

21 世纪高等师范院校数学教育教学系列教材

总主编 刘 影 程晓亮

本科数学教育 必修课教材

数学教学实践

(高中分册)

S H U X U E J I A O X U E S H I J I A N

主编 刘 影 程晓亮



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

3

21 世纪高等师范院校

数学教育教学系列教材 / 总主编 刘 影 程晓亮

数 学 教 学 实 践

(高中分册)



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学教学实践·高中分册/刘影,程晓亮主编. —北京:北京大学出版社,2010.2

(21世纪高等师范院校数学教育教学系列教材)

ISBN 978-7-301-15870-8

I. 数… II. ①刘… ②程… III. 数学课-教学研究-高中-师范大学-教材 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 171127 号

书 名: 数学教学实践(高中分册)

著作责任者: 刘 影 程晓亮 主编

责任编辑: 刘 勇 曾婉婷

封面设计: 张 虹

标准书号: ISBN 978-7-301-15870-8/O·0795

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子邮箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 理科编辑部 62752021 出版部 62754962

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787mm×960mm 16 开本 20.75 印张 440 千字

2010 年 2 月第 1 版 2010 年 2 月第 1 次印刷

印 数: 0001—4000 册

定 价: 32.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子邮箱:fd@pup.pku.edu.cn

内 容 简 介

本书是高等师范院校数学教育专业数学教学实践课程的教材。本书以人民教育出版社高中数学教材(A版)为蓝本,详细阐述该教材内容,进行教材分析,剖析教材重点、难点,给出教学设计建议,并将精选的教学实践案例呈现给读者。

本书内容由绪论和正文八章组成。绪论主要对《普通高中数学课程标准(实验)》进行解读,阐述高中数学课堂教学基本理论和教学理念;第一章至第五章对高中数学教材必修1—必修5给出教材解读与教学案例;第六章至第八章对选修2-1,选修2-2,选修2-3给出教材解读与教学案例。本书每章由两部分内容组成:第一节总体说明;第二节教学实践案例,其中也包括说课案例。

本书广泛吸收国内数学教育教学优秀实践经验,全面贯彻新课程的教育理念,较好地体现了数学课程改革的精神,以适应新世纪高等师范院校数学教育教学改革的实践性要求;本书具有浓缩理论、注重实践、便于教学的特点,是快速、全面掌握高中数学课程体系,进行课堂教学的良师益友。

本书可作为高等师范院校数学教育专业本、专科大学生教材,或教学实践、教学实习的参考书;也可作为中学数学教师继续教育以及各类数学教育教学工作者的教学科研参考书。

为了方便教师开展多媒体教学,编者可为任课教师提供相关内容的电子稿,具体事宜可通过电子邮件与编者联系,邮箱地址:chengxiaoliang92@163.com。

作 者 简 介

刘 影 1987年本科毕业于四平师范学院数学系,硕士研究生毕业于东北师范大学数学学院。现为吉林师范大学数学学院教授、硕士生导师、吉林省高等师范院校数学教育研究会副理事长。主讲的数学教学论课程自1994年至今一直是吉林省高等学校优秀课程。主持或参与完成教育部软科学重点研究项目和省级高等教学改革项目多项。在《吉林大学学报(理学版)》、《中小学教师培训》、《中学数学的教与学》等刊物上发表学术论文30余篇。

《21 世纪高等师范院校数学教育教学系列教材》编委会

名誉主编：高 奔（东北师范大学）

主 编：刘 影（吉林师范大学）

编 委：王明礼（邢台学院）

周其明（皖西学院）

吴晓冬（呼伦贝尔学院）

马秀梅（廊坊师范学院）

杨 尚 张海燕（包头师范学院）

李全有（唐山师范学院）

范兴亚 龚剑钧（北京四中）

刘金福（四平市实验中学）

罗彦东（长春市十一高中）

王 乐（长春市第二实验中学）

王 莹（北京市通州区潞州中学）

张智民（唐山市开滦第一中学）

由 勇 戴 莹（通化市通钢一中）

喇雪燕（青海民族大学）

郭凤秀 何素芳（长江师范学院）

朱石焕 李光海（安阳师范学院）

潘 瑞（首都师范大学）

李云晖 柳成行 王 君（哈尔滨学院）

周仕荣（漳州师范学院）

王光明（天津师范大学）

程晓亮（吉林师范大学、首都师范大学）

徐传胜（临沂师范学院）

刘宝瑞 徐 伟 彭艳贵（鞍山师范学院）

杨灿荣（安庆师范学院）

翁小勇（遵义师范学院）

孙广才（渭南师范学院）

蔡炯辉 黄 梅（玉溪师范学院）

潘 俭（玉林师范学院）

李唐海（大庆师范学院）

武江红 常金勇（长治学院）

孙雪梅（曲靖师范学院）

程广文 郑雪静（泉州师范学院）

张艳霞 陈海俊（邯郸学院）

盛 登（绵阳师范学院）

苗风华（长春师范学院）

徐建国（通化师范学院）

李春玲（佳木斯大学）

李 莉 王 彬 牟 欣（白城师范学院）

张运林（吉林师范大学）

秘 书 长：程晓亮（吉林师范大学）

责任编辑：刘 勇（北京大学出版社）



前言

数学教学实践是高等师范院校数学教育专业必修实践课程。北京、吉林、安徽、福建、陕西、黑龙江、辽宁、云南、河北、河南、四川、贵州、山西、山东、重庆、内蒙古、广西、青海等二十余个省、市、自治区的二十余所高等师范院校数学课程与教学论的教师、高中数学一线教师参与了编写本教材的全过程。我们组成提议、编写、审阅委员会。本书广泛吸收全国各地数学教育教学优秀实践经验,把握数学课程改革的理念与精神,适应新世纪高等师范院校数学教育教学改革实践要求。本书把新教育思想、教育模式、教育理念融合在数学教学实践中,全面体现了数学教育教学的实践性精神。本书是快速、全面掌握高中数学课程体系,进行课堂教学实践的良师益友,是师范生数学教学实践、微格教学、教育见习、教育实习的必备参考书。

本书内容包括绪论和正文八章,绪论主要阐述高中数学课堂教学基本理论,正文以人民教育出版社普通高中课程标准实验教科书·数学(A版)为蓝本,分册按章节详细阐述教材内容,进行教材分析,剖析教学重点、难点,给出教学设计建议。本书的特色在于全面贯彻新课程的教育理念,体现师范生的实践性要求。浓缩理论、注重实践,是理论与实践相结合的典范。本书的基本内容包括以下几个方面:

1. 《普通高中数学课程标准(实验)》的基本理念。
2. 数学的特点。
3. 高中数学课程内容、课程目标。
4. 高中数学教学设计总体建议。
5. 中学数学的教学工作:备课、教案编写、说课、作业布置、课外辅导等理论内容。
6. 高中数学按教材章节讲述基本内容,进行教材分析,指出教学重点与难点并给出教学设计建议。
7. 高中数学说课案例。
8. 高中数学教案案例。

全书的编写框架结构由吉林师范大学数学学院刘影、程晓亮确定,编写、审稿分工如下:绪论由刘影、程晓亮编写并审阅;第一章由王明礼、程晓亮编写并审阅;第二章由周其明、刘影编写并审阅;第三章由由勇、程晓亮编写并审阅;第四章由吴晓冬、程晓亮编写并审阅;第五章由马秀梅、王明礼编写并审阅;第六章由张智民编写,刘影、程晓亮审阅;第七章由罗彦东、刘影编写并审阅;第八章由杨尚、张海燕编写,程晓亮、刘影审阅;参加编写修改、图文处理工作的还有张运林、李云晖、王乐、戴莹。全书最后由刘影、程晓亮

统稿并经过讨论、修改后定稿。

在本书的编写过程中,全国十余所师范院校数学课程与教学论的专家,二十多所中学一线教师看了我们的初稿,提出了许多宝贵的建议,我们在此表示诚挚的谢意。天津师范大学王光明教授认真审阅本书的第一、三章,并提出了宝贵的建议,在此表示衷心的感谢。主编刘影、程晓亮得到了东北师范大学高芬教授的热情鼓励,以及吉林师范大学教务处的支持;各编写者也得到相应省市、学校的支持和资助,全体编者向给予支持和资助的单位和个人表示衷心的感谢。本书的出版得到北京大学出版社的大力支持,在此我们表示诚挚的谢意。

本书既可作为高等师范院校数学教育专业本、专科数学教学实践课程的教材以及高中数学教师教学参考书,也可作为中学数学教师继续教育以及其他各级、各类数学教育教学工作者的教学科研参考书。

本书内容虽然经过各编委多次讨论、审阅、修改,但限于编者的水平,不妥之处仍然存在,诚恳希望广大同行和读者给予批评指正。

刘 影 程晓亮

2009年12月



目 录

绪 论	(1)	说课稿	(55)
第一节 《普通高中数学课程标准 (实验)》基本理念概述	(1)	案例 4 “3.1 函数与方程” 说课稿	(58)
第二节 数学特点与高中数学 教学设计总体建议	(4)	本章参考文献	(62)
一、数学的特点	(4)	第二章 高中数学必修 2 教材解读 与教学实践案例	(64)
二、高中数学的课程内容	(6)	第一节 总体说明	(64)
三、高中数学课程目标	(8)	一、基本内容	(64)
四、高中数学教学设计总体建议	(9)	二、教材分析	(65)
第三节 中学数学教学工作	(11)	三、教学重点和难点	(67)
一、中学数学的备课	(12)	四、教学设计建议	(69)
二、中学数学的教案编写	(16)	第二节 教学实践案例	(70)
三、中学数学的作业布置	(17)	案例 1 “1.3 空间几何体的表面积 与体积”教案	(70)
四、中学数学的课外辅导工作	(18)	案例 2 “2.2 直线、平面平行的判定 及性质”教案	(76)
五、中学数学的说课	(19)	案例 3 “2.3 直线、平面垂直的判定 及其性质”说课稿	(79)
六、中学数学的评课	(23)	案例 4 “3.2 直线的方程”教案	(85)
参考文献	(26)	案例 5 “4.1 圆的方程”说课稿	(88)
第一章 高中数学必修 1 教材解读 与教学实践案例	(27)	本章参考文献	(92)
第一节 总体说明	(27)	第三章 高中数学必修 3 教材解读 与教学实践案例	(93)
一、基本内容	(27)	第一节 总体说明	(93)
二、教材分析	(28)	一、基本内容	(93)
三、教学重点和难点	(32)	二、教材分析	(95)
四、教学设计建议	(33)	三、教学重点和难点	(97)
第二节 教学实践案例	(38)	四、教学设计建议	(100)
案例 1 “1.3 函数的基本性质” 说课稿	(39)	第二节 教学实践案例	(132)
案例 2 “2.1 指数函数”教案	(43)		
案例 3 “2.2.2 对数函数及其性质”			

案例 1 “1.1 算法与程序框图”教案 … (132)	教案 …… (198)
案例 2 “2.3 变量间的相关关系” 说课稿 …… (144)	案例 4 “3.3.2 简单的线性规划 问题”说课稿 …… (201)
案例 3 “3.2.1 古典概型”教案 …… (147)	本章参考文献 …… (207)
案例 4 “3.2.2(整数值)随机数 的产生”教案 …… (151)	
本章参考文献 …… (153)	
第四章 高中数学必修 4 教材解读 与教学实践案例 …… (154)	第六章 高中数学选修 2-1 教材解读 与教学实践案例 …… (208)
第一节 总体说明 …… (154)	第一节 总体说明 …… (208)
一、基本内容 …… (154)	一、基本内容 …… (208)
二、教材分析 …… (155)	二、教材分析 …… (210)
三、教学重点和难点 …… (160)	三、教学重点和难点 …… (214)
四、教学设计建议 …… (161)	四、教学设计建议 …… (215)
第二节 教学实践案例 …… (167)	第二节 教学实践案例 …… (218)
案例 1 “1.4 三角函数的图像与性质” 说课稿 …… (167)	案例 1 “1.1 命题及其关系”教案 …… (218)
案例 2 “2.3.1 平面向量的基本定理” 教案 …… (170)	案例 2 “2.2.1 椭圆及其标准方程” 说课稿 …… (223)
案例 3 “3.1 两角和与差的正弦、余弦 和正切公式”教案 …… (173)	案例 3 “3.1.1 空间向量及其加减 运算”“3.1.2 空间向量的 数乘运算”教案 …… (227)
本章参考文献 …… (175)	本章参考文献 …… (231)
第五章 高中数学必修 5 教材解读 与教学实践案例 …… (177)	第七章 高中数学选修 2-2 教材 解读与教学实践案例 …… (232)
第一节 总体说明 …… (177)	第一节 总体说明 …… (232)
一、基本内容 …… (177)	一、基本内容 …… (232)
二、教材分析 …… (180)	二、教材分析 …… (233)
三、教学重点和难点 …… (183)	三、教学重点和难点 …… (236)
四、教学设计建议 …… (183)	四、教学设计建议 …… (237)
第二节 教学实践案例 …… (187)	第二节 教学实践案例 …… (243)
案例 1 “1.1.1 正弦定理”说课稿 …… (187)	案例 1 “1.5 定积分的概念” 说课稿 …… (243)
案例 2 “2.3 等差数列的前 n 项和” 教案 …… (193)	案例 2 “1.6 微积分基本定理” 教案 …… (260)
案例 3 “2.5 等比数列的前 n 项和”	案例 3 “2.3 数学归纳法”说课稿 …… (266)
	案例 4 “3.1 数系的扩充和复数 的概念”教案 …… (271)

本章参考文献	(275)	第二节 教学实践案例	(281)
第八章 高中数学选修 2-3 教材		案例 1 “1.2 排列与组合”说课稿 ...	(281)
解读与教学实践案例	(276)	案例 2 “1.3 二项式定理”教案	(284)
第一节 总体说明	(276)	案例 3 “2.2 二项分布及其应用” 说课稿	(295)
一、基本内容	(276)	案例 4 “3.1 回归分析的基本思想 及其初步应用”教案	(304)
二、教材分析	(278)	本章参考文献	(319)
三、教学重点与难点	(279)		
四、教学设计建议	(279)		

绪 论

数学是研究数量关系与空间形式的科学,而数量关系与空间形式是无处不在的,高中阶段的数学内容在生活、生产、科学和技术中都有广泛的应用.数学对于培养人的逻辑思维能力、抽象概括能力、探索创新能力等有着独特的作用,数学素养已经成为人的基本素养之一.数学概念和命题、数学思想方法的产生和发展都是自然的,合情合理的,体现着人类创造的妙手偶得之功.数学是清清楚楚的,没有似是而非,对就是对,错就是错.然而,学习数学的方法却是丰富多彩、因人而异的,这正是条条大路通罗马.高中数学教学的任务之一就是要让学生理解数学概念,学会数学证明,掌握数学思想方法,积极主动地探索数学问题.

第一节 《普通高中数学课程标准(实验)》基本理念概述

《普通高中数学课程标准(实验)》(本书以下简称《课程标准》)由教育部制定并于2003年颁行.

在我国基础教育课程改革的理念与目标中,强调课程要促进每个学生身心健康发展,培养良好品德,培养终身学习的愿望和能力,处理好知识、能力以及情感、态度、价值观的关系,克服课程过分注重知识传承和技能训练的倾向.在关注基础知识和基本技能目标的同时,更关注学生的发展对课程目标提出的新要求,数学能力的全面发展对创新精神和实践能力的促进作用,数学学习中良好的情感体验以及对个性品质的培养.体现课程内容的现代化,淡化每门学科领域内的“双基”,精选对学生终身学习与发展必备的基础知识和技能,处理好现代社会需求、学科发展需求与学生发展需求在课程内容的选择与组织中的关系,改变部分课程内容繁、难、多、旧的现象.内容上不过分追求逻辑严谨和体系形式化,数学教材类型多样化,实现一个课程标准,多套教材,提供更多的选择余地.实行三级课程管理机制,建立国家、地方、学校三级课程管理制度,增

强课程对地方、学校及学生的适应性,借助信息技术手段进行数学实验和多样化的探究或学习,拓展学生的学习空间,注重学生的经验与学习兴趣,强调学生主动参与、探究发现、交流合作的学习方式,改变课程实施过程中过分依赖课本、被动学习、死记硬背、机械训练的观念,建立评价项目多元,评价方式多样,既关注结果更重视过程的评价体系,突出评价对改进教学实践、促进教师与学生发展的功能,改变课程评价方式过分偏重知识记忆与纸笔考试的现象以及过于强调评价的选拔与甄别功能的倾向,改变日常的考试过频、过难、分量过重现象;优化考试的形式、内容以及考试对数学教育过程的影响,对考试的结果采用科学、合理的处理方式。《课程标准》的基本理念具体体现在以下十个方面:

(一) 构建共同基础,提供发展平台

高中教育属于基础教育,高中数学课程应具有基础性。这包括两方面的含义:第一,在义务教育阶段之后,为学生适应现代生活和未来发展提供更高水平的数学基础,使他们获得更高的数学素养;第二,为学生进一步学习提供必要的数学准备。高中数学课程由必修系列课程和选修系列课程组成,必修系列课程是为了满足所有学生的共同数学需求;选修系列课程是为了满足学生的不同数学需求,它仍然是学生发展所需要的基础性数学课程。

(二) 提供多样课程,适应个性选择

高中数学课程应具有多样性与选择性,使不同的学生在数学上得到不同的发展。高中数学课程应为学生提供选择和发展的空间,为学生提供多层次、多种类的选择,以促进学生的个性发展和对未来人生规划的思考。学生可以在教师的指导下进行自主选择,必要时还可以进行适当的转换、调整。同时,高中数学课程也应给学校和教师留有一定的选择空间,他们可以根据学生的基本需求和自身的条件,制订课程发展计划,不断地丰富和完善供学生选择的课程。

(三) 倡导积极主动、勇于探索的学习方式

高中学生的数学学习活动不应只限于接受、记忆、模仿和练习,相应的高中数学课程还应倡导自主探索、动手实践、合作交流、阅读自学等学习方式。这些方式有助于发挥学生学习的主动性,使学生的学习过程成为在教师引导下的“再创造”过程。同时,高中数学课程设立“数学探究”、“数学建模”等学习活动,为学生形成积极主动的、多样的学习方式进一步创造有利的条件,以激发学生的数学学习兴趣,鼓励学生在过程中养成独立思考、积极探索的习惯。高中数学课程应力求通过各种不同形式的自主学习、探究活动,让学生体验数学发现和创造的历程,发展他们的创新意识。

(四) 注重提高学生的数学思维能力

高中数学课程应注重提高学生的数学思维能力,这是数学教育的基本目标之一。人们在学习数学和运用数学解决问题时,不断地经历直观感知、观察发现、归纳类比、空间想象、抽象概括、符号表示、运算求解、数据处理、演绎证明、反思与建构等思维过程。这些过程是数学

思维能力的具体体现,有助于学生对客观事物中蕴涵的数学模式进行思考和做出判断.数学思维能力在形成理性思维中发挥着独特的作用.

(五) 发展学生的数学应用意识

在当今知识经济时代,数学和计算机技术的结合使得数学能够在许多方面直接为社会创造价值,同时也为数学发展开拓了广阔的前景.近几年来,我国大学、中学数学建模的实践表明,开展数学应用的教学活动符合社会需要,有利于激发学生学习数学的兴趣,有利于增强学生的应用意识,有利于扩展学生的视野.因此,高中数学课程应提供基本内容的实际背景,反映数学的应用价值,开展“数学建模”的学习活动,设立体现数学某些重要应用的专题课程;应力求使学生体验数学在解决实际问题中的作用、数学与日常生活及其他学科的联系,促进学生逐步形成和发展数学应用意识,提高实践能力.

(六) 与时俱进地认识“双基”

我国的数学教育具有重视基础知识教学、基本技能训练和能力培养的传统.与此同时,随着时代的发展,特别是数学的广泛应用、计算机技术和现代信息技术的发展,数学课程设置和实施应重新审视基础知识、基本技能和能力的内涵,形成符合时代要求的新的“双基”.例如,为了适应信息时代发展的需要,高中数学课程增加了算法的内容,把最基本的数据处理、统计知识等作为数学基础知识和基本技能;同时,删减繁琐的计算、人为技巧化的难题和过分强调细枝末节的内容,克服“双基异化”的倾向.

(七) 强调本质,注意适度形式化

形式化是数学的基本特征之一.在数学教学中,学习形式化的表达是一项基本要求,但是不能只限于形式化的表达,要强调对数学本质的认识,否则会将生动活泼的数学思维活动淹没在形式化的海洋里.数学的现代发展也表明,全盘形式化是不可能的.因此,高中数学课程应该返璞归真,努力揭示数学概念、法则、结论的发展过程和本质.数学课程要讲逻辑推理,更要讲道理,通过典型例子的分析和学生自主探索活动,把数学的学术形态转化为学生易于接受的教育形态,使学生理解数学概念、结论逐步形成的过程,体会蕴涵在其中的思想方法,追寻数学发展的历史足迹.

(八) 体现数学的文化价值

数学是人类文化的重要组成部分.数学课程应适当反映数学的历史、应用和发展趋势,数学对推动社会发展的作用,数学的社会需求,社会发展对数学发展的推动作用,数学科学的思想体系,数学的美学价值,数学家的创新精神.数学课程应帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用,逐步形成正确的数学观.为此,高中数学课程提倡体现数学的文化价值,并在适当的内容中提出对“数学文化”的学习要求,设立“数学史选讲”等专题.

(九) 注重信息技术与数学课程的整合

现代信息技术的广泛应用正在对数学课程内容、数学教学、数学学习等方面产生深刻的

影响.高中数学课程提倡实现信息技术与课程内容的有机整合(如把算法融入到数学课程的各个相关部分).整合的基本原则是有利于学生认识数学的本质.高中数学课程提倡利用信息技术来呈现以往教学中难以呈现的课程内容,在保证笔算训练的前提下,尽可能使用各种数学教育技术平台,加强数学教学与信息技术的结合,鼓励学生运用计算机、计算器等进行探索和发现.

(十) 建立合理、科学的评价体系

现代社会对人的发展的要求引起评价体系的深刻变化.高中数学课程应建立合理、科学的评价体系,包括评价理念、评价内容、评价形式和评价体制等方面.评价既要关注学生数学学习的结果,也要关注他们数学学习的过程;既要关注学生数学学习的水平,也要关注他们在数学活动中所表现出来的情感态度的变化.在数学教育中,评价应建立多元化的目标,关注学生个性与潜能的发展.例如,过程性评价应关注对学生理解数学概念、数学思想等过程的评价,关注对学生提出、分析、解决问题等过程的评价,以及在过程中表现出来的与人合作的态度、表达与交流的意识和探索的精神.对于数学探究、数学建模等学习活动,要建立相应的过程评价内容和方法.

第二节 数学特点与高中数学教学设计总体建议

我们将详细阐述数学高度的抽象性、严谨的逻辑性、广泛的应用性、内涵的辩证性、独特的优美性和深刻的文化性.这些特点决定了对人的综合素质的训练数学有着其他学科不可替代的作用,高中数学课堂教学要充分从数学学科特点中挖掘教育因素,实现教学目标.结合高中数学课程设置的原理与意图以及课程目标给出高中数学教学设计的总体建议.

一、数学的特点

(一) 高度的抽象性

数学是关于模式和秩序的科学,它是对现实内容仅从数量与空间形式或一般结构方面来反映客观现实.数学概念是抽象的结果,原理法则反映数学概念之间的关系,也是抽象的产物.数学方法的抽象性,变换、公理、对称、结构、无穷、模型方法都是抽象的结果.数学多层次的符号化和形式化本身就是一种抽象,日常语言能够表示抽象层次和对象间的简单逻辑关系,但对于数学抽象的多层次、系统性和严谨的逻辑性,日常语言无法把远离直观和经验的不同数学对象、概念的抽象层次和逻辑关系明确区分开来,数学符号解决了这个繁杂、容易产生歧义的问题.

(二) 严谨的逻辑性

在数学公理系统中,所有命题与命题之间都是由严谨的逻辑性联系起来.具体过程是从

不加定义而直接采用的概念(原始概念)出发,通过逻辑定义的手段逐步建立起其他概念(派生概念),由不加证明而直接采用作为前提的公理出发,借助于逻辑演绎手段而逐步得出进一步结论,即定理,然后再将所有概念和定理组成一个具有内在逻辑联系的整体,即构成了公理系统.数学中的公式、定理的正确性无法由具体实验和经验来证明,必须从逻辑上以严格演绎证明才能被确认;无论数学成果的获取如何(逻辑思维的、非逻辑思维的),要成为一种数学真理,必须经受严谨的逻辑证明检验,解决问题基础上的合乎逻辑正是数学对真理性追求的实质所在.严密的逻辑体系产生前瞻性具有重要理论与实践价值.

(三) 应用的广泛性

数学作为一种工具、语言和文化已经渗透到任何一门学科及其分支领域.如天文学、力学、物理学、化学等自然科学,经济学、地质学、生态学、社会学、心理学、法学、语言学等.数学的应用特别反映在现代的经济建设、科学技术、军事安全三个方面,如优化、控制与统筹,设计与制造,质量控制,预测与管理,信息处理,大型工程,资源开发与环境保护,农业经济,机器证明,新计算方法,数学物理,最短网络,几何设计,模糊推理等.

(四) 内涵的辩证性

数学中蕴涵丰富的辩证唯物主义思想,揭示了唯物辩证法的许多基本规律.内容的辩证性:正数与负数,有理与无理,常量与变量,必然与随机,近似与精确,有限与无限,抽象与具体,微分与积分等.数学方法的辩证性:归纳演绎等形式逻辑的思维方法和直觉、联想等非形式逻辑的思维方法交互使用,就是对立统一规律,否定之否定规律的具体体现.在“直与曲”、“有限与无限”,“均匀与非均匀”等矛盾问题中产生了辩证性数学方法.数学的发展过程充满辩证性,表现在:三次数学危机,无理数的发现,无穷小是零吗,悖论的产生等.

(五) 独特的优美性

人的心理是知、情、意的统一,是理智感、审美感和道德感的统一.数学教育对人的整体教育功能,也体现在审美教育功能.数学美的表现形式是多种多样的.从数学的外在形象上观赏:她有体系之美、概念之美、公式之美;从数学的思维方式上分析:她有简约之美、无限之美、抽象之美,定理的和谐美,推理的完全美,语言的简洁美,构思的创新美,结果的奇异美.没有一定的数学素养就无法理解和欣赏数学的美,数学教育作为对未来公民进行素质教育的重要工具,要重视数学的美育功能,并体现在数学课堂教学中.数学的美育功能有四个层次.第一层次美观:外观上的对称与和谐.如,圆、正三角形、五角星等图形的对称美,和谐的公式美.如, $a^n b^n = (ab)^n$.正如罂粟花美丽的外表下蕴藏着毒素与烦恼,金玉其外败絮其中,只是美观不足以认识数学(如 $1/2 + 1/3 = 1/5$).第二层次美好:美好的心灵胜过外在的靓丽,一元二次方程的求根公式,看上去不对称,不和谐,不美观,了解、运用、欣赏它后便会感到它的美好.正如《巴黎圣母院》中的卡西摩多,外表的丑陋无法遮蔽他内心的美丽.第三层次美妙:许多数学内容都给人以美妙的震颤感觉,当你了解了勾股定理的上百种证明,才

会觉得它是多么伟大深刻. 致使人们把它作为与外星人进行沟通的图案和公式. 当你了解更多关于 π 和黄金分割的奥秘, 知道三角形的外心、中心、重心、内心、旁心的秘密, 其深刻的美妙意义让人回味无穷. 第四层次完美: 数学总是要做到完美无缺, 欧氏平面几何公理体系的构建, 数学家证明费马定理经历了三百余年的努力与探索, 陈景润对哥德巴赫猜想的追求, 是求得数学完美的典范.

(六) 深刻的文化性

数学文化作为传统文化的重要组成部分, 其文化价值体现在: 作为人类文化的重要组成部分的数学, 它的一个重要特征是追求一种完全确定、完全可靠的知识. 数学的研究对象必须有明确无误的概念, 其方法必须由准确无误的命题开始, 服从明确无误的推理规则, 借以达到正确的结论. 数学方法成为人类认识世界的一个典范, 也成为人在认识宇宙和人类自己时所必须持有的客观态度的一个标准. 它不断追求最简单的、最高层次的、超出人类感官所及的宇宙的根本. 所有这些研究都是在最极度抽象的形式下进行的. 这是一种化繁为简以求统一的过程. 它不仅研究宇宙的规律, 而且也研究它自身. 在发挥自身力量的同时又研究自身的局限性, 从不担心否定自身. 数学不断反思, 不断批判自身, 并且以此开辟自身前进的道路. 想一想数学发展过程的三次危机, 就能发现数学的这一文化魅力.

了解了数学的上述特点, 我们在课堂教学中要遵循数学的系统性, 如果没有前面学过的基础知识为前提, 就很难学好后面的新知识. 新知识是从旧知识发展来的, 课堂教学中要以旧引新、讲新带旧、新旧结合, 承上启下, 运用对比、类比等方法使学生在掌握旧知识的基础上获取新知识. 知识内容上宜由浅入深, 深入浅出, 先讲什么, 后讲什么, 哪些讲, 哪些不讲, 讲解的深度与广度如何, 这些都关系到课堂教学质量, 需要认真推敲. 把握教学规律, 适合学生思维层次的教学才是合理的. 那种“揠苗助长”的做法却适得其反, 久而久之, 将使学生深的难入, 浅的飘浮, 华而不实, 玉外絮中. 在课堂教学中不要韩信点兵, 多多益善, 以讲代练, 面面俱到. 教师只有抓住少而精, 让学生多去想想为什么, 让他们自己去学、会学, 教学效果才能提高. 对数学中的基本概念、定律、定理、公式及法则等知识, 只有将它们放在一起环环相扣, 知识信息在学生思维过程中才能“活”起来, 并在灵活的解题中注意总结规律, 把规律灵活运用. 这就要求在课堂教学中教师应当采用有趣、多变、规范、实用等手段正确处理好教学中的教与学的关系. 要在教学规律上讨时间, 教学方法上讨效率, 把课堂教学质量真正提高到一个新的层次.

二、高中数学的课程内容

高中数学课程分必修课程和选修课程. 必修课程由 5 个模块组成; 选修课程有 4 个系列, 其中系列 1、系列 2 由若干个模块组成, 系列 3、系列 4 由若干专题组成; 每个模块 2 学分(36 学时), 每个专题 1 学分(18 学时), 每两个专题可组成一个模块.

(一) 必修课程

必修课程是每个学生都必须学习的数学内容,包括如下5个模块:

数学1: 集合、函数概念与基本初等函数 I(指数函数、对数函数、幂函数).

数学2: 立体几何初步、平面解析几何初步.

数学3: 算法初步、统计、概率.

数学4: 基本初等函数 II(三角函数)、平面上的向量、三角恒等变换.

数学5: 解三角形、数列、不等式.

(二) 选修课程

对于选修课程,学生可以根据自己的兴趣和对未来发展的愿望进行选择. 选修课程由系列1、系列2、系列3、系列4等组成.

系列1由如下2个模块组成:

选修1-1: 常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、导数及其应用.

选修1-2: 统计案例、推理与证明、数系的扩充与复数的引入、框图.

系列2由如下3个模块组成:

选修2-1: 常用逻辑用语、圆锥曲线与方程、空间中的向量与立体几何.

选修2-2: 导数及其应用、推理与证明、数系的扩充与复数的引入.

选修2-3: 计数原理、统计案例、概率.

系列3由如下6个专题组成:

选修3-1: 数学史选讲.

选修3-2: 信息安全与密码.

选修3-3: 球面上的几何.

选修3-4: 对称与群.

选修3-5: 欧拉公式与闭曲面分类.

选修3-6: 三等分角与数域扩充.

系列4由如下10个专题组成:

选修4-1: 几何证明选讲.

选修4-2: 矩阵与变换.

选修4-3: 数列与差分.

选修4-4: 坐标系与参数方程.

选修4-5: 不等式选讲.

选修4-6: 初等数论初步.

选修4-7: 优选法与试验设计初步.

选修4-8: 统筹法与图论初步.

选修4-9: 风险与决策.

选修4-10: 开关电路与布尔代数.

必修课程内容是满足未来公民的基本数学需求,为学生进一步的学习提供必要的数学准备. 选修课程内容是满足学生的兴趣和对未来发展的需求,为学生进一步学习、获得较高数学素养奠定基础. 其中系列1是为那些希望在人文、社会科学等方面发展的学生而设置的,系列2则是为那些希望在理工、经济等方面发展的学生而设置的. 系列1和系列2的内容是选修系列课程中的基础性内容. 系列3和系列4是为对数学有兴趣和希望进一步提高数学素养的学生而设置的,所涉及的内容反映了某些重要的数学思想,有助于学生进一步打