南京大学金陵学院 王国英 编著

工程数学

概率统计 离散数学

（三）

清华大学出版社

南京大学金陵学院 王国英 编著

工程数学

（三）

概率统计 离散数学

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本套《工程数学》是为高等学校计算机、电子、通信类专业编写的数学教材，共分 3 册. 本书是第 3 册，包含概率与统计和离散数学两部分内容. 其中概率与统计部分包括概率论的基础知识、条件概率与事件的独立性、随机变量及其分布、二维随机变量及其分布、随机变量的函数及其分布、随机变量的数字特征、统计基础、统计量和抽样分布、参数估计、假设检验；离散数学部分包括数理逻辑、集合、关系与函数、代数系统、图论.

本书着眼于基本概念、基本理论和基本方法，强调直观性和应用背景，注重可读性，方便自学. 另外配有教学参考书《工程数学习题与解答》供教师、学生参考使用.

图书在版编目（CIP）数据

工程数学（三）/王国英编著. --北京：清华大学出版社，2010.1
ISBN 978-7-302-21591-2

Ⅰ. ①工… Ⅱ. ①王… Ⅲ. ①工程数学—高等学校—教材 Ⅳ. ①TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 225359 号

责任编辑：冯 昕 王海燕
责任校对：刘玉霞
责任印制：王秀菊

出版发行：清华大学出版社 **地 址**：北京清华大学学研大厦 A 座
http://www.tup.com.cn **邮 编**：100084
社 总 机：010-62770175 **邮 购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京市人民文学印刷厂
装 订 者：三河市溧源装订厂
经 销：全国新华书店
开 本：185×230 **印 张**：22.75 **字 数**：495 千字
版 次：2010 年 1 月第 1 版 **印 次**：2010 年 1 月第 1 次印刷
印 数：1～3000
定 价：33.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。
联系电话：010-62770177 转 3103 产品编号：034660-01

序 言

数十年来，我一直感到计算机专业学生在大学期间要学“大学数学”3 学期，“概率与统计”1 学期，“数值方法”1 学期，“离散数学”1 学期，累计共有 6 学期的数学课，占用的学时太多，并且教材内容过于强调理论推导，而后继专业课需要的一些知识如复变函数、积分变换却很少涉及. 结果教师难教，学生难学，教学效果差. 造成这种结果的原因很多，其中之一是缺少一本好的涉及面宽、结合实际、比较直观、由浅入深、适于培养应用型人才和工程型人才的《工程数学》教材. 这类教材国外较多. 2005 年南京大学金陵学院院长姚天扬教授一行访问英国时，Essex 大学赠送给他们的一本该校所用的《工程数学》就是这样的教材.

南京大学金陵学院为了推动“大学数学”和“离散数学”等课程的改革，特邀具有丰富教学经验、长期从事“大学数学”、“线性代数”、“离散数学”和“数值方法”等课程教学工作的南京大学数学系王国英教授主持这项工作. 王国英教授等经过多年苦心钻研和一年多在金陵学院计算机专业的试教，编著了这套《工程数学》教材. 本教材有下列特色：

(1) 它是根据国内工程类专业和应用类专业的需求，结合实际教学情况，参考国外新近出版的《工程数学》教材写成的. 它强调打好应用基础，为后继专业课服务，而不是像过去有关教材那样只是从数学到数学，缺少与工程类专业和应用类专业有关知识的联系.

(2) 内容结合实际、涉及面宽. 它由微积分、复变函数、积分变换、线性代数、数值方法、概率与统计，以及离散数学等内容组成，每章均配有例题和习题，几乎涵盖了工程类专业和应用类专业所需的所有数学基本知识.

(3) 使用该教材只需要 3 学期，但对工程类专业和应用类专业的本科生来说，所学的知识已经基本满足需要，这样他们就可以有更多的时间学习其他重要课程.

(4) 讲法直观，如定积分的定义不从积分和的极限抽象定义出发，而由曲边梯形面积的计算引入，避免了过于繁琐的推导和过于理论化的论述.

(5) 注重讲解基本概念、基本原理和基本知识，注意培养和提高学生的

逻辑思维能力、解题能力以及应用数学知识解决实际问题的能力.

(6) 结构紧凑，系统性强，避免了过去各门课程部分内容重复的情况. 如以前概率与统计和离散数学都要讲一遍计数基础，本教材就没有这种情况.

总之，这是一本在国内十分紧缺、非常急需、与国际上所用的《工程数学》教材接轨、富有特色的新教材. 它可作为高等院校，特别是应用型高校、独立学院、民办院校培养工程型人才和应用型人才有关专业的教科书，也可作为相关人员的自学参考书.

南京大学金陵学院
计算机专业主任、博士生导师、教授
张德富
2009 年 4 月 23 日

前言

本套《工程数学》是南京大学金陵学院的一个教改项目，是根据高等学校计算机、电子信息、通信工程等专业工程数学的教学要求而编写的. 工程数学是以上各专业的重要基础课，教材的写作目标就是向读者展示工程数学的实用性，为相关专业的学生提供必要的数学基础知识.

本套教材较全面地介绍了工程数学的理论和方法. 共分 3 册，包括 7 大部分，内容涉及微积分、复变函数、积分变换、线性代数、数值方法、概率与统计及离散数学. 教材取材较为广泛，除包括对定义、理论的深入浅出的陈述外，还配备了大量的实例、图表；为培养学生的解题技巧和分析问题的能力，还选配了不少难易程度不同的例题和习题. 内容由浅入深，层次分明，各部分既有联系，又相对独立，通俗易懂，便于自学.

目前，国内外已出版了不少工程数学教材，有许多值得学习和借鉴之处. 在编写本教材时，编者虚心听取了校内外同行的建议和指教，并参考了不少有关教材(如清华大学、南京大学、浙江大学、同济大学等高校出版的有关教材). 本书学习国内外教材的经验，简化了微积分中的某些概念，强调直观和应用背景，大大减少了初学者的困难；还听取了有关专家的建议，在离散数学中加入了递归、生成函数、鸽舍原理等有实际应用价值的内容.

作为教材，本书在编写时充分考虑了不同层次读者的需要. 本书打“*”部分的内容可以作为选讲部分；习题分为 A、B 两组，A 组是必须掌握的基本内容，B 组要求较高，对有志考研的学生大有裨益，一般学生可以不做. 本教材已在计算机、软件、电子、通信等专业试用过，分 3 个学期讲完，每学期 100 学时. 如果时间不够，第 1 册中的第 5 章广义积分、第 6 章微分方程和差分方程简介及第 8 章中的理论可少讲或不讲；第 2 册第 3 篇线性代数中的第 9 章欧氏空间与二次型可略讲或不讲，第 4 篇数值方法可以不讲；第 3 册第 1 篇概率与统计中的第 9 章、第 10 章以及第 2 篇离散数学中第 11 章的 11.8 节和 11.9 节、第 14 章和第 15 章可适当少讲或不讲；这些内容可作为学生的课外阅读材料.

在本书的编写和出版过程中，自始至终得到了南京大学金陵学院院长王

殿祥教授、姚天扬教授,信息科学与工程系主任李元教授、张德富教授及马传渔教授、田志明老师的关心和帮助.同时要感谢清华大学出版社的王海燕副编审、赵从棉编辑以及金陵学院的刘晶晶同志,她们为本书的出版付出了辛勤的劳动.南京大学数学系吴兆金副教授提了许多有益的建议,在此一并感谢.

由于作者学识和经验有限,书中不当之处在所难免,敬请专家、同行和读者不吝赐教.

南京大学金陵学院

王国英

2009年6月

目 录

第1篇 概率与统计

第 2 篇　离散数学

第 1 篇

概率与统计

第 1 章

概率论的基础知识

1.1 随机试验、样本空间、随机事件

在自然现象与社会现象中，有一类现象在一定条件下必然发生. 例如，向上抛一枚硬币必然下落，异性电荷必互相吸引，等等. 这类现象称为**确定性现象**. 但是还存在另一类现象，它们在发生之前，其结果是不确定的. 例如，在桌面上方掷一枚硬币，落下后可能正面朝上也可能反面朝上. 这类现象常称为**随机现象**. 相对结果一定的确定性现象，一般随机现象的研究有更多的困难. 但是随机现象也不是毫无规律可言，事实上这些随机现象在大量重复试验或观察下. 它的结果也会呈现一定的规律性，例如多次重复掷一枚硬币得到正面朝上的次数大致有一半. 这种大量重复试验或观察中所呈现的固有规律性称为**统计规律性**. 随机现象在个别试验中其结果呈现不确定性而在大量重复试验中其结果又具有统计规律性. 概率论和数理统计(Probability Theory and Mathematical Statistics) 就是研究随机现象的统计规律性的一门数学学科. 这个学科几乎在所有自然科学和社会科学学科中，特别在军事科学、现代经济科学中有大量的应用.

众所周知，任何学科的研究都需要通过"试验"与"观察". 而随机现象的观察与试验就称为**随机试验**. 与通常所说的试验不同，随机试验是指具有以下几个特点的试验：

(1) 在相同条件下可以重复进行；

(2) 每次试验结果不止一个，能事先明确试验的所有可能结果；

(3) 每次试验恰好出现这些可能结果中的一个，但试验前无法预知会出现哪一个结果.

注意，一个随机试验，总有试验目的. 即使使用同一工具，按相同条件进行，但是根据不同的目的，所有可能的结果的集合将不同，这时应视为不同的试验.

例 1.1 如掷骰子后观察顶面的点数，所有可能的结果的集合就有不同的情形：

试验目的	所有可能的结果的集合
是奇数还是偶数	{奇数，偶数}
点数	{1,2,3,4,5,6}
是否大于 3	{大于 3，小于或等于 3}

上表中表示的三个随机试验，由于试验目的不同，所有可能的结果也不同，应视为三个不同的随机试验.

随机试验通常用字母 E 表示.

下面介绍概率论中几个基本术语或概念.

1. 样本空间

随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的**样本空间**(sample space)，通常记为 Ω. 样本空间的元素即随机试验 E 的每个可能结果称为样本空间中的一点，简称为**样本点**，也称为基本随机事件或**基本事件**，常记为 x 或 e.

样本空间的元素是由试验目的所确定的，试验目的不一样，其样本空间也不一样. 样本空间有以下三种类型.

(1) 有限集合：样本空间中的样本点的个数是有限的.

(2) 无限可列集合：样本空间中样本点的个数是无限的，但可一一列出来.

(3) 无限不可列集合：样本空间中样本点的个数是无限的，且不能一一列出来.

2. 随机事件

样本空间 Ω 的任一子集称为**随机事件**，简称**事件**(event)，用大写字母 $A,B,C,\cdots$表示. 随机事件是某些有一定特征的基本事件的集合. 随机事件有以下几类：

(1) **基本事件**　由单个样本点构成的集合，即最简单的不能再分的事件叫做基本事件，一般用 e_i 或 w_i 表示. 显然，试验的“一个可能结果”、“一个样本点”，“一个基本事件”这三者的含义相同.

(2) **复合事件**　由至少两个样本点构成的集合叫做复合事件，即复合事件是由若干个基本事件构成的事件.

(3) **必然事件**　每次试验中都出现的事件叫做必然事件，记为 S.

(4) **不可能事件**　每次试验中都不出现的事件叫做不可能事件，记为$\varnothing$.

必然事件和不可能事件是确定性事件，并不是随机事件，为了研究问题的方便把它们归入随机事件，作为随机事件的两种特殊情况.

概率论与数理统计应用的广泛性来源于高度的抽象性，我们指出，同一样本空间可以概括各种实际内容大不相同的问题，即表示不同的随机试验. 例如只包含两个样本点的样本空

间，既能作为一次掷一枚硬币出现正面、反面的模型，也能用于产品检验中抽取一件产品是正品、废品的模型，还能用于抽检一个班级学生的英语考试成绩通过、没通过的模型等. 前面我们已经用集合论的语言定义了随机事件这一基本概念，即一个随机事件可用样本空间 Ω 的某一子集表示. 因此当 Ω 给定后，事件 A,B 等可直接视为 Ω 的一些子集，由 Ω 的这些子集的包含关系，交、并等集合运算可立即给出事件的包含关系，若干事件的交事件、并事件等定义，除此之外还有另外一些重要运算.

3. 事件之间的关系及运算

事件的包含　如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，记为 $A\subset B$.

事件相等　如果事件 $A\subset B$ 且事件 $B\subset A$，则称事件 A 与 B 相等，记为 $A=B$.

事件的并(和)　设 A,B 是两个事件，事件"A,B 两事件至少有一个发生"称为 A 和 B 的并(和)，记为 $A\cup B$ 或 $A+B$.

事件的交(积)　设 A,B 是两个事件，事件"A,B 两事件同时发生"称为 A 和 B 的交(积)，记为 $A\cap B$ 或 AB.

事件的差　设 A,B 是两个事件，事件"A 发生而 B 不发生"称为 A 和 B 的差，记为 $A-B$.

事件互不相容(互斥)(mutually exclusive)　若事件 A 与 B 不能同时发生，即 $A\cap B=\varnothing$，则称 A,B 互不相容或互斥.

事件的对立　设 A,B 是两个事件，如果 $A\cup B=\Omega$ 且 $A\cap B=\varnothing$，则称 A,B 互为对立事件或逆事件(complement)，记作 $B=\overline{A}$，$A=\overline{B}$.

注意，在一次试验中，基本事件都是两两互不相容的；对立事件一定是互斥事件，但是互斥事件不一定是对立事件.

关于事件的运算，我们有下述运算律.

4. 事件的运算律

交换律　$A\cup B=B\cup A$，$AB=BA$.

结合律　$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$，$A(BC)=(AB)C$.

分配律　$A\cup(BC)=(A\cup B)(A\cup C)$，$A(B\cup C)=AB\cup AC$.

德摩根律　$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B}$，$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$. 并且可推广为 $\overline{\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k}=\bigcap\limits_{k=1}^{n}\overline{A_k}$，$\overline{\bigcap\limits_{k=1}^{n}A_k}=\bigcup\limits_{k=1}^{n}\overline{A_k}$.

由交、并运算的定义，以上运算律都容易证明，现仅以证明 $\overline{\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k}=\bigcap\limits_{k=1}^{n}\overline{A_k}$ 为例给出证明. 设 $w\in\overline{\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k}$，则 $w\notin A_k$，$k=1,2,\cdots,n$，即 $w\in\overline{A_k}$，$k=1,2,\cdots,n$，故 $w\in\bigcap\limits_{k=1}^{n}\overline{A_k}=$右端，

以上过程可逆，故$\overline{\bigcup_{k=1}^{n} A_k}=\bigcap_{k=1}^{n}\overline{A_k}$.

例 1.2 前面的例 1.1 中三个随机试验的样本空间分别是 $\Omega_1=\{$奇数，偶数$\}$，$\Omega_2=\{1,2,3,4,5,6\}$，$\Omega_3=\{$点数大于 3，点数小于或等于 3$\}$.

例 1.3 从区间$[a,b]$中任取一个数的随机试验的样本空间是 $\Omega=[a,b]$.

例 1.4 假设

E_1：抛一枚硬币，观察正面 H、反面 T 出现的情况.

E_2：将一枚硬币抛掷三次，观察正面 H、反面 T 出现的情况.

E_3：将一枚硬币抛掷三次，观察出现正面的次数.

E_4：记录某市 120 急救电话台一昼夜接到的呼唤次数.

E_5：在一批灯泡中任取一只测试它的寿命.

E_6：记录某地一昼夜的最高温度和最低温度.

以上六个试验都满足随机试验的特点. 例如试验 E_1 有两种可能结果，出现 H 或出现 T. 但在抛掷前不能确定出现 H 还是出现 T. 这个试验可以在相同条件下重复进行. 又如试验 E_5，我们知道灯泡的寿命（以小时计）$t\geqslant 0$，但在测试前不能确定它的寿命有多长，这一试验也可以在相同条件下重复进行，这些试验都是概率论中的随机试验.

例 1.5 写出例 1.4 中试验 $E_k(k=1,2,3,4,5,6)$的样本空间 Ω_k；

解 $\Omega_1=\{\mathrm{H},\mathrm{T}\}$；

$\Omega_2=\{\mathrm{HHH},\mathrm{HHT},\mathrm{HTH},\mathrm{HTT},\mathrm{THH},\mathrm{THT},\mathrm{TTH},\mathrm{TTT}\}$；

$\Omega_3=\{0,1,2,3\}$；

$\Omega_4=\{0,1,2,3,\cdots\}$；

$\Omega_5=\{t\,|\,t\geqslant 0\}$；

$\Omega_6=\{(x,y)\,|\,T_0\leqslant x\leqslant y\leqslant T_1\}$，这里 x 表示最低温度，y 表示最高温度，并设这一地区的温度不会低于 T_0，也不会高于 T_1.

注意 样本空间的元素是由试验目的所确定的. 例如，在 E_2 和 E_3 中同是将一枚硬币连抛三次，由于试验目的不同，其样本空间也不同.

下面举几个（随机）事件的例子.

例 1.6 在例 1.5 试验 E_2 中事件 A_1："第一次出现的是 H"，即

$$A_1=\{\mathrm{HHH},\mathrm{HHT},\mathrm{HTH},\mathrm{HTT}\};$$

事件 A_2："三次出现同一面"，即

$$A_2=\{\mathrm{HHH},\mathrm{TTT}\}.$$

有 E_5 中，事件 A_3："寿命小于 1 000 h"，即

$$A_3=\{t\,|\,0\leqslant t<1\,000\}.$$

在 E_6 中，事件 A_4："最高温度与最低温度相差 10℃"，即

$$A_4=\{(x,y)\,|\,y-x=10,T_0\leqslant x<y\leqslant T_1\}.$$