

主 编 张焕明

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

# 中国中学数学 教师优秀论文集

$$\alpha^2 \geq x_0^2 + 2x_0(\alpha - x_0)$$

$$b^2 \geq x_0^2 + 2x_0(b - x_0)$$

$$c^2 \geq x_0^2 +$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq$$

$$+ c)x_0 - 6x_0^2$$

$$a_1b_1 + a_2b_2 +$$

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots +$$

$$\dots + a_nb_n)^2 \leq$$

$$+ b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

$$AB^2 \cdot CD + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BC \cdot BD \cdot CD$$

内蒙古人民出版社

$$x, \cos x, \dots) f_2(\sin x, \cos x, \dots) f_3(\sin x, \cos x, \dots) \dots = 0$$

# 中国中学数学教师优秀论文集

## 第 三 卷

|       |     |     |
|-------|-----|-----|
| 主 编   | 张焕明 |     |
| 副 主 编 | 倪金根 | 肖大庆 |
| 编 委   | 王汉岭 | 陈文远 |
|       | 陈智慧 | 张宽田 |
|       | 郑世圣 | 施积斌 |
|       | 许康华 | 张作民 |

2M 内蒙古人民出版社 3

PDG

# 中国中学数学教师优秀论文集

## 第三卷

张焕明 主编

\*

内蒙古人民出版社出版发行

(呼和浩特市新城西街20号)

内蒙古新华印刷厂科技分厂印刷

开本:787×1092 1/32 印张:10.25 字数:231千 插页:4

1996年3月第一版 1996年4月第1次印刷

印数:1—3620册

ISBN 7-204-03050-8/G·600 定价:10.00元



### 主 编 简 介

张焕明,男,1952年2月生于浙江省安吉县。1973年毕业于杭州大学数学系,现任浙江省湖州市教委教研室教研员,中学高级教师。二十几年来,一直致力于中学数学教学与研究工作,取得了丰硕的成果。编著《猜想·构造·转换》、《初中数学解题思维导引》等书4种,主编《中国中学数学教师优秀论文集》(1-3卷)等书30余种,发表论文120余篇。

## 序

教师的成果无非是两方面的：一是教学成果，譬如在大面积提高教学质量方面做了哪些卓有成效的工作；二是研究成果，研究成果的重要表现形式是论文。现在很多教师，只注重于教学成果，而忽视了教学研究工作。事实上，教学与研究尤如一只鸟的两只翅膀，缺少了任何一只都不行。

要想干好一件事情，就必须对这件事情倾注全部的精力，要热爱这件工作。作为教师，要想把书教好，首先要爱教师这个职业，不论社会上的大气候怎样变化，热爱教师这个职业的崇高感情不能变，要爱学生、爱学校，要有远大的抱负。要想进行数学教学研究，也同样要有执着的爱，要有坚定的信念和坚强的毅力。

我国有一支庞大的中学数学教师队伍，他们是一支科学研究的重要力量。随着教育改革的深入开展，越来越多的教师对数学教育科研工作产生兴趣，他们认真钻研教材，大胆进行教

学试验,积极研究探索,取得了可喜的成果。

由张焕明先生主编的《中国中学数学教师优秀论文集》,就是中学数学教师进行科学研究的结晶。它的内容涉及中学数学教育理论、数学教育思想、教材教法、能力的培养、初等数学研究、解题方法与技巧等众多领域。所收编的论文中,有参加中日美三国数学教育大会的交流论文,有参加全国初等数学研究学术交流会的获奖论文,有各省市级学术会议交流的论文,还有作者的最新研究成果。它从多个侧面反映了我国数学教育教学研究的水平。

搞好数学教育领域的科学研究,对提高数学教育质量,提高教师本身的业务素质,促进国内外的学术交流,扩大我国的国际影响,都有着十分重要的意义。我希望这套论文集的出版会有助于我国数学教育研究工作的深入开展。

梅向明

一九九四年四月于首都师范大学

# 目 录

|                             |              |
|-----------------------------|--------------|
| 序 .....                     | 梅向明          |
| 和青年教师谈教研 .....              | 张焕明(1)       |
| 浅谈数学论文的撰写 .....             | 李华林(12)      |
| 定义数学概念的若干方式及其规则 .....       | 肖大庆(18)      |
| 树立良好教师形象,不断提高教学质量.....      | 夏时木(27)      |
| 培养学生创造力的途径 .....            | 倪金根(30)      |
| 数学教学中培养学生思维品质的几点尝试 .....    | 林伟杰(35)      |
| 解题教学中如何强化思维品质的训练 ...        | 张作民 郑召齐(42)  |
| 数学中的发散思维方法 .....            | 肖登毅(50)      |
| 注重转化,培养学生的辩证思维能力.....       | 孔繁春(55)      |
| 浅谈学生运算能力的培养 .....           | 陈广田(61)      |
| 谈 1994 年高考数学试题数学思想和能力的考查... | 陈国华(67)      |
| 浅谈初中数学教学中的哲学思辩 .....        | 余建孟(73)      |
| 恰当处理启发学生思维中的几对矛盾 .....      | 王成立(80)      |
| 教会学生猜测,开拓学生思维.....          | 戴国仁(84)      |
| 从一道例题的解法谈一类特殊三角形的变化 .....   | 张建荣(89)      |
| 关于三角形半径的一个不等式链 .....        | 陈 琦 陈 计(95)  |
| 棋盘的 P—L 形覆盖问题 .....         | 许康华(97)      |
| 计算正整数开平方近似值的一些公式.....       | 周定远(102)     |
| 三角形“界心”的性质.....             | 覃文周(109)     |
| 二元二次多项式可因式分解的充要条件.....      | 顾海润(113)     |
| 等幂和陈景润方法之改进.....            | 王云葵(119)     |
| “有刻度尺问题”再探.....             | 赵海兴 李占兰(125) |

|                        |              |
|------------------------|--------------|
| 一个数与它顺序相反数之差的一个命题····· | 吉村曲批(128)    |
| 猜想在解题中的作用·····         | 侯绪敏(130)     |
| 优化解题过程,提高解题速度·····     | 黄卫平(135)     |
| 浅谈选择题错误的心理因素和诊治·····   | 陈爱珍(140)     |
| 论数学学习兴趣的培养与激发·····     | 林光勇(146)     |
| 学习数学思维障碍及其克服·····      | 朱武平(151)     |
| 浅谈钻研教材·····            | 次旺石达(157)    |
| 九年义务教材数学试教浅见·····      | 徐景臣(162)     |
| 使用义务教育初中数学教材的体会·····   | 郑 华(166)     |
| 在解决生物实际问题中学习数学的尝试····· | 张建国(169)     |
| 试说活跃数学课堂气氛·····        | 张书昌(171)     |
| 在数学教学中做好知识点的落实·····    | 张宽田(175)     |
| 在复数教学中培养学生的求简意识·····   | 尚伦东(178)     |
| 如何培养学生用数学的意识·····      | 李晋文 陈家俊(182) |
| 转化在初中各年级的渗透·····       | 郑世圣(186)     |
| 浅谈初中数学思想方法的教学·····     | 纪良银(191)     |
| 加强数学思想方法教学初探·····      | 张宇清 宋笑梅(196) |
| 如何在例题教学中加强学法指导·····    | 郑永丰(200)     |
| 谈双边归纳教学法·····          | 李文成(205)     |
| 链题——高考数学复习的有效途径之一····· | 陈文远(209)     |
| 杜绝题海战术,深入钻研教材·····     | 张贺强(218)     |
| 图变与式变是 平凡 复习的两个关键····· | 王高琛(221)     |
| 浅谈课本习题的教学·····         | 吴建明(226)     |
| 从高考数学试题看高一数学教学·····    | 王汉岭(229)     |
| 抓好课堂环节,提高课堂效率·····     | 张敏华(233)     |
| 优化数学课堂教学,不断提高教学质量····· | 罗日长(236)     |
| 初中平面几何教学点滴·····        | 张 宁(241)     |



|                                                            |                  |
|------------------------------------------------------------|------------------|
| “旧饭”越炒越香.....                                              | 罗伯良(246)         |
| 以数学思想方法为武器,突破《相似形》教学难关.....                                |                  |
| .....                                                      | 梁卷明(250)         |
| 谈谈初中几何教材例题的编写.....                                         | 王金林(256)         |
| “单元网络信号”教学法初探.....                                         | 盛日福 庄肃钦(259)     |
| 分层次命题考查初探.....                                             | 徐初一(264)         |
| 构造排列组合模型求数列的和.....                                         | 石生润(269)         |
| 利用重要不等式求函数的最值 .....                                        |                  |
| .....                                                      | 武 玉 郭守新 银应元(275) |
| 一个立几命题的妙用.....                                             | 周丹平(279)         |
| 两个向量垂直的充要条件链及应用.....                                       | 黄训光(283)         |
| 浅述由式构形解题.....                                              | 李涌泉(287)         |
| 数形结合思想方法在高考中的应用.....                                       | 詹家本(292)         |
| 直线分线段成定比公式的求法及其应用 .....                                    |                  |
| .....                                                      | 施积斌 李先法(298)     |
| 一类数学竞赛题的统一证法.....                                          | 王文景(301)         |
| 比例式证明的归类和分析.....                                           | 王亚权(307)         |
| 求数列 $X_{n+2} = \frac{X_{n+1}^2 + ab^n}{X_n}$ 通项的一种方法 ..... | 刘志军(313)         |
| 关于组合图形面积的求法.....                                           | 姜玉海(318)         |

# 和青年教师谈教研

张焕明

现在 30 岁左右的青年教师,到 21 世纪初,正是我国中学教师的主要骨干,能否带好他(她)们,将直接关系到我国的现代化建设,关系到 21 世纪中国能否成为数学大国的问题.本文结合笔者 20 多年的教学研究工作实际,和青年教师谈谈怎样进行数学教育教学研究.

## 一、要有执著的爱

要想干好一件事,就必须对她倾注全部的精力,要爱这件工作,作为教师,要想把书教好,首先要爱教师这个职业,不论社会上的大气候怎样变化,热爱教师这个职业不能变,要爱学生、爱学校,要有远大的目标.要想搞好中学数学教育研究,也同样要有执著的爱.要有信念和毅力,要几年如一日,甚至几十年如一日.切不可三天打鱼二天晒网.有了爱,就会有远大的目标.切不要因为某个领导的好恶而动摇自己的信念.人云亦云,终将一事无成.有了远大的目标,就会产生锲而不舍的精神.

## 二、要有准备

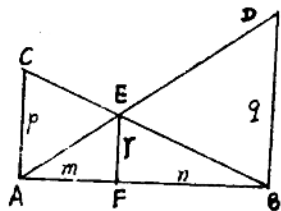
这里所说的准备,主要是:知识、能力、观点和信息.

知识靠读书.读哪些书?一般说来《初等数学解题及研究》(梁绍鸿)、波利亚的《怎样解题》、《数学解题辞典》等等.还有一些参考资料、小册子也要读,不细读也要粗读.其次是阅读数学杂志.新的杂志,有很多新的观点、新的信息,还有一个特点是快.现在全国有关中学数学方面的杂志不下几十种,而每种杂志又各有其自己的风格.如《数学通报》是中国数学会主办的资格最老的数学刊物.其学术性和知识性、初等数学和高等数学兼顾,所刊文章要有创造性;兰州西北师大的《数学教学研究》比

较喜欢几何方面的文章;《湖南数学通讯》比较注重学术性的文章;天津的《中等数学》主要刊登数学竞赛辅导方面的文章;河南的《数学教师》是专为初中数学教师而创办的;北京的《中学生数学》主要适合高中生阅读,且多为短文;……对于这些杂志中有兴趣、有新意的文章,要追根溯源,要将好的地方、好的题目摘抄下来,这项工作有多方面的意义。

能力要靠培养.要想在研究中取得成果,一定要有扎扎实实的基本功,包括创造性思维能力、解题能力和写作能力,还有一点就是提出问题的能力,问题提得越多,证明可研究的东西也越多,“问题是数学的心脏”.例如:初中《几何》第二册习题二十的第四题是:

已知:如右图,  $AC \perp AB$ ,  
 $BD \perp AB$ ,  $AD$  和  $BC$  相交于  
 $E$ , 又  $AC = p$ ,  $BD = q$ ,  $EF =$   
 $r$ ,  $AF = m$ ,  $FB = n$ .



(1) 用  $m, n$  表示  $\frac{r}{p}$

(2) 用  $m, n$  表示  $\frac{r}{q}$ ;

(3) 证明  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{r}$ .

图 1

结论(1)和(2)是为(3)服务的. 学生做了此题后,可提出将条件“ $AC \perp AB, BD \perp AB, EF \perp AB$ ”改为“ $AC \parallel EF \parallel BD$ ”.此时结论(3)是否成立?(肯定).然后再提出将它变形为如下题目:

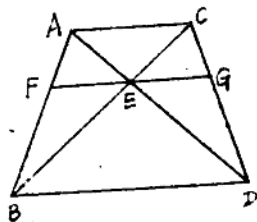


图 2

已知:如右图,梯形  $ABCD$  中,

$AC \parallel BD$ ,  $E$  为  $AD$ 、 $BC$  的交点, 过  $E$  作  $FG \parallel AC$  交于  $AB$  于  $F$ , 交  $CD$  于  $G$ , 求证:

(1)  $EF = EG$ ;

(2)  $\frac{1}{AC} + \frac{1}{BD} = \frac{2}{GF}$ .

再引伸, 有:

梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$  ( $AD < BC$ ), 过  $AC$ 、 $BD$  的交点  $M$  作  $EF \parallel AD$  交  $AB$ 、 $CD$  于  $E$ 、 $F$ ; 再通过  $EC$ 、 $FB$  的交点  $N$  作  $PQ \parallel AD$  交  $AB$ 、 $DC$  于  $P$ 、 $Q$ , 则  $\frac{1}{AD} + \frac{2}{BC} = \frac{1}{EF} + \frac{2}{PQ}$ . (如右图)

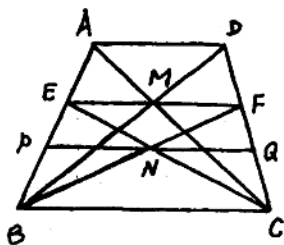


图 3

这就是安庆市第六届初中数学竞赛中的一道把关题.

若将此题推广到一般情况, 就是:

梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$  ( $AD < BC$ ), 过  $AC$ 、 $BD$  的交点  $P_1$  作  $M_1N_1 \parallel AD$  交  $AB$ 、 $CD$  于  $M_1$ 、 $N_1$ ; 过  $M_1C$ 、 $N_1B$  的交点  $P_2$  作  $M_2N_2 \parallel AD$  交  $AB$ 、 $CD$  于  $M_2$ 、 $N_2$ ; 过  $M_2C$ 、 $N_2B$  的交点  $P_3$  作  $M_3N_3 \parallel AD$  交  $AB$ 、 $CD$  于  $M_3$ 、 $N_3$ ; ..... 依次类推, 则有:

$$\frac{1}{AD} + \frac{n}{BC} = \frac{1}{M_1N_1} + \frac{1}{M_2N_2} + \dots + \frac{1}{M_{n-1}N_{n-1}} + \frac{2}{M_nN_n}$$

这是从引伸、推广的角度进行研究. 若从“应用”的角度去研究, 则“引伸一”可解决乎几中的很多问题:

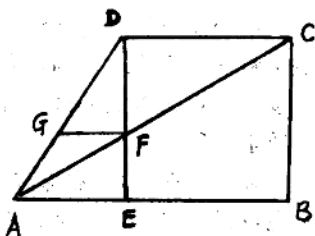


图 4

1、直角梯形  $ABCD$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $DC = BC$ ,  $DE \perp AB$  于  $E$ ,  $AC$  交  $DE$  于  $F$ , 过  $F$  作  $FG \parallel AB$ . 如右图, 求证:  $EF = GF$ .

2、梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $PQ \parallel BC$ , 分别交  $AC$ 、 $BD$  于  $E$ 、 $F$ . 求证:  $PE = QF$ . (如下左图)

3、 $\angle XOY = 120^\circ$ ,  $OZ$  平分  $\angle XOY$ , 一直线交  $OX$ 、 $OY$ 、 $OZ$  于  $A$ 、 $B$ 、 $C$ , 求证:  $\frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} = \frac{1}{OC}$ .

4、 $P$  为正  $\triangle ABC$  的外接圆  $BC$  上任一点,  $D$  为  $PA$  与  $BC$  的交点. (如下右图), 求证:  $\frac{1}{PB} + \frac{1}{PC} = \frac{1}{PD}$ .

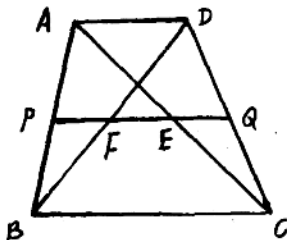


图 5

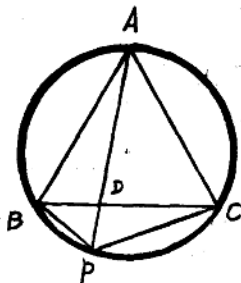


图 6

若将此题应用于解析几何, 又可解决很多关于抛物线方面的题目. 此处不一一举例.

解题能力的强弱是教师的基本功的核心. 须知, 日常解题和数学科研并没有本质的区别. 由解普通题到攻克数学猜想之间并没有不可逾越的鸿沟, 有时解决一道题目的过程本身就是一篇数学科研论文.

观点要靠学习, 靠提炼, 要提高观点, 数学中除了自然辩证法观点、哲学观点、马列主义观点外, 还有数学本身的很多观点. 如方程观点、函数观点、代换观点、数形结合观点、变换观点等

等.

信息要靠交流,读新杂志能获取很多有用的信息;和别人交流,相互提问题,也能获得信息;有机会参加一些学术活动,当然是更好的交流.只有交流,才能不断用新思想、新信息充实自己的头脑,才能跟得上形势,才能使自己的思想、知识不老化的.

### 三、研究的常规思路

1、引伸与推广.对课本题目进行引伸、推广.这是一项很有意义的工作,有很多数学竞赛题的“影子”就在书上,就是通过引伸、推广而获得的,例如:

例1 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$ , $BC$ 边上有100个不同的点 $P_1, P_2, \dots, P_{100}$ ,记 $m_i = AB^2 + BP_i \cdot P_iC$  ( $i = 1, 2, \dots, 100$ ),则 $m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_{100} =$  \_\_\_\_\_. (1990年全国初中数学联赛试题).

这道题的原型是初中《几何》第一册复习参考题的第10题:

在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$ , $AD$ 是中线, $AE$ 是高.求证: $AB^2 - AC^2 = 2BC \cdot DE$ .

若将 $\triangle ABC$ 绕高 $AE$ 折叠,就得如右图所示.此时点 $C, D, B$ 关于 $AE$ 的对称点为 $C', D', B'$ .这时 $AB^2 - AC^2 = 2BC \cdot DE = BC \cdot (2DE) = BC \cdot DD' = BC \cdot CB'$ ,即 $AB^2 = AC^2 + BC \cdot CB'$ .

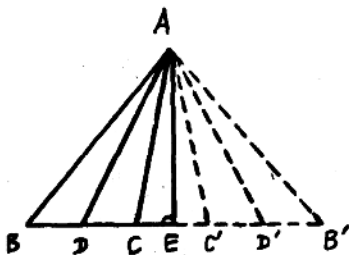


图7

若将 $C \rightarrow P, B' \rightarrow C$ ,去掉其它多余的点、线,并设 $AB = AC = 2$ ,即得

变形1:在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$ , $P$ 为 $BC$ 上任一点,则有 $AP^2 + BP \cdot PC = 4$ .

若  $BC$  边上有 100 个不同的点  $P_i (i = 1, 2, \dots, 100)$ , 其它条件不变, 则有

变形 2: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 2$ ,  $BC$  边上有 100 个不同的点  $P_1, P_2, \dots, P_{100}$ , 记  $m_i = AP_i^2 + BP_i \cdot P_iC (i = 1, 2, \dots, 100)$ , 则  $m_1 + m_2 + \dots + m_{100} = 400$ .

这就是这道竞赛题. 对于更一般的情况, 有:

推广: 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = a$ ,  $BC$  边上有  $n$  个不同的点  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , 并记  $m_i = AP_i^2 + BP_i \cdot P_iC (i = 1, 2, \dots, n)$ , 则

$$\sum_{i=1}^n m_i = na^2.$$

2、类比与猜想. 能推、能猜, 能推推猜猜、猜猜推推的人, 一般是解题能力, 研究能力较强的人. 类比与猜想能力的强弱是衡量一个人研究能力的一个方面, 猜想越多, 能力越强.

例 2 在  $1 \sim 100$  之间求出 10 个自然数, 使得它们倒数的和为 1.

初看此题, 觉得很难着手, 若与熟知的等式

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

相类比, 发现它们“有点象”. 如果再把这个等式变形, 就得

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{n+1} = 1$$

则发现它们很象. 由于这 10 个自然数在  $1 \sim 100$  之间, 所以  $n(n+1) \leq 100$ . 显然  $n(n+1) = 90$ , 从而可知这 10 个自然数是 2, 6, 10, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90.

例 3 笔者发表于《数学教师》89.4 的“面积与周长等值的三角形与内切圆”中有这样几个结论:

(1) 若三角形的面积与周长等值, 则这个三角形的内切圆的半径必为 2.

(2) 若三角形的面积与周长等值, 则其内切圆的面积和周长也等值.

(3) 若三角形的内切圆半径为 2, 则这个三角形的面积与周长等值.

(4) 若三角形内切圆的面积和周长等值, 则此三角形的面积与周长等值.

将它与“体”进行类比, 猜测有:

(1) 若四面体的体积与表面积等值, 则这个四面体的内切球半径必为 3.

(2) 若四面体的体积与表面积等值, 则这个四面体的内切球与这球的表面积等值.

(3) 若四面体内切球半径为 3, 则这个四面体的体积与表面积也等值.

(4) 若四面体的内切球体积与此球的表面积等值, 则这个四面体的体积与表面积也等值.

经过证明, 这四个猜想都是成立的.

3、退化与强化. 在研究解题时, 对于含“一般性”结论的题目, 可采用“退化”的思考方法来探其思路. 笔者发表于《湖南数学通讯》88.2 的论文《退化、简化、特殊化与解题思路》, 就是用“退”的思考方法解决了一些较难的题目; 与此相反, 有些题目若采用“强化”的方法来考虑, 则更能奏效, 笔者发表于华东师大的《数学教学》90.1 的《强化法解题》就有数例.

4、归纳与整理. 杂志中很多文章就是通过归纳整理写成的. 例如笔者如下的文章均属此类:

《数学综合题解法的思路》——《中学教研》(数学版)89.6

《平凡中不对称等式的证题思路》——《数学教学研究》87.4

《连等式的证明与计算》——《中学生数学》85.3



《用张角定理证明几何题》——《中学数学研究》86. 6

《用韦达定理证明几何题》——《中学数学研究》86. 10

《阿波罗定理在证线段平方和、差等式中的应用》——《数学教学研究》88. 1

中学数学内容所反映出来的数学思想和数学方法很多, 这些思想、方法都能通过归纳、整理而发现. 常见的数学思想有: 化归思想、分类思想、基本量思想、递推思想等; 常用的数学方法有: 分割法、配方法、换元法、消元法、待定系数法、判别式法、数学归纳法、构造法、迭加法、对称法等等.

5. 定理型题目的研究. 所谓定理型题目, 就是某一题目可用来解决其它题目, 则这个题目称作定理型题目. 这类题目遍布于整个中学数学课本. 例如:

例4 初中《几何》第二册P85的例1: 三角形一边上的高与外接圆直径的积, 等于其它两边的积.

例5 初中《代数》第三册P126的练习3: 解方程  $x + \frac{1}{x} = c + \frac{1}{c}$ .

例6 高中《立体几何》P56的例1: 长方体的一条对角线和一个顶点的三条棱所成的角分别为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 求证:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

例7 高中《平面解析几何》P124 习题二的第7题: 如果二条曲线方程是  $f_1(x, y) = 0$  和  $f_2(x, y) = 0$ . 它们的交点是  $p(x_0, y_0)$ . 证明方程  $f_1(x, y) + \lambda f_2(x, y) = 0$  的曲线也经过点  $P$  ( $\lambda$  为任意实数).

6. 小技巧的研究与“豆腐干”. 对于广大的中学数学教师来说, 小技巧的研究是十分可贵的, 切不可小看这些小打小闹, 小打小闹隐含着大打大闹. 而小打小闹往往与“豆腐干”文章连在