

理工科考研辅导系列 电子信息类

信号与系统

「名校考研 真题详解」

金圣才 主 编



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

理工科考研辅导系列（电子信息类）

信号与系统名校考研真题详解

金圣才 主 编



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书分为9章,每章包括三部分内容:第一部分是重点与难点解析;第二部分是名校考研真题详解;第三部分是名校期末考试真题详解。

本书所选题目均为知名院校近年的考研或期末考试真题,本书对所有真题均进行了详细解答。通过这些真题及其详解,读者可以在很大程度上了解和掌握相关院校考研、期末考试的出题特点和解题方法。

本书特别适合备战考研和大学期末考试的读者。同时,对于参加相关专业同等学力考试、自学考试、资格考试的考生而言,本书也具有较高的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统名校考研真题详解 / 金圣才主编. -- 北京:中国水利水电出版社, 2010.3
(理工科考研辅导系列. 电子信息类)
ISBN 978-7-5084-7254-6

I. ①信… II. ①金… III. ①信号系统—研究生—入学考试—解题 IV. ①TN911.6-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第027163号

书 名	理工科考研辅导系列(电子信息类) 信号与系统名校考研真题详解
作 者	金圣才 主 编
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (营销中心) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京零视点图文设计有限公司
印 刷	北京纪元彩艺印刷有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 21.5印张 537千字
版 次	2010年3月第1版 2010年3月第1次印刷
印 数	0001—4000册
定 价	42.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换
版权所有·侵权必究

编 委 会

主 编：金圣才

编 委：（按姓氏笔画排序）

孔丽娜	尹守华	王 丹	王仁醒
汤明旺	许明波	吴义东	张 伟
张永翰	张彩云	杨 刚	肖爱林
辛灵轩	辛灵暖	陈 志	陈剑波
段辛云	段辛雷	徐新猛	殷超凡
高 丹	董兵兵	潘丽繁	

前 言

信号与系统是通信、电子、电气、信息等相关学科的重要专业基础课程，也是相关专业硕士研究生入学考试的必考内容。为了帮助广大读者掌握本课程的学习方法和解题思路，顺利通过研究生入学考试或大学期末考试，我们在综合分析各大院校近年来出题特点的基础上编写了本书。

全书共分为9章，每章包括三部分内容。第一部分主要是根据各高校的教学大纲、考试大纲等，对本章的重点与难点进行归纳，并进行简要解析；第二部分主要是精选知名院校近年的考研真题，并进行详细解答；第三部分主要是精选知名院校近年的本科期末考试真题，并进行详细解答。

本书具有以下主要特点：

(1) 所选题目均为知名院校近年的考研或期末考试真题，这些题目具有很高的代表性。通过这些真题及其详解，读者可以在很大程度上判断和把握相关院校考研和大学期末考试的出题特点、解题要求等。

(2) 对所有考试真题均进行了详细解答。了解历年真题不是目的，关键是通过真题解答掌握和理解相关知识点，因此，本书不但精选了真题，同时还对所有的真题进行了详细解答。

本书特别适合备战信号与系统考研和大学期末考试的读者，同时对于参加相关专业同等学力考试、自学考试、资格考试的考生而言，本书也具有较高的参考价值。

参与本书编写的人员主要有辛灵轩、张永翰、陈志、董兵兵、许明波、孔丽娜、张彩云、汤明旺、辛灵暖、吴义东、段辛云、段辛雷等。

我们始终抱着一种严肃、认真的态度来编写本书，力求内容准确、完整。但由于编者水平有限，时间仓促，不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者

2009年12月

目 录

前言

第 1 章 绪 论	1
1.1 重点与难点解析	1
1.2 名校考研真题详解	2
1.3 名校期末考试真题详解	18
第 2 章 连续信号系统的时域分析	23
2.1 重点与难点解析	23
2.2 名校考研真题详解	24
2.3 名校期末考试真题详解	63
第 3 章 傅里叶变换	70
3.1 重点与难点解析	70
3.2 名校考研真题详解	71
3.3 名校期末考试真题详解	117
第 4 章 拉普拉斯变换、连续时间系统的 S 域分析	123
4.1 重点与难点解析	123
4.2 名校考研真题详解	125
4.3 名校期末考试真题详解	168
第 5 章 傅里叶变换应用于通信系统	174
5.1 重点与难点解析	174
5.2 名校考研真题详解	176
5.3 名校期末考试真题详解	213
第 6 章 信号的矢量空间分析	217
6.1 重点与难点解析	217
6.2 名校考研真题详解	218
6.3 名校期末考试真题详解	226
第 7 章 离散时间系统的时域分析	227
7.1 重点与难点解析	227
7.2 名校考研真题详解	228
7.3 名校期末考试真题详解	242
第 8 章 离散时间系统的 Z 域分析	245
8.1 重点与难点解析	245
8.2 名校考研真题详解	247
8.3 名校期末考试真题详解	292

第9章 系统的状态变量分析.....	301
9.1 难点与重点解析	301
9.2 名校考研真题详解	303
9.3 名校期末考试真题详解	331

第 1 章 绪 论

1.1 重点与难点解析

(一) 本章重点与难点

1. 连续信号与离散信号、周期信号与非周期信号的概念。
2. 信号的运算。
3. 线性时不变因果系统的概念。
4. 冲激信号的物理意义以及性质。

(二) 重点与难点解析

1. 连续信号与离散信号、周期信号与非周期信号的概念

(1) 连续信号与离散信号。

连续时间信号：在所讨论的时间区域内任意时间点上都有定义（给出确定但可能不唯一的信号取值）的信号。包括模拟信号和阶梯信号两种，其中，模拟信号是指时间和取值都连续的信号；阶梯信号是指时间连续、取值离散的信号。

离散时间信号：只在某些不连续的时间点或区间上有定义（给出信号取值）的信号。包括抽样信号和数字信号两种，其中抽样信号是指幅值具有无限精度的离散时间信号；数字信号是指幅值具有有限精度的离散时间信号。

(2) 周期信号与非周期信号。

周期信号：
$$f(t) = f(t + nT), \quad n \in Z$$

非周期信号：
$$f(t) \neq f(t + nT), \quad n \in Z$$

2. 信号的运算

信号的基本运算有加、减、乘、反褶等，如：

加（减）：
$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

乘：
$$f(t) = f_1(t)f_2(t)$$

标量乘法：
$$f(t) \rightarrow af(t)$$

反褶：
$$f(t) \rightarrow f(-t)$$

3. 线性时不变因果系统的概念

(1) 线性系统：设 $x_1(t)$ 作用于某系统时得到输出 $y_1(t)$ ， $x_2(t)$ 作用时得到输出 $y_2(t)$ ，若 $x(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$ 作用于系统时，得到输出 $y(t) = ay_1(t) + by_2(t)$ ，则该系统为线性系统。反之，则是非线性系统。

(2) 时不变系统：设已知 $x(t)$ 作用于某系统时得到输出 $y(t)$ ，若 $x(t - t_0)$ 作用时输出为 $y(t - t_0)$ ，则该系统为时不变系统。反之，则是时变系统。

(3) 因果系统: 设系统的冲激响应为 $h(t)$, 当 $t < 0$ 时, $h(t) = 0$, 则该系统为因果系统。反之, 则是非因果系统。

4. 冲激信号的物理意义以及性质

(1) 定义: 冲激函数是面积(强度)为 1, 等效宽度趋于 0 的函数的极限。

(2) 性质

取样: 若 $f(t)$ 有界, 且在 $t=0$ 连续, 则有: $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$

尺度变换:
$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

偶函数:
$$\delta(-t) = \delta(t)$$

积分:
$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(t) dt$$

微分:
$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

筛选特性:
$$\int_{\Omega} \delta(t-t_0) \phi(t) dt = \phi(t_0)$$

$\delta(f(t)) = |f'(t_0)|^{-1} \delta(t-t_0)$, 其中, $f(t)$ 是 t 的单调函数, $f(t_0) = 0$, $f'(t_0) \neq 0$ 。

1.2 名校考研真题详解

【1-1】(北京邮电大学 2008 年硕士研究生入学考试试题) 已知一线性时不变系统, 在相同初始条件下, 当激励为 $e(t)$ 时, 其全响应为 $r_1(t) = [2e^{-3t} + \sin(2t)]u(t)$; 当激励为 $2e(t)$ 时, 其全响应为 $r_2(t) = [e^{-3t} + 2\sin(2t)]u(t)$ 。求:

(1) 初始条件不变, 当激励为 $e(t-t_0)$ 时的全响应 $r_3(t)$, t_0 为大于零的实常数。

(2) 初始条件增大 1 倍, 当激励为 $0.5e(t)$ 时的全响应 $r_4(t)$ 。

解:

(1) 根据线性时不变系统的性质, 设零输入响应为 $r_{zi}(t)$, 零状态响应为 $r_{zs}(t)$, 则有:

$$r_1(t) = r_{zi}(t) + r_{zs}(t) = [2e^{-3t} + \sin(2t)]u(t)$$

$$r_2(t) = r_{zi}(t) + 2r_{zs}(t) = [e^{-3t} + 2\sin(2t)]u(t)$$

解得:

$$r_{zi}(t) = 3e^{-3t}u(t)$$

$$r_{zs}(t) = [-e^{-3t} + \sin(2t)]u(t)$$

当激励为 $e(t-t_0)$ 时的全响应 $r_3(t)$ 为:

$$r_3(t) = 3e^{-3t}u(t) + [-e^{-3(t-t_0)} + \sin(2t-2t_0)]u(t-t_0)$$

(2) 由 (1) 知零输入响应 $r_{zi}(t)$ 零状态响应 $r_{zs}(t)$ 为:

$$r_{zi}(t) = 3e^{-3t}u(t)$$

$$r_{zs}(t) = [-e^{-3t} + \sin(2t)]u(t)$$

所以初始条件增大 1 倍, 激励为 $0.5e(t)$ 时的全响应 $r_4(t)$ 为:

$$r_4(t) = [5.5e^{-3t} + 0.5\sin(2t)]u(t)$$

【1-2】(北京邮电大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 已知信号 $f(t)$ 如图 1-1 所示, 试画出 $f(t+1)[u(t)-u(t-1)]$, $f\left(-\frac{1}{2}t\right)$, $f(2t-1)$ 的波形。

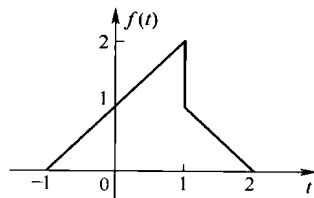


图 1-1

解: 由信号的运算法则和 $u(t)$ 的性质可以画得图形分别如图 1-2 所示。

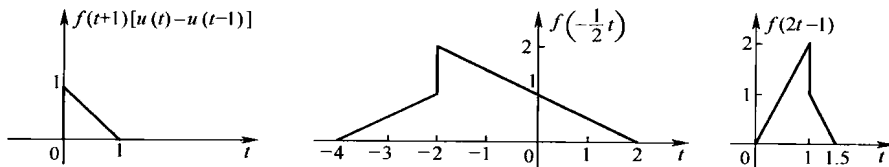


图 1-2

【1-3】(北京邮电大学 2006 年硕士研究生入学考试试题) 输入信号和系统的单位样值响应如图 1-3 所示, 利用卷积和求此系统的零状态响应 $y(n)$ 。

解: 运用卷积的运算法则可以得到 $y(n) = \{4, 7, 9, 10, 6, 3, 1\}$ 。

【1-4】(清华大学 2005 年硕士研究生入学考试试题) 设 $f(t)$ 是一个连续信号。

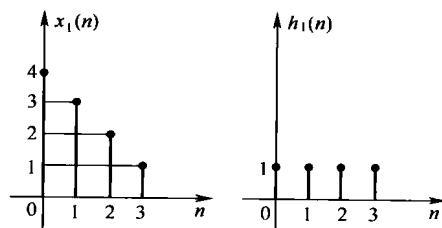


图 1-3

(1) 写出用一系列矩形脉冲叠加逼近 $f(t)$ 的近似表达式。

(2) 对上式取极限, 证明 $f(t) = f(t) * \delta(t)$ 。

解:

(1) $f(t)$ 可以用一组矩形脉冲的叠加表示为:

$$f(t) \approx \sum_{t_1=-\infty}^{+\infty} f(t_1)[u(t-t_1)-u(t-t_1-\Delta t_1)]$$

(2) 由 (1) 知, $f(t)$ 可以化为:

$$\begin{aligned} f(t) &= \lim_{\Delta t_1 \rightarrow 0} \sum_{t_1=-\infty}^{+\infty} f(t_1) \frac{u(t-t_1)-u(t-t_1-\Delta t_1)}{\Delta t_1} \Delta t_1 \\ &= \lim_{\Delta t_1 \rightarrow 0} \sum_{t_1=-\infty}^{+\infty} f(t_1) \delta(t-t_1) \Delta t_1 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t_1) \delta(t-t_1) dt_1 \\ &= f(t) * \delta(t) \end{aligned}$$

即: $f(t) = f(t) * \delta(t)$, 得证。

【1-5】(北京邮电大学 2005 年硕士研究生入学考试试题) 系统如图 1-4 所示, 画出 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 的图形, 并注明坐标刻度。

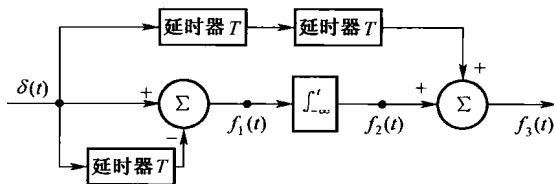


图 1-4

解：由图可以看出：

$$f_1(t) = \delta(t) - \delta(t - T)$$

$$f_2(t) = \int_{-\infty}^t f_1(t) dt$$

$$f_3(t) = f_2(t) + \delta(t - 2T)$$

所以可以画出 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 的图形如图 1-5 所示。

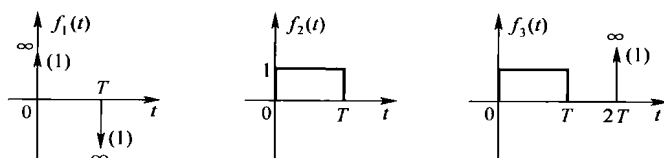


图 1-5

【1-6】(北京邮电大学 2005 年硕士研究生入学考试试题) 确定下列系统是因果还是非因果的、时变还是非时变的，并证明你的结论：

$$y(t) = (t + 5) \cos\left(\frac{1}{x(t)}\right)$$

解：根据因果时不变的定义可知，系统与零状态之前无关，所以是因果的，系统不符合非时变的性质，所以是时变的。

【1-7】(西安电子科技大学 2004 年硕士研究生入学考试试题) 已知 $f(t)$ 如图 1-6 (a) 所示， $g(t) = \frac{d}{dt} f(t)$ ，画出 $g(t)$ 和 $g(2t)$ 的波形。

解：已知 $g(t) = \frac{d}{dt} f(t)$ ，即 $g(t)$ 为 $f(t)$ 的微分形式，所以其图形如图 1-6 (b) 所示。

将 $g(t)$ 横坐标压缩一半后可以得到 $g(2t)$ 的图形如图 1-6 (c) 所示。

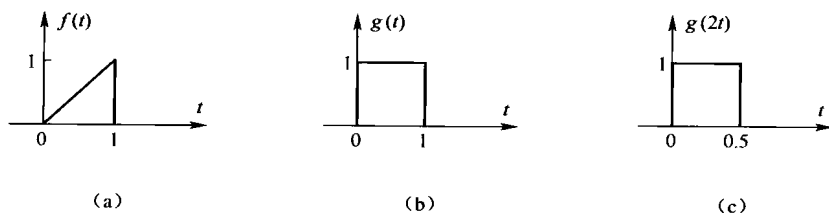


图 1-6

【1-8】(北京交通大学 2005 年硕士研究生入学考试试题) 若 $f(t)$ 的波形图如图 1-7 所示，

试画出 $f'(t)$ 和 $f(-0.5t-1)$ 的波形。

解:

(1) $f'(t)$ 的波形。由题图所示 $f(t)$ 图形可知, $f'(t)$ 的取值域在 $[-2, 4]$, 因为 $f(t)$ 其在 $[-2, 0]$ 上的微分为 1, 即 $f'(t)$ 在 $[-2, 0]$ 上的取值为 1, 同理其在 $[0, 4]$ 上取值也为 1, 而在 $[-2, 4]$ 之外区间取值为 0。这样, 可以画出其图形如图 1-8 所示。

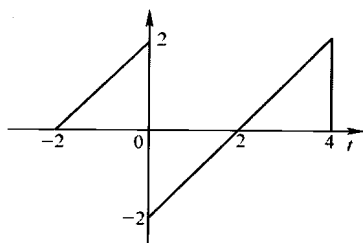


图 1-7

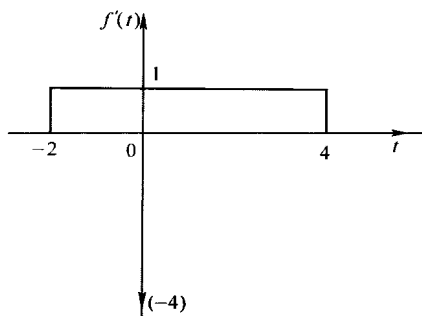
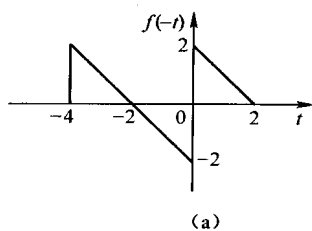
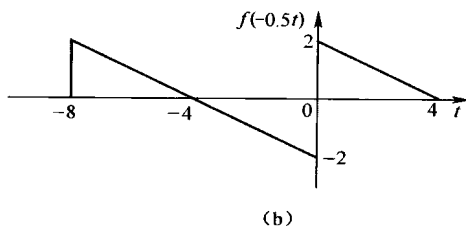


图 1-8

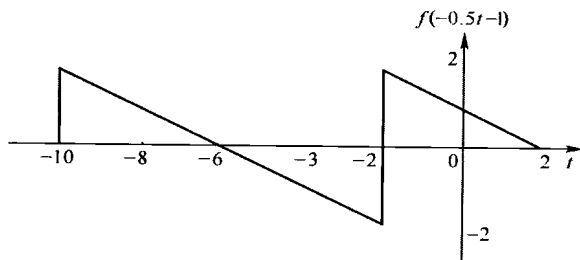
(2) $f(-0.5t-1)$ 的波形。已知 $f(t)$ 的波形, 将其反转得到 $f(-t)$ 图形如图 1-9 (a) 所示; 再将时域扩展 2 倍, 得到 $f(-0.5t)$ 图形, 如图 1-9 (b) 所示; 最后左移 2 个单位, 得到 $f(-0.5(t+2)) = f(-0.5t-1)$ 的图形, 如图 1-9 (c) 所示。



(a)



(b)



(c)

图 1-9

【1-9】 (北京交通大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 若 $f(t)$ 的波形如图 1-10 所示, 试画出 $f(-0.5t-1)$ 的波形。

解:

方法一: 将 $f(t)$ 的波形右移一个单位, 得到 $f(t-1)$ 的波形, 然后展宽 2 倍得到 $f(0.5t-1)$ 的

波形, 再反转即可得到 $f(-0.5t-1)$ 的波形, 如图 1-11 所示。

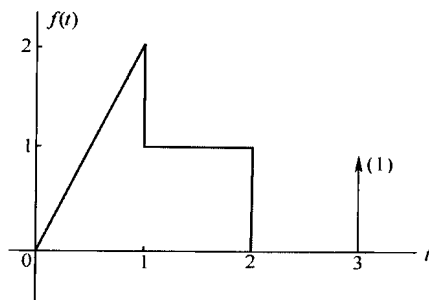


图 1-10

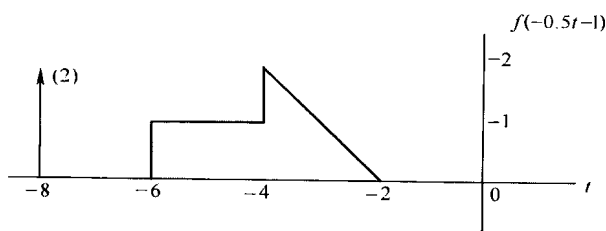


图 1-11

方法二: 将 $f(-0.5t-1)$ 改写成 $f(-0.5(t+2))$, 然后将 $f(t)$ 展宽 2 倍得到 $f(0.5t)$, 再反转得到 $f(-0.5t)$, 最后左移 2 个单位即可得到 $f(-0.5(t+2))$, 即 $f(-0.5t-1)$ 的波形, 如图 1-12 所示。

【1-10】(北京理工大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 已知 $x_1(t)$ 如图 1-12 所示, 画出 $0.5[x_1(t) + x_1(-t)]$ 和 $0.5[x_1(t) - x_1(-t)]$ 的波形。

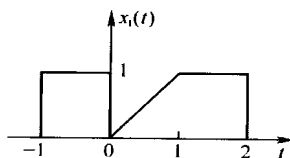


图 1-12

解: 将 $x_1(t)$ 反转得 $x_1(-t)$, 波形如图 1-13(a)所示; 将 $x_1(t)$ 、 $x_1(-t)$ 相加得 $0.5[x_1(t) + x_1(-t)]$, 波形如图 1-13(b)所示; 将 $x_1(t)$ 、 $x_1(-t)$ 相减得 $0.5[x_1(t) - x_1(-t)]$, 其波形如图 1-13(c)所示。

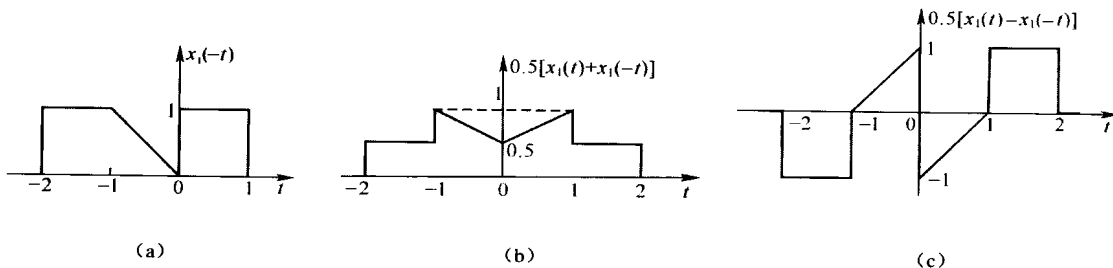


图 1-13

【1-11】(北京理工大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 已知 $x_3(2-0.5t)$ 如图 1-14 所示, 画出 $x_3(t)$ 的波形。

解: 将 $x_3(2-0.5t)$ 反转得 $x_3(2+0.5t)$, 其波形如图 1-15(a)所示; 再将 $x_3(2+0.5t)$ 横坐标压缩为 $1/2$ 得 $x_3(2+t)$, 其波形如图 1-15(b)所示; 最后将 $x_3(2+t)$ 右移 2 得 $x_3(t)$, 其波形如图 1-15(c)所示。

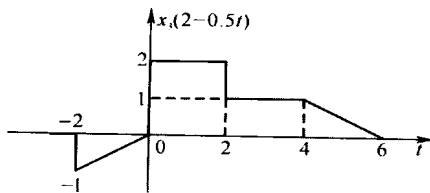


图 1-14

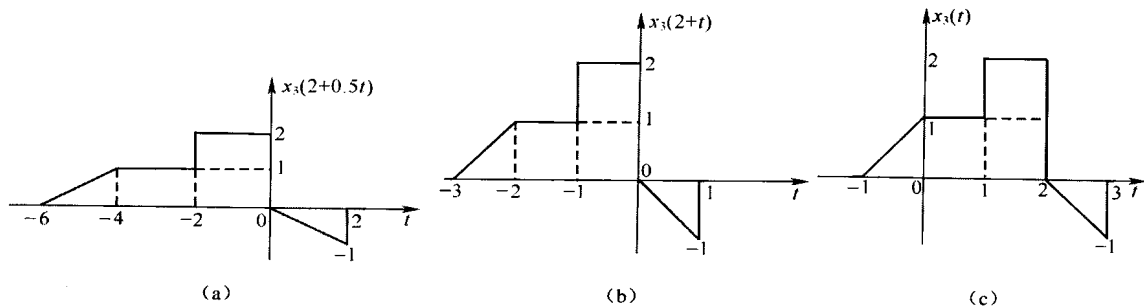


图 1-15

【1-12】(北京交通大学 2004 年硕士研究生入学考试试题) 已知 $f(t)$ 的波形如图 1-16 所示, 令 $r(t) = tu(t)$ 。

- (1) 用 $u(t)$ 和 $r(t)$ 表示 $f(t)$ 。
- (2) 画出 $f(-2t-4)$ 的波形。

解:

(1) 根据题图所示以及 $r(t)$ 曲线性质, 可得 $f(t)$ 的表达式为:

$$f(t) = r(t) - r(t-1) - 2u(t-2) + r(t-3) - r(t-4)$$

(2) 根据信号运算法则, $f(-2t-4)$ 等同于 $f[-2(t+2)]$, 其基本步骤是: 先压缩, 如图 1-17 (a); 再翻转, 如图 1-17 (b); 然后左移 2, 这样可以画出 $f(-2t-4)$ 的波形如图 1-17 (c) 所示。

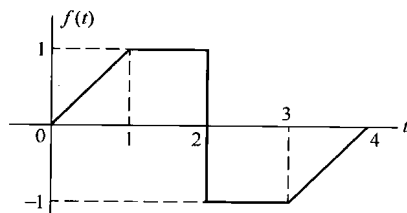


图 1-16

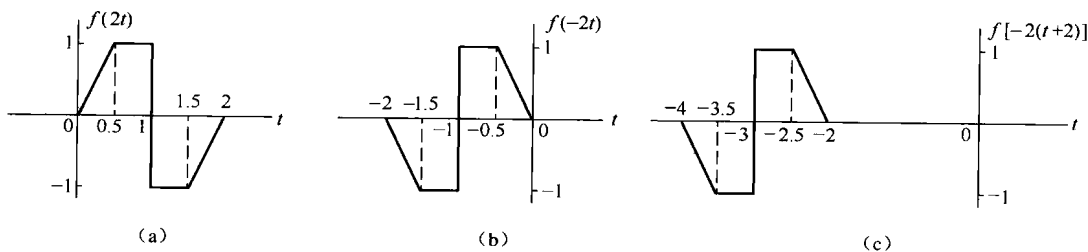


图 1-17

【1-13】(北京航空航天大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 一个系统的性质主要有: ①线性; ②时不变; ③无记忆; ④因果; ⑤稳定。下面系统中哪些性质成立, 哪些不成立, 并说明理由。

(1) $y(t) = \cos 3t \cdot f(t)$ 。

(2) $y(k) = \begin{cases} f(k), & k \geq 1 \\ 0, & k = 0 \\ f(k+1), & k \leq -1 \end{cases}$

解: 系统各种性质的含义如下:

线性: 设 $x_1(t)$ 作用于某系统时得到输出 $y_1(t)$, $x_2(t)$ 作用时得到输出 $y_2(t)$, 若 $x(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$ 作用于系统时, 得到输出 $y(t) = ay_1(t) + by_2(t)$, 则该系统为线性系统; 反

之, 则是非线性系统。

时不变: 设已知 $x(t)$ 作用于某系统时得到输出 $y(t)$, 若 $x(t-t_0)$ 作用时输出为 $y(t-t_0)$, 则该系统为时不变系统; 反之, 则是时变系统。

无记忆: 若系统在任一时刻的响应不仅与该时刻的激励有关, 而且与它过去的历史状况有关, 则称为记忆系统或动态系统; 否则称即时系统或无记忆系统。

因果: 设系统的冲激响应为 $h(t)$, 若当 $t < 0$ 时, $h(t) = 0$, 则该系统为因果系统。反之, 则是非因果系统。

稳定性: 若系统在初始条件影响下, 其过渡过程随时间的推移逐渐衰减并趋于 0, 则系统稳定; 反之, 系统过渡过程随时间的推移而发散, 则系统不稳定。

根据上述定义和性质, 可以判断:

(1) $y(t) = \cos 3t \cdot f(t)$ 中的线性、时变、因果、稳定性质成立。

(2) $y(k) = \begin{cases} f(k), & k \geq 1 \\ 0, & k = 0 \\ f(k+1), & k \leq -1 \end{cases}$ 系统的线性、时变、非因果、稳定性质成立。

【1-14】(上海交通大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 设 $x(t)$ 、 $n(t)$ 为系统输入, $y(t)$ 、 $y(n)$ 为系统输出, 试确定下述输入-输出方程描述的系统是否因果? 是否时变? 是否线性? 说明理由。

(1) $y(t) = x(-t)$ 。

(2) $y(n) = x(2t)$ 。

(3) $y(t) = x(t - t^3/6)$ (本小题不回答时变性, 只回答因果性、线性)。

(4) $y(n) = \sum_{k=n-2}^{n+2} x(k)$ 。

解:

(1) 由因果系统的定义可知, 若 $x(t) = u(t)$ 为因果信号, 则有 $y(t) = u(-t)$ 。由于响应出现在激励加入之前, 因此系统是非因果的。

由时不变系统的定义可知, 当输入 $x_1(t) = x(t-t_0)$ 时, 则其响应为:

$$y_1(t) = x_0(-t) = x(-t-t_0) \neq y(t-t_0) = x(-t+t_0)$$

不满足时不变的定义, 因此, 系统是时变的。

由线性系统的定义可知, 设 $x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(-t)$, $x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2(-t)$, 由于有:

$$x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow y_3(t) = x_3(-t) = ax_1(-t) + bx_2(-t) = ay_1(t) + by_2(t)$$

满足线性系统的定义, 因此, 系统是线性的。

(2) 由因果系统的定义可知, 若 $x(t) = \delta(t-2)$, 则有 $y(t) = \delta(2t-2) = 0.5\delta(t-1)$ 。由于响应出现在激励加入之前, 不满足因果系统的定义, 因此系统是非因果的。

由时不变系统的定义可知, 当输入为 $x_1(t) = x(t-t_0)$ 时, 其响应为:

$$y_1(t) = x_1(2t) = x(2t-t_0) \neq y(t-t_0) = x(2t-2t_0)$$

不满足时不变系统的定义, 因此, 系统是时变的。

由线性系统的定义, 设 $x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(2t)$, $x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2(2t)$, 由于:

$$x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow y_3(t) = x_3(2t) = ax_1(2t) + bx_2(2t) = ay_1(t) + by_2(t)$$

满足线性系统的定义, 因此, 系统是线性的。

(3) 由因果系统的定义可知, 若 $x(t)=u(t)$ 为因果信号, 则有 $y(-3)=x[-3-(-3)^3/6]=x(1.5)=u(1.5)$ 。由于响应出现在激励加入之前, 不满足因果系统的定义, 因此, 系统是非因果的。

由线性系统的定义, 设 $x_1(t) \rightarrow y_1(t)=x_1(t-t^3/6)$, $x_2(t) \rightarrow y_2(t)=x_2(t-t^3/6)$, 由于:

$$x_3(t)=ax_1(t)+bx_2(t) \rightarrow y_3(t)=x_3(t-t^3/6)=ax_1(t-t^3/6)+bx_2(t-t^3/6)=ay_1(t)+by_2(t)$$

因此, 系统是线性的。

(4) 由因果系统的定义可知, $y(0)=x(-2)+x(-1)+x(0)+x(1)+x(2)$ 。由于响应与未来的输入有关, 不满足因果系统的定义, 因此, 系统是非因果的。

由时不变系统的定义可知, 当输入为 $x_1(n)=x(n-n_0)$ 时, 则有:

$$y_1(n)=\sum_{k=n-2}^{n+2} x_1(k)=\sum_{k=n-2}^{n+2} x(k-n_0) \stackrel{k-n_0=k_1}{=} \sum_{k_1=n-n_0-2}^{n-n_0+2} x(k_1)=y(n-n_0)$$

满足时不变的定义, 因此, 系统是时不变的。

由线性系统的定义, 设 $x_1(n) \rightarrow y_1(n)=\sum_{k=n-2}^{n+2} x_1(k)$, $x_2(n) \rightarrow y_2(n)=\sum_{k=n-2}^{n+2} x_2(k)$,

由于:

$$\begin{aligned} x_3(n)=ax_1(n)+bx_2(n) &\rightarrow y_3(n)=\sum_{k=n-2}^{n+2} x_3(k)=\sum_{k=n-2}^{n+2} [ax_1(k)+bx_2(k)] \\ &=a\sum_{k=n-2}^{n+2} x_1(k)+b\sum_{k=n-2}^{n+2} x_2(k)=ay_1(n)+by_2(n) \end{aligned}$$

满足线性系统的定义, 因此, 系统是线性的。

【1-15】(中国科学院-中国科学技术大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 某连续时间系统的输入输出信号变换关系为 $y(t)=\int_0^t x(t-\tau)d\tau$, 试确定该系统是否线性? 是否时不变? 是否因果? 是否稳定? 若是线性时不变系统, 试求出它的单位冲激响应 $h(t)$, 并大概画出 $h(t)$ 的波形。

解: 由题意可得: 系统输入输出关系可写成:

$$y(t)=\int_0^t x(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty} [u(\tau)-u(\tau-1)]x(t-\tau)d\tau=x(t)*[u(t)-u(t-1)]$$

再由线性时不变系统的定义可以得到: 它是一个 LTI 系统, 既满足线性, 又满足时不变性, 且这个 LTI 系统的单位冲激响应为 $h(t)=u(t)-u(t-1)$, 其波形如图 1-18 所示。

由因果系统的定义: 由于 $h(t)=0, t<0$, 故它是因果的 LTI 系统。

由稳定系统的定义: 由 $h(t)$ 波形图可知其绝对可积, 故它是稳定的 LTI 系统。

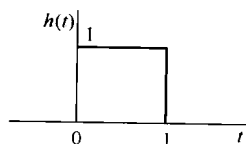


图 1-18

【1-16】(西安电子科技大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 已知 $f(t)$ 波形如图 1-19 所示, $g(t)=\frac{d}{dt}f(t)$, 试画出 $g(t)$ 和 $g(2t)$ 的波形。

解：在这道题中要十分注意冲激函数的尺度变换性质。

由冲激函数的性质可以画出波形如图 1-20 所示。

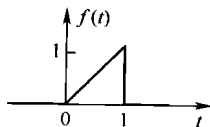


图 1-19

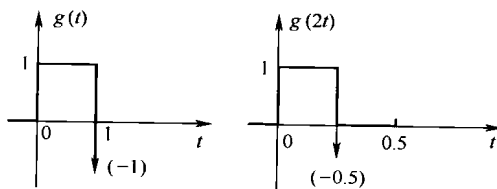


图 1-20

【1-17】(南京邮电大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 某系统的输入是 $x(t)$ ，输出是 $y(t)$ ，若输入、输出满足 $y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-nT)$ 。试判别该系统是否是线性系统？是否是时不变系统？

解：设 $ax_1(t) + bx_2(t)$ 作用于系统，则由线性时不变系统的定义可知输出为：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} [ax_1(t) + bx_2(t)]\delta(t-nT) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [ax_1(t)\delta(t-nT) + bx_2(t)\delta(t-nT)] \\ &= ay_1(t) + by_2(t) \end{aligned}$$

故此系统是线性系统。

设 $x(t-t_0)$ 作用于系统，则输出为：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-t_0)\delta(t-nT) \\ & \neq \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-t_0)\delta(t-t_0-nT) \end{aligned}$$

故此系统是时变系统。

【1-18】(南京邮电大学 2003 年硕士研究生入学考试试题) 若周期信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的周期分别为 T_1 和 T_2 ，则信号 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 也是周期信号的条件是什么？

解：根据周期信号周期存在条件可得：条件是 T_1 和 T_2 之间存在公倍数。

【1-19】(电子科技大学 2002 年硕士研究生入学考试试题) 已知初始状态为零时的 LTI 系统，输入为 $f_1(t)$ 时对应的输出为 $y_1(t)$ ，当输入为 $f_2(t)$ 时，求对应的输出为 $y_2(t)$ 。 $f_1(t)$ 、 $y_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 如图 1-21 所示。

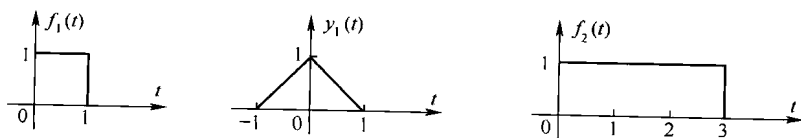


图 1-21