤差稱為量化誤差 (quantization error)。

當涉及實際物體的控制時，摩擦幾乎是不可避免的。以下我們說

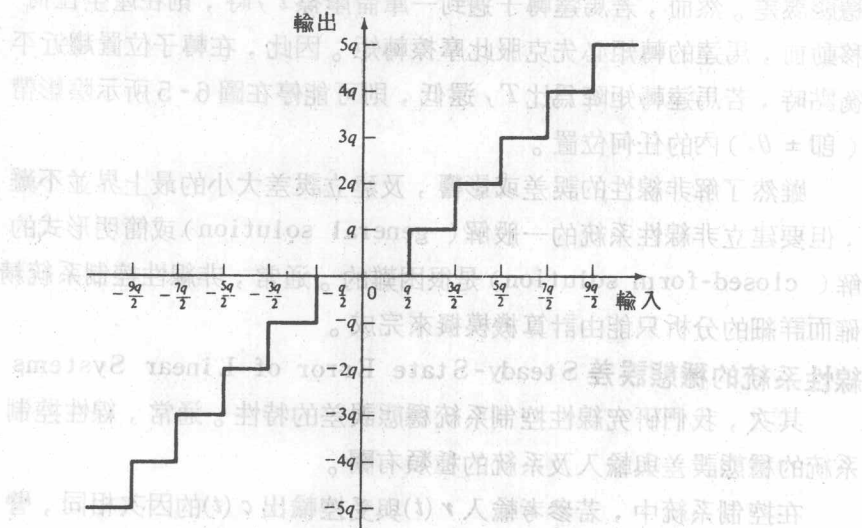


圖 6-4 量化器之典型的輸入輸出特性

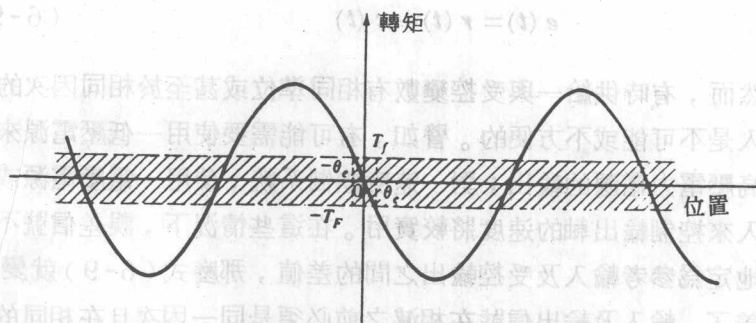


圖 6-5 含有庫侖摩擦的步進馬達之轉矩角度曲線

明庫倫摩擦 (Coulomb friction) 是引起控制系統穩態誤差常見的因素。考慮一步進馬達產生的轉矩和轉子位置的關係如圖 6-5 所示。O 點表示一穩定平衡點。在 O 點任一邊的力矩代表一反轉力矩，當一有角位移擾動發生時，此轉矩有將轉子拉回平衡位置的趨勢。當沒有摩擦發生時，具有如圖 6-5 所示轉矩位置關係的步進馬達被認為是零穩態誤差。然而，若馬達轉子遇到一庫倫摩擦 T_f 時，則在產生任何移動前，馬達的轉矩必先克服此摩擦轉矩。因此，在轉子位置趨近平衡點時，若馬達轉矩降為比 T_f 還低，則可能停在圖 6-5 所示陰影帶 (即 $\pm \theta_c$) 內的任何位置。

雖然了解非線性的誤差或影響，及建立誤差大小的最上界並不難，但要建立非線性系統的一般解 (general solution) 或簡明形式的解 (closed-form solution) 是很困難的。通常，非線性控制系統精確而詳細的分析只能由計算機模擬來完成。

線性系統的穩態誤差 Steady-State Error of Linear Systems

其次，我們研究線性控制系統穩態誤差的特性。通常，線性控制系統的穩態誤差與輸入及系統的種類有關。

在控制系統中，若參考輸入 $r(t)$ 與受控輸出 $c(t)$ 的因次相同，譬如，一電壓控制一電壓、一位置控制一位置、……等等，而且兩者在相同的準位，則誤差信號可簡要地表為

$$e(t) = r(t) - c(t) \quad (6-9)$$

然而，有時供給一與受控變數有相同準位或甚至於相同因次的參考輸入是不可能或不方便的。譬如，有可能需要使用一低壓電源來控制一高壓電力電源的輸出；對一速度控制系統，使用一電壓電源或位置輸入來控制輸出軸的速度將較實用。在這些情況下，誤差信號不能簡單地定為參考輸入及受控輸出之間的差值，那麼式 (6-9) 就變為無意義了。輸入及輸出信號在相減之前必須是同一因次且在相同的準位。因而，一非為 1 的元件 $H(s)$ 通常加入反饋路徑中，如圖 6-6 所

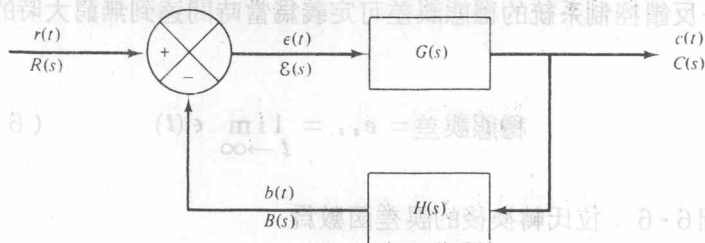


圖 6-6 非單位反饋控制系統

示。此非單位反饋控制系統的誤差可定為

$$\epsilon(t) = r(t) - b(t) \quad (6-10)$$

或

$$\epsilon(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s) \quad (6-11)$$

例如，若一 10 伏的參考電壓用來調整一 100 伏的電壓供應器，那麼 H 為一常數，其值等於 0.1。當輸出電壓恰為 100 伏時，其誤差信號為

$$\epsilon(t) = 10 - 0.1 \cdot 100 = 0 \quad (6-12)$$

另舉一例，考慮圖 6-6 所示的系統為一速度控制系統，因輸入 $r(t)$ 做為一參考來控制系統的輸出速度，令 $c(t)$ 代表其輸出位移，那麼，就需要如轉速儀的裝置於反饋路徑中，使得 $H(s) = K_t s$ ，所以速度的誤差可定為

$$\begin{aligned} \epsilon(t) &= r(t) - b(t) \\ &= r(t) - K_t \frac{dc(t)}{dt} \end{aligned} \quad (6-13)$$

當輸出速度 $dc(t)/dt$ 等於 $r(t)/K_t$ 時，誤差變為零。

一反饋控制系統的穩態誤差可定義為當時間達到無窮大時的誤差；即，

$$\text{穩態誤差} = e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) \quad (6-14)$$

參照圖 6-6，拉氏轉換後的誤差函數為

$$\mathcal{E}(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (6-15)$$

利用終值定理，系統的穩態誤差為

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \mathcal{E}(s) \quad (6-16)$$

上式中 $s \mathcal{E}(s)$ 必須沒有極點位於 s 平面的虛軸上及其右半平面上。將式 (6-15) 代入式 (6-16) 可得

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s R(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (6-17)$$

此顯示出穩態誤差依參考輸入 $R(s)$ 及迴路轉移 $G(s)H(s)$ 而定。

首先以 $G(s)H(s)$ 的形式來建立控制系統的類型 (type)。一般而言， $G(s)H(s)$ 可寫為

$$G(s)H(s) = \frac{K(1+T_1s)(1+T_2s)\cdots(1+T_ms)}{s^j(1+T_as)(1+T_bs)\cdots(1+T_ns)} \quad (6-18)$$

上式中 K 及所有的 T 皆為常數。反饋控制系統的類型乃參考 $G(s)H(s)$ 在 $s=0$ 處極點的階數而定的。因而，由式 (6-18) 的 $G(s)H(s)$ 所描述的系統為類型 j 的，而 $j=0, 1, 2, \dots$ 。對系統類型而言 m ， n 及 T 的值並不重要，而且不影響穩態誤差值。譬如，一具有

$$G(s)H(s) = \frac{K(1+0.5s)}{s(1+s)(1+2s)} \quad (6-19)$$

的反饋控制系統為類型 1，因 $j = 1$ 。

現在考慮輸入類型對穩態誤差的影響。吾人僅考慮步級、斜坡及拋物線輸入。

由一步級輸入所產生的穩態誤差 **Steady-state error due to a step input** 若加於圖 6-6 控制系統的參考輸入為幅度 R 的步級輸入，則輸入的拉氏轉換是 R/s ，式 (6-17) 變為

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s R(s)}{1+G(s)H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{1+G(s)H(s)} = \frac{R}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)} \quad (6-20)$$

方便起見，定義

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) \quad (6-21)$$

其中 K_p 為步級誤差常數 (step error constant)，那麼式 (6-20) 可寫為

$$e_{ss} = \frac{R}{1 + K_p} \quad (6-22)$$

由上式可知當輸入為一步級函數時，若要 e_{ss} 為零，則 K_p 必須無窮大。若 $G(s)H(s)$ 由式 (6-18) 所描述，則可知要 K_p 為無窮大， j 必須至少等於 1，即 $G(s)H(s)$ 必須至少有一次純積分。因而，可將由一步級輸入所產生的穩態誤差摘要於下：

類型 0 系統：

$$e_{ss} = \frac{R}{1 + K_p} = \text{常數}$$