

中學數學教學法

劉開達編

商務印書館發行

中學數學教學法

劉開達編

商務印書館發行

中華民國三十八年一月初版

◆(55753)

中學數學教學法一冊

定價 拾元

印刷地點外另加運費

編纂者 劉開達

發行人 夏鵬
上海河南中路

印刷所 商務印書館
商務印書館

發行所 商務印書館
各地

* 版 權 所 有 *
* 翻 印 必 究 *

編輯大意

(一)本書之編輯：係以編者多年教學經驗為根據，並參考有關書籍雜誌多種，歷年餘而完成。專供中等學校數學教師參考，及師範學院學生教本之用。

(二)本書之內容：共分十章。前五章係根據教育理論，來闡述數學教學之目標、教材、原則等問題；後五章係依照實際經驗，來說明數學各科教學的實施方法。其理論力求淺近，方法注重實用。

(三)本書之結構：尙屬完備有條。與普通坊間所出譯本，往往過重教學理論，缺少分科教法；（尤其是高深的數學科目）或內容雜亂者，似有不同。

(四)本書之特點如下：

(1) 第三章中，有應用教學原理之數學教學原則十四條，乃係教師進行教學時之重要規律。

(2) 第四章中，有數學教學的重要信條及普通技術，與第六章以後之各科教法，乃係教師實施教學時之有效方法。

(3) 第五章中之成績考查，詳論考查要點，並列舉記分辦法。與教學設備中所附“中等數學參考書目”均為教師之重要參考資料。

(4) 在各科中，凡是難於教學的部份，本書均有特殊的教法，以供採用。如算術中的整分數四則應用題解法，代數中的析因式法，幾何中的相切、相交、共線點、共點線、共圓點、共點圓證法等是。

(5) 在各科中，凡是極其重要的部份，本書亦有特別的說明，以利教學實施。如算術中的百分、利息等問題解法，幾何中的作圖與軌跡探求，三角公式記憶法等是。

(五) 本書在編輯時，所參考之書籍雜誌甚多，統此向各著作人表示謝忱。

(六) 本書稿成後，蒙何魯先生指導修改及汪桂榮先生詳細校訂，謹此誌謝。惟編者學識淺陋，時間匆促，掛漏之處，仍恐難免，尙希海內賢達，加以指正是幸！

編者誌於沙坪壩國立重慶大學

三十六年五月

目 次

第一章 中學數學教學的現狀及其應有的目標

第一節 中學數學教學的失敗及其原因……………1

失敗原因——(一)學習見解謬誤 (二)教學目標錯誤
(三)教學方法陳腐 (四)教材選擇失當 (五)
教學設備簡陋

第二節 數學的價值及中學數學教學的目標……………8

價值——(一)實用的價值 (二)訓練的價值 (三)
數學本身的價值

目標——(甲)部頒的中學數學教學的目標 (乙)汪
桂榮氏擬定的中學數學教學目標

第二章 中學數學教材的研究

第一節 教材的範圍與選編……………15

(一)教材的範圍 (二)選擇的標準 (三)編排的法
則

第二節 中學數學教材大綱……………20

(一)初中數學教材 (二)高中數學教材

第三章 中學數學教學的基本原則

第一節 學習定律及其在數學教學上的應用 31

學習定律——(1)練習律 (2)效果律 (3)預備律
(4)相屬原則

應用——(原則 1)→(原則 4)

第二節 教學方式與教學方法及其在數學教學上的應用 ... 34

教學方式——(1)講演式 (2)問答式 (3)自學輔導
式 (4)實驗式

教學方法——(1)綜合法與分析法 (2)演繹法與歸
納法 (3)探討法

應用——(原則 5)→(原則 11)

第三節 教學原則及其在數學教學上的應用 43

教學原則——(1)至(6)

應用——(原則 12)→(原則 14)

第四章 中學數學教學的普通技術

第一節 教學過程與數學教案 48

教學過程——(一)海爾巴脫的五段教學法 (二)莫
利生的單元教學法

數學教案——(一)算術教案舉例 (二)幾何教案舉

例 (三)三角教案舉例(略案)

第二節 數學教學的重要信條63

(一)教得要淺要少還要慢 (二)多啓導問答與注重自動 (三)多練習、複習與獎勵參考 (四)多查考試驗與競賽 (五)要注意個性差異 (六)要指示學習方法 (七)要重視學科性質和學生類別

第三節 數學教學的一般技術66

(一)如何進行有效的講解 (二)如何鼓勵學生預習 (三)如何吸引並維持學生的注意力 (四)如何培養和保持學生的學習興趣 (五)如何減少個別差異在教學上的影響 (六)如何指導並鼓勵學生演題 (七)如何活用教學的方法

第五章 成績考查與教學設備

第一節 成績考查75

(一)成績考查的功用 (二)成績考查的種類 (三)成績考查的要點 (四)記分制度與施行要點

第二節 教學設備83

(一)教室中應有的設備 (二)圖書室中應有的設備 (三)學生應有之工具 (附)中等數學參考書目

第六章 算術教學法

第一節	概述	92
第二節	基本算法的教學方法	95
	(一)怎樣教整小數四則及括號 (二)怎樣教分數百分法及其與小數的互化運算 (三)怎樣教速算及省略算 (四)怎樣教比例開方及整數性質 (五)怎樣教複名數	
第三節	應用問題的教學方法(上).....	100
	(一)怎樣教整小數四則應用問題 (二)怎樣教整數性質應用問題 (三)怎樣教百分法應用問題	
第四節	應用問題的教學方法(下).....	108
	(四)怎樣教分數應用問題 (五)怎樣教利息應用問題 (六)怎樣教比及比例應用問題	

第七章 代數教學法

第一節	概述	124
第二節	初等代數教學方法	129
	(一)怎樣開始教代數 (二)怎樣教析因式法 (三)怎樣教恆等式方程式與應用問題 (四)怎樣教級數、	

指數與對數 (五)怎樣教比例、變數法函數與圖解

第三節 高等代數教學方法……………158

(一)怎樣教待定係數法 (二)怎樣不等式,不定方程式,及高次與高次聯立方程式解法 (三)怎樣教極限與不定形,極大與極小,及二項與多項式定理 (四)怎樣教排列組合及或然率 (五)怎樣教方程式論 (六)怎樣教行列式及消去法 (七)怎樣教無窮級數

第八章 幾何教學法(上)

第一節 概述……………194

第二節 實驗幾何教學方法……………200

(一)實驗幾何的概述 (二)怎樣教學生利用量法及直覺來發現幾何事項與關係 (三)怎樣教學生利用補割術來求出直線形的面積 (四)怎樣教學生利用簡易測量來明白相似形、全等形、及三角形邊比的特性 (五)怎樣教簡易作圖

第三節 初中平面幾何教學方法……………211

(一)怎樣教幾何裏的定義 (二)怎樣教初步的命題 (三)怎樣教證題法 (四)怎樣教直線、直線形、及圓 (五)怎樣教基本軌跡及簡單作圖 (六)怎樣教比例,

相似形及面積

第九章 幾何教學法(下)

- 第一節 高中平面幾何教學方法……………231
- (一)怎樣複習初中幾何 (二)怎樣教各種證題方法及作補助線法 (三)怎樣教特種問題的證法 (四)怎樣教軌跡 (五)怎樣教作圖 (六)近世幾何的教學
- 第二節 立體幾何教學方法……………257
- (一)立體幾何與平面幾何的教學程序問題 (二)模型問題 (三)教學的方法

第十章 三角教學法

- 第一節 概述……………265
- 第二節 初中數值三角教學方法……………267
- (一)怎樣教銳角三角函數定義 (二)怎樣教三角函數的關係式與特別角的三角函數值 (三)怎樣教直角三角形解法與查函數表 (四)怎樣教簡易測量問題
- 第三節 高中三角教學方法……………276
- (一)怎樣教學生記三角公式 (二)怎樣教任意角三

角函數及其化爲銳角三角函數的方法	(三)怎樣教
斜三角形解法及應用問題	(四)怎樣教三角恆等式，
方程式及消去法	(五)怎樣教反三角函數
(附) 解析幾何教學法述要·····	306
(一)解析幾何教學的特殊目標	(二)解析幾何教學
的注意要點	(三)解析幾何教學方法概要

中學數學教學法

第一章

中學數學教學的現狀及其應有的目標

第一節 中學數學教學的失敗及其原因

數學一科，在我國一般中學裏，被列爲主要的課程，已經有四十多年的歷史了。學校當局對於它的注意，教師學生對於它的重視，以及社會人士留心它的進展，都已達到相當程度；可是這課程，在學校裏的實施情形與其所表現的成績，實在令人失望，我們看一看下面的統計數字，就可見一斑了。現在先來看教育部在民二十一年公佈十四省市畢業會考成績統計，數學得列入高初中最優的科目的，僅浙江一省；而列入最劣的科目的，高中有九省市，初中竟多至十二省市，這無疑義的是表示數學成績爲會考各科中的最劣一科了。戰前的情形是如此，至於在抗戰時期，學生數學程度的低落，更是可怕。我們又可根據四川省第十一屆畢業會考成績統計的報告，計參加會考的學生七千六百三十三人中，數學一科不及格的，有二千零四十九人之多，佔全體人數百分之三十七強，這也可看出數學是會考成績中最

劣的一科。同時在每年暑期各校招生的時候，有很多大學和高中，談到考生成績，都是報告數學成績惡劣，不得不降低錄取標準，或減少錄取人數，並一再提醒高初中學校當局的注意。這一切事實，都表明了我國學生數學成績太差，而需要大家來設法改進的。

至於各學校裏，關於數學教學實施情形，又是怎樣呢？除了少數學生，真真喜歡數學，還能努力學習而外，大多數學生對於數學，爲了升級、升學、或就業考試的關係，被逼迫的來注意它，但又懶得去學習，因此就發生恐懼，由恐懼而生厭惡，因厭惡而更不去學習。於是平常在教室裏，不大注意聽講，課後不大做練習題，到了考試的時候，就想盡方法來舞弊，遇到萬不得已的情形，那就往往“放棄不學”了。再談到教師，除了一部份受過專業訓練和富有教學經驗的優良教師而外，多數教師既無教學經驗，又不懂教學方法，往往教起數學來，照着書上教材，只管自己儘量向下教，而不管學生懂與不懂，習題是可以不繳的，板演更談不上，課外參考一層，根本就沒有書，考試起來，也就只好大家馬馬虎虎了。因此在教完每一段教材以後，究竟全班學生能得到多少，實在是成問題的。這雖不是所有中學都是如此，但確有很多學校總不免有這種現象，不過有程度的深淺和人數的多寡不同罷了。

總之，我國中學數學教育，無論就實施的情形或成績的表現來看，的確都是失敗的。因此釀成目前中等教育方面的一個嚴重問題。我們要解決這個問題，就得先把它癥結所在，考查清楚，茲就個人及許多專家的意見，綜合起來，約有下列幾點：一

〔第一〕學生方面的原因爲（一）學習見解謬誤——學生是學習數學的主體，所以他們對於數學的見解，非常重要，可是很多的學校裏，因爲沒有優良的教師來指導，以致許多學生不能澈底了解，學習數學的意義，就不免發生許多誤謬的見解，如：

（1）有些學生不明白數學的真正功用，往往誤認數學爲將來學習理工的預備學科，倘是他將來不預備學習理工學科，那就對於數學，大可混混了事。

（2）又有些學生，不了解數學的真實性質，以爲數學的推理深奧，了解困難，方法繁雜，學習不易，收效要比較其他學科難，於是大家有些望而卻步，不敢嘗試，而不願意來學習數學了。

（3）還有些學生，不知道如何學習數學的方法，他們往往把數學當作其他學科一樣的看待。在學習的時候，也不過是聽聽講，看看書，記記定義，定理和公式，就得了，並不能對於預習、復習、練習的工作，下一番工夫，所以他們這樣學習的結果，也是不免失敗的。上面的三點不過是學生的重要誤謬見解，至於其他也還有種種原因，如以爲自己天資太差，而不敢去學習的，

又以為自己非常聰明，而常常躡等去學習的，這都是造成失敗結果的主要因素。

〔第二〕教師方面的原因——(二)教學目標錯誤——教學的目標，關係於教學至為重要，無論教材的選擇，教法的應用，均以此為依歸。因此數學教學的進行，若無正確的目標，猶如無舵之舟，不僅難登彼岸，且易遇險，大有差之毫釐，失之千里的情形。我國中學的數學教師有少數的人，在上課時候照本宣揚，根本就不注意教學目標；至於其注意教學目標的教師，又常常發生兩種錯誤：(1)認為中等數學教學的目標，在於專家的訓練——這就是希望一般中學生，將來均能成為數學專家，因此對於教材的選擇，極力求其組織嚴密，理論深奧，而不顧學生學習心理與能力。(2)認為中等數學教學的目標，在於升學的準備——因此對於教材的選擇，在注重少數著名大學的入學試題，並努力使學生熟練，而不顧數學的教育價值及其與社會人生的關係。於是他們為了達到上述兩種錯誤目標，不得不將高等數學與重要的難題，用最簡捷的注入法，儘量填入學生腦海中。固無論一般學生，能否接受，確屬問題；即有少數極優良的學生，其結果雖稍有所得，亦往往食而不化，暫時強記而已。

(三)教學方法陳腐——歐美各國自十九世紀以來，研究教育不遺餘力，教學方法已有極大進步。現就數學教學的情形而

言，如 1901 年英之培里，主張尚實用，棄理論，尚歸納，棄演繹；廢去數學講演室，設置數學實驗室，繼起者爲法之坦奴里，德之克雷因、李之曼等，及美之穆爾相繼提倡。自此以後，各國對於中等數學教學，無不力圖改進，如修訂課程，編選教材，與研究教法等，一方面由大學教授指導，一方面由中等教師研求，其中以美國人的興趣最爲濃厚，最著者有中央數學科學教師會及中學數學需要委員會，中學升學需要委員會等的成立，此外並由各師範學院研究中學師資的培養，各著名中學設數學試驗學程。所以美國對於中學數學的教學，能有極大貢獻的就在此。反看我國數學教師，多數因爲未受專業訓練，以致對於擔任教師工作，亦不甚感覺興趣，因而在教學方法方面，根本就不願研究，另外有若干教師，自以爲是，又不屑去研究，結果所用方法，數十年來遞相因襲，一成不變，講演注入傳統教學方法，視爲標準的法則，使學生完全處於無條件的承受地位，結果以記憶代替理解，以模倣代替思索，而多數喪失意志自由，與自發創造的能力。甚至還有少數教師，根本不明白教學的原則與學習的心理，常常喜歡來代替學生工作，如大綱摘要的編製，與較深習題的演解，會自告奮勇來替他們做，叫學生去抄一抄，這不但勞而無益，而且使學生囫圇吞棗，隨記隨忘，更是貽害不淺的。

〔第三〕其他方面的原因 (四)教材選擇失當——中等