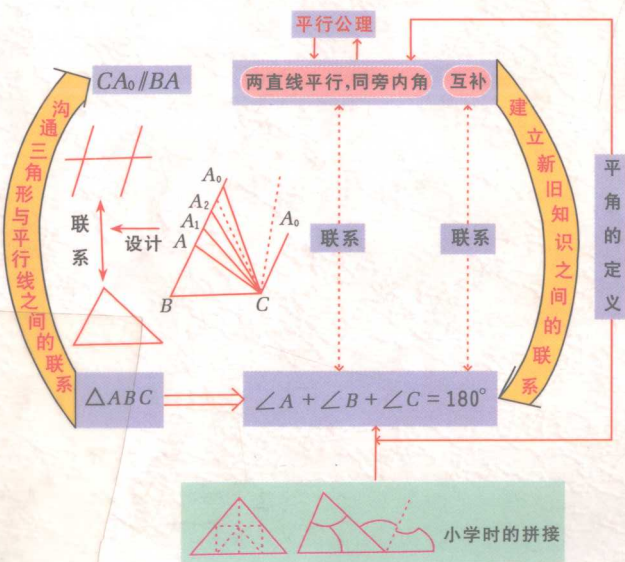


中学数学课例分析

罗增儒 著



陕西师范大学出版社

罗增儒数学教育书系

中学数学课例分析

罗增儒 著

陕西师范大学出版社

图书代号:JF187900

图书在版编目(CIP)数据

中学数学课例分析/罗增儒著. - 西安:陕西师范大学出版社,2001.7
(罗增儒数学教育书系)

ISBN 7-5613-1132-X

I.中… II.罗… III.数学课-中学-教学法 IV.G634.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 027898 号

责任编辑	朱永庚
封面设计	徐 明
责任校对	郭延萍
技术设计	徐 明
出版发行	陕西师范大学出版社
社 址	西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)
网 址	http://www.snuph.com
经 销	新华书店
印 刷	西安交通大学印刷厂
开 本	850×1168 1/32
印 张	11.375
字 数	251 千
版 次	2003 年 2 月第 2 版
印 次	2003 年 2 月第 1 次
印 数	5001~8000
定 价	15.00 元

开户行:光大银行西安南郊支行 账号:0303070-00330004695

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与发行科联系、调换。

电 话:(029)5251046(传真) 5233753 5307864

E-mail: if-centre@snuph.com

内 容 简 介

本书通过丰富的课例提炼,深入浅出地介绍了建构主义、元认知等现代理论,并在理论与实践的结合上阐述了教学过程的分析,教学设计的实施和数学解题的自我调控。是中学数学教师更新观念、增强素质、提高教学艺术的合适教材,也可作师范院校教材教法课的参考读物。

前言

1. 在给教育硕士讲授数学教学论的过程中,我们使用过“案例教学”的方法,通过典型课例的研讨来学习教育理论与教学技能,积累了一些“案例教学”的经验,编印了一本《中学数学的几个典型课例及点评》讲义。

与此同时,我们深深介入到《中学数学教学参考》杂志的“课例点评”栏目,自1996年以来,或是编写课例,或是点评课例,或是既编又评,发表了20多篇文章(有一部分署以各种笔名,以便从不同角度来展开),积累了一批课例分析的素材,这个栏目也已成为《中学数学教学参考》杂志的特色栏目之一。

当前,在“素质教育”的大环境下,教育观念要更新,教师素质要优化,教学艺术要丰富,课堂效果要提高,……这么多的事情都要做,从哪里去寻找切入口呢?笔者认为关键在于“课堂45分钟”,改革的种种举措,教师的千辛万苦,都要落实到课堂上的分分秒秒。优化课堂教学应是实施素质教育的主渠道。

正是在这三个实践积累与思想认识的背景之下,当2000年接受中学数学骨干教师国家级培训任务时,我们迈开了一个新的步伐,作出了一个果断的选择,将原先的一种教学方法策划为一门课。经过两期培训的实践与探索,思想逐渐明晰,把课程目标定位为:

(1) 掌握建构主义的教学观;

- (2) 增强元认知发展的自觉性;
- (3) 提高数学教学设计的艺术性;
- (4) 培养数学教学研究的能力。

而学习方式则采取了3条措施:

- (1) “讲授、自学、讨论”三结合;
- (2) “学习、反思、写作”三兼顾;

(3) 采用报刊或教学第一线的最新资料,以增强学习的研究性与现实感。

这些,经过充实与整理,就构成了这本书。

2. 本书的课例处理和编写结构虽然注意到了理论的系统性和现代气息,但主要还是从教师的实际出发并为教师的自我提高服务的。第1章首先是熟悉课例分析的含义与做法,并立即应用于教学过程的分析;有两个课例重在体现“案例教学”的三个步骤,另有五个课例则分别涉及概念教学、公式教学和定理教学,有意覆盖数学教学的各个方面,也有意为后面两章的理论提炼作出铺垫。

第2章首先进行学习理论的简单介绍,重点是通过三个课例的分析,去了解建构主义的理念和基本原则;然后,与教学实际相结合,研究教学设计,深入探讨了数学归纳法的一个设计和无穷情境的众多设计技术;这当中,既有完整的课例又有“没有结束语”的课例,既有教学课例又有解题课例、情景性课例和测试分析,既有讲授型课例又有活动探究型课例;在这些课例中,已经涉及到教学观、学习观、教师观、学生观和数学观,这是本书的重点。

第3章首先呈现课例的分析,从中引出元认知的概念与结构,并运用于知识教学和解题教学;然后,结合数学的实际和本人在题海遨游的体验,提出发展元认知的一个具体途径——进行解题过

程的分析,详细提供了两个自我意识、自我调控、自我超越的课例。这些,就是本书的基本内容。

3. 最后,我们想对本书中的课例作出4点说明。

(1) 本书的课例有某种广泛性。课例中出现的学习对象包括大、中、小学生和幼儿园的孩子,主体在初中、高中部分;课例中涉及的教学内容包括概念教学(如课例6、课例10),公式教学(如课例5),定理教学(如课例3、课例4、课例7、课例8、课例11、课例19),法则教学(如课例15),解题教学(如课例16、课例17、课例18、课例20);课例中涵盖的教学方法有讲解法、发现法、谈话法、讨论法等。

(2) 本书的课例有明显的教研目的。多数课例(特别是笔者编写的)都是为了在教师中展开讨论而设计的,分析评论也大多是以教师为对象进行的,读者应重在学习设计的思想、方法和技术,重在吸取有益的教训上。在使用这些课例时还应根据学校的条件和学生的水平作出相应的调整。世界上不会有两个雷同的学例,从某种意义上说,思维的批判性可以说是元认知的同义语。

(3) 所有的课例都是在独立的情况下设计和进行的,其分析评论也有相对的独立性,因而出现理论重复与技术重叠在所难免。并且理论提炼本身有一定的局限性,所以本书不能代替读者的系统学习。正因为如此,同时也为了方便读者进行资料收集和系统研究,我们在每一小节都提供了阅读建议。

(4) 本书中的大部分课例和“教师总结”都是笔者编写的,其错误由本人负责。另外还选用了几个教师的教案(或学例),选用了部分教育硕士、骨干教师的发言,在此一并致以诚挚的谢意,如有引用不当的地方亦由笔者负责。

本书写作过程中参阅了大批资料,基本上都在“阅读建议”或

“参考文献”中作出标注,专此表示衷心的感谢。

趁此机会,笔者要怀着内疚的心情,向远在广东的 80 高龄老母亲遥祝春节快乐、身体健康。但愿这本小书能稍微减轻我们母子间沉重的思念和思念的沉重。

罗增儒

2001 年春节于西安

目 录

第1章 数学课例的教学过程分析

1.1 课例分析的认识	(1)
1.1.1 课例分析及其在教师教育中的作用	(1)
1.1.2 课例分析的组织	(3)
1.1.3 课例 1: 幼儿园小女孩学“集合”	(3)
1.1.4 课例 2: 在“三角形内角和定理”的课堂上	(11)
练习 1.1	(17)
分析课例 3: “一元二次方程根与系数关系”的发现 ..	(17)
分析课例 4: 数学教学的情节——“直线和平面平行” 的教学镜头片段	(22)
1.2 常规课例的教学过程分析	(32)
1.2.1 教学过程的认识	(32)
1.2.2 课例 5: 公式法解一元二次方程	(35)
1.2.3 课例 6: 函数的奇偶性	(72)
1.2.4 课例 7: 垂直于弦的直径	(106)
练习 1.2	(121)
分析课例 8: 弦切角	(121)

第2章 数学课例的建构观分析

2.1 建构主义的认识	(129)
2.1.1 两种学习理论	(129)
2.1.2 建构主义	(142)

2.1.3 课例 9:大学生直觉猜想能力的一次小测试·····	(149)
2.1.4 课例 10:数轴	(157)
2.1.5 课例 11:一堂没有结束语的课程——三角形 内角和定理	(183)
练习 2.1	(205)
分析课例 12:“糖水浓度与数学发现”的系列活动课 ..	(205)
分析课例 13:一节小学六年级的数学课外活动课	(223)
2.2 建构主义的教学设计	(227)
2.2.1 教学设计的认识	(227)
2.2.2 无穷情境的设计技术	(236)
2.2.3 课例 14:数学归纳法的教学设计	(246)
练习 2.2	(276)
分析课例 15:有理数的乘法	(276)
第 3 章 课例分析与元认知培养	
3.1 元认知的认识	(286)
3.1.1 元认知	(286)
3.1.2 课例 16:一道三角求值题	(300)
练习 3.1	(307)
分析课例 17:尚未成功的课例	(307)
分析课例 18:一道最佳投资应用题的风波	(315)
3.2 学会进行解题过程的分析	(323)
3.2.1 解题过程的分析	(323)
3.2.2 课例 19:等腰三角形的性质	(335)
3.2.3 课例 20:一道几何题的解题分析	(341)
练习 3.2	(347)
全书主要参考文献	(350)

第1章 数学课例的教学过程分析

本章的基本要求是:了解课例分析的基本含义和实施步骤,学会进行课例分析,将从常规教学的角度分析定义教学的课例、公式教学的课例、定理教学的课例.

1.1 课例分析的认识

1.1.1

课例分析及其在教师教育中的作用

1.1.1.1 课例

课例是体现教育理论与教学技能的教案或课堂实录.它是具有典型意义的教学过程,在形式上可以是学生学数学的生动故事,又可以是教师教数学的有趣设计,还可以是教学实践上遇到的困惑的记录(包括突发事件).一个好的课例应该具有3个基本特点.

1. 典型性:首先,课例是现实问题的缩影,应具有相对完整的情节,使得能反映出数学教学活动的基本过程;同时,这些活动与过程能够体现数学教育的内在规律,体现教学设计的基本思想.这当中,有成功的范例,也有“尚未成功”的典型情景.

2. 研究性:这是指课例本身具有时代气息、现实意义、借鉴作用和理论探讨的价值,可以正面获得经验或反面获得教训,提炼出(或印证了)某些理论或观点.

3. 启发性:这是指课例本身具体、生动、有趣、能提出问题,能引发思考,能产生观念上的不平衡.

1.1.1.2 课例分析

课例分析是一种通过典型教学过程的分析来学习教育理论与教学技能的教学方式。

本书中的课例包括教学课例、解题课例、情景性课例。课例分析的重点在分析,即重在分析课例所体现的理论要素,重在分析其对教学的启示。

由于课例分析的教学内容针对性强,接近实践,因而有利于理论与实践相结合地学习。又由于课例分析形象具体,能给学员以丰富的信息和感性的材料,因而可以调动学员学习的积极性、主动性,有利于学员的参与,其效果是教师单纯讲解所不能替代的。

1.1.1.3 课例分析在师资培训中的作用

对于中学数学教师的培训来说,课例分析有特别重要的作用。

1. 通过课例分析,可以帮助学员实现从教学实践经验到教育理论的升华。学员本身有很丰富的教学积累,但大多停留在经验的水平上,从课例分析中能体验乃至学会“如何上升”。

2. 通过课例分析,可以提高学员进行教学设计的自觉性与能力。学员大多有较强的教学能力,不少人进行过很好的教学设计,组织过很好的教学活动,却自己也说不清楚它的理论依据,“课例分析”能帮助学员从自发的行为转变为自觉的行动。

3. 通过课例分析,可以培训学员对教学实践进行理论研究的能力,每一节课例分析课,其实就是一次教学研讨会,一次联系实际的学术研讨会。

1.1.1.4 课例分析与举例说明的区别

1. 课例在课例分析中处于主体地位,举例说明在教学中上处于辅助地位。在课例分析中,阐述原理、运用知识、培养能力等教学任务都是借助于课例来完成的。

2. 课例分析是组织学员进行独立学习、锻炼能力的一种手段,举例证明则是辅助教师说明问题的一种手段。

3. 在课例分析中,课例比举例的例子更典型、更丰富、涵盖面也更广泛。

“课例分析”与日常教研活动中的“评优课”也是不同的,前者要从课例中分析出理论观点,后者则是运用理论观点去分析课例。

1.1.2 课例分析的组织

分三步进行

1. 教师提供课例,学员体会情景

较长的课例可以课前提供,较短的情节可以随堂呈现.提供的方式可以是录像、文字或口头.这一步的难点在于采集合适的课例,教师每天都有教学活动,但能够拿来进行分析的课例应该具有典型性和研究性,使得通过分析能提炼出理论因素来.这需要从实践中多采集、多整理.

2. 教师组织讨论,学员分析材料

这是一个师生互动、生生合作的学习过程.一般说来,每个课例都可以从多个角度进行分析,每个学员又都有自己的兴趣指向,如果引导启发不当,有的学员会不知从什么地方开始谈,有的学员会只谈现象与枝节.因此,教师需要充分了解课例的内容,提前进行精心的准备,临场还得有机敏灵活的动态调节.为了使讨论相对集中,可以随课例的呈现提出几道重点思考题.

3. 教师总结评述,学员掌握原理

这一步主要由教师进行,教师的总结首先要有理论深度,使学员确实学到东西;其次要体现现场讨论的情况.但是,无论教师提前如何精心准备,都不可能事先包括现场的动态活动过程,所以,教师必须一面组织讨论,一面充实调整总结的内容,这对教师的理论修养、组织能力都是极大的挑战,常常要留下许许多多的遗憾.这也难怪,教学本来就是一门遗憾的艺术.

1.1.3 课例1:幼儿园小女孩学“集合”

本课例是“课例分析”的第一节,因而具有两个目的:其一,是

熟悉课例分析的三个步骤;其二是提炼建构主义的一些基本观点(但不出现建构主义的名词)。

第一步 出示课例

(新数学运动强调应当在中小学甚至幼儿园及早地引入“集合”概念,以下是在这一背景下发生的一个案例。)

一个数学家的女儿由幼儿园放学回到了家中,父亲问她今天学到了什么?女儿高兴地回答道:“我们今天学了‘集合’。”数学家想道:“对于这样一个高度抽象的概念来说,女儿的年龄实在太小了。”因此,他关切地问道:“你懂吗?”女儿肯定地回答:“懂!一点也不难。”这样抽象的概念难道会这样容易吗?听了女儿的回答,作为数学家的父亲还是放心不下,因此,他又追问道:“你们的教师是怎样教的?”女儿说:“女教师先让班上所有的男孩子站起来,然后告诉大家这就是男孩子的集合;其次,她又让所有的女孩子站起来,并说这就是女孩子的集合;接下来,又是白人孩子的集合,黑人孩子的集合,等等。最后,教师问大家:‘是否都懂了?’她得到了肯定的答复。”这样的教学法似乎也没有什么问题。因此,父亲就以如下的问题作为最后的检验:“那么,我们能否以世界上所有的匙子或土豆组成一个集合呢?”迟疑了一会,女儿最终回答道:“不行!除非它们都能站起来。”(转引自郑毓信《数学教育哲学》P.183)

重点思考题

(1)“女教师”是怎样组织“集合”教学的?为什么教师所传授的知识不是“女儿”所回答的?幼儿园里的“男孩子集合”、“女孩子集合”、“白孩子集合”、“黑孩子集合”与作为原始数学概念的集合有什么区别?

(2)“女儿”为什么说集合学习“一点也不难”?又为什么要强调匙子和土豆都“站起来”?这到底是“教师”的教学内容问题,还是“学生”的学习基础问题,抑或是“数学家”的评估方式问题?如何认识“女儿”学习中的错误?

(3)世界上所有的匙子或土豆“组成的集合”与“幼儿园里部分

孩子(男、女、白、黑)”组成的集合有无不同?对于幼儿园孩子认识集合概念而言,是“女教师”的教学不对头还是“数学家”的提问不恰当?幼儿园能不能渗透集合概念?

(4) 谈谈你由课例引发的任何想法。

第二步 学员讨论

学员 1:谈三点意见

1. “女教师”采取了直观、形象的教学方法和原则,易于为幼儿接受.但“女教师”所传授的不能说是准确的集合知识,而仅仅是渗透集合概念而已.集合是指一组对象的全体,其中的对象(元素)可以是任何东西,而“女教师”在传授中的对象仅限于“孩子”,并且把“站起来”也混到了集合的概念中(不是教师有意混进去的),使“女儿”误以为“站起来”也是集合概念所必需的条件.“女儿”的迟疑表明,她存在着“对象不是孩子”的东西能否构成集合的疑问,还认为集合的对象都必须“站起来”.如果“女教师”不让孩子“站起来”,而只说“所有男孩子就是男孩的集合”则可以避免“站起来”的问题;如果“女教师”还能举出一些以苹果等其他东西为对象的集合例子,更进一步举出不同类东西并在一起组成集合的例子,“女儿”就会顺利地通过“数学家”的考试.

2. “女儿”是聪明的孩子,“女儿”的错误也是教师造成的,可见教师的责任重大和关键.

“女儿”认为“一点也不难”是因为教师采取了符合“女儿”年龄特征的教学方法.而且“女儿”也确实理解了“女老师”的讲解(尽管有问题).“数学家”认为难(“会这样容易吗?”)是他把“女儿”的理解标准提高到了准确集合概念的理解上了,这就太难为“女儿”了,“女儿”理解中的难和数学家理解中的难,含义并不相同.

3. “数学家”是一位真正的数学家,也是一位好父亲,“数学家”喜欢从数学家的角度来认识和理解问题,不管“世界上”的任何东西(匙子或土豆)在他眼中都能抽象为集合的元素.由于他爱女心切,也就顾不得“世界上”所有的东西“女儿”是否都知道,如果他能

拿来一些土豆和匙子而去掉“世界上”，同样会检验出“女教师”的失误。再如果他能分两次问“女儿”：所有的土豆能否组成一个集合？所有这些土豆或匙子能否组成一个集合？那么他不仅是数学家、好父亲，也一定是一位优秀的幼儿教师。

教师：你是否认为女教师把“站起来”作为学习集合的载体本身就不对？消除“非本质属性”的泛化，是不是一定要消除“非本质属性”本身。

学员1：让学生“站起来”的做法凸显了集合和它的元素，使学生“看得清”、“易接受”，但没有突出集合概念的本质属性，而且给学生传递了与概念无关的信息，干扰了学生的正确理解。

教师：如果老师在说明“站起来的男孩组成集合”的同时，加一句话，“坐着的女孩也组成集合”，小朋友还会不会把“站起来”作为集合的本质属性？

学员2：那就不会了。不过我认为，女教师无意中强化的“站起来”，恰好说明了女儿的聪明，她小小年纪能够从四次不同类别（男、女、白、黑）的活动中，归纳出共同的因素，所以，女儿的错误是可爱的错误。

学员3：女教师从儿童身边的实例出发介绍集合，使幼儿能粗浅了解集合的概念，是符合直观性教学原则的，这首先应该肯定，但也在教学中犯了两个错误，一个是单调的重复（四次站起来），二是只有教师的单边活动，没有启发学生思维的过程，学生只是服从教师的指令站起来，站起来之后也没有体现出对集合概念的本质参与。同样，女教师问大家“是否都懂了”也只是形式上的反馈，齐声回答掩盖着很多东西，数学家一问，矛盾就暴露了。

教师：大家先议一议，在这个学习活动中，有没有学生的参与？教师对学生是主宰还是组织？然后再议一议数学家的提问。

学员4：应该承认女教师组织了学生的参与，考虑到幼儿对活动的特有兴趣，考虑到每一个孩子都作为“元素”去组成集合，我们还不能说孩子们的参与都只是表层次的形式。当然，在反馈阶段，

让孩子们举出一个集合的例子,肯定会比“齐声答懂了”效果更好,参与程度也更实质。

学员5:女儿所学到的只是几个具体的集合,它与数学家所理解的抽象概念是不同的,具体的例子发生在“幼儿园里”,是“可见的”、“有限的”、由“人”组成的,理解起来就“一点也不难”。并且一类孩子站起来组成的“集合”(名词),与听到哨音到操场去排队“集合”(动词),有相似性,两者很容易融会到一块,也很容易混淆。

教师:是否可以认为,儿童以“到操场去排队集合”作为建立“男孩子集合”等的一个“原有生活经验”时,两者的共同性很多(人、集中在一起等),因而,教师的设计未注入新的因素,未能引起认知冲突。如果加上“男孩子与桌子”也组成集合,必能激发儿童更多的思维参与。学生的思维参与是更实质性的参与。

学员6:对,女教师的思维设计与学生原有的思维水平相差较少,落差太低,“女儿”接受起来就很容易,而数学家提出的问题,更接近集合概念的本质,与“女儿”原有的思维水平落差较大,脱离了学生的实际。可以说,女教师的要求低了点,数学家的要求高了点。

学员7:数学家可以先问“爸爸、妈妈和你是否组成一家人的集合?”然后问“盘里的土豆是否组成一个集合?”这就更恰当一些。

教师:大家对有关问题发表了很好的意见,基本的方面都提到了。更可喜的是,大家的发言都经过了独立思考,既有共识,又有分歧,既有学术气氛,又有学术水平。下面,我来作四点归纳。

第三步 教师总结

这个有趣的案例,向我们展示了包含有教师、学生和数学家的行为、思想情感在内的生动描述,在小女儿兴高采烈地回家到说出可笑答案的对比中,有引发沉重思考的悬念,其中给我们最突出的感受是:学生满以为已经学到的东西,并非教师所努力传授的东西。整个过程采用了倒叙的方法,描述了3个主要情节:(1)教师教学的情节。(2)学生学习的情节;这与教师的教并列进行。(3)数学家评估的情节;分为两个阶段,首先是询问教与学的过程,然后用一道题目来检查教学效果。