

# 叶轮机械流场的数值模拟

张艳英 著

東北林業大學出版社

# 叶轮机械流场的数值模拟

张艳英 著

東北林業大學出版社

---

图书在版编目 (CIP) 数据

叶轮机械流场的数值模拟/张艳英著. —哈尔滨: 东北林业大学出版社,  
2008. 7

ISBN 978 - 7 - 81131 - 319 - 2

I. 叶… II. 张… III. 叶轮机械—流场 (流体力学)—数值模拟  
IV. TK123

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 115341 号

---

责任编辑: 任 例  
封面设计: 彭 宇



NEFUP

叶轮机械流场的数值模拟

Yelun Jixie Liuchang De Shuzhi Moni

张艳英 著

东北林业大学出版社出版发行

(哈尔滨市和兴路 26 号)

哈 尔 滨 市 工 大 节 能 印 刷 厂 印 装

开本 787 × 960 1/16 印张 7 字数 123 千字

2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—1 000 册

ISBN 978 - 7 - 81131 - 319 - 2

TK · 2 定价: 18.00 元

# 前　　言

这本专著是作者针对叶轮机械流场的数值模拟所做的相关研究的一个总结。首先推导了以柱坐标分量表示的任意曲线坐标系中的弱守恒型的 N-S 方程组,利用此方程组研究了应用时间相关法结合高精度 TVD 格式求解叶轮机械三维定常黏性流场的加速收敛技术,给出了实现加速收敛的单步方法和多步方法。无粘通量采用 Chakravathy - Osher 三阶精度 TVD 格式进行离散,粘性通量采用中心差分进行离散。时间推进为隐式推进,但是无需矩阵运算,用标量追赶法就可实现  $n$  层到  $n+1$  层的推进过程。所给算法兼有显、隐格式的优点。

为了验证算法的实用性与可靠性,分别用单步法与多步法对叶轮机械三维弯叶片定常黏性流场和 NASA Lewis 研究中心提供的高速涡轮进行了数值模拟,计算结果表明,算法可靠,实用性较强,稳定的 CFL 数可达两位数以上,和一般的显、隐格式相比,计算效率有了明显提高。

通过模拟直叶片和正弯叶片流场,证实了在弯叶片流场内,正是由于吸力面表面的“C”型静压分布,抑制了径向二次流动,减少了叶栅通道内的二次流损失,才降低了叶栅内部流场的能量损失。

借助于全三维 N-S 方程的求解程序,对直叶片和弯叶片两种流场中的通道涡的尺度和强度进行了数值模拟,模拟结果表明,采用弯叶片可使对二次流起主要作用的通道涡限定在尺度较小的稳定形式上。

其次对全隐式方法模拟流场也做了一些研究。由于全隐式方法模拟流场的核心问题是方程组的求解,所以针对代数方程组求解以及方阵求逆等方面发展了一些数学方法。另外在流场模拟的前、后处理方面即网格生成与数据模型化方面也做了一些研究。这些方法是作者对现代数学方法在流场计算中的应用所做的一些有益的尝试。

本书可用于数学专业、流体力学专业的高年级学生或研究生的参考用书,也可用于从事机关专业的科研人员的参考用书。

编著者

2008 年 3 月

# 目 录

<b>1 绪论</b>	.....	(1)
1.1	计算流体力学发展概况	(1)
1.2	叶轮机内部流场数值求解的发展概况	(4)
1.3	弯叶片流场的理论研究与数值模拟	(7)
1.4	本书的主要研究内容	(9)
<b>2 流场控制方程</b>	.....	(12)
2.1	引言	(12)
2.2	柱坐标系下黏性流场的控制方程	(12)
2.3	无量纲化后的柱坐标系下流场控制方程	(14)
2.4	任意曲线坐标系下黏性流场控制方程	(16)
2.5	小结	(19)
<b>3 网格生成</b>	.....	(20)
3.1	引言	(20)
3.2	整体与局部协调的插值法 I	(21)
3.3	一维问题的新型有限元方法	(22)
3.4	椭圆型方程边值问题的新型有限元方法	(24)
3.5	整体与局部协调的插值法 II	(25)
3.6	二维网格生成方法	(26)
3.7	小结	(30)
<b>4 高分辨率格式</b>	.....	(31)
4.1	引言	(31)
4.2	单个守恒律方程的 TVD 格式	(32)
4.3	三维双曲型方程组的离散格式	(35)
4.4	边界条件	(44)
4.5	小结	(45)
<b>5 时间离散与加速收敛技术</b>	.....	(47)
5.1	引言	(47)
5.2	影响显、隐格式 CFL 数大小的因素	(48)

## **2 叶轮机械流场的数值模拟**

5.3 加速收敛的单步方法 .....	(50)
5.4 加速收敛的多步方法 .....	(59)
5.5 数值算例 .....	(62)
5.6 小结 .....	(62)
<b>6 叶轮机械弯叶片三维定常黏性流场的数值模拟 .....</b>	<b>(64)</b>
6.1 引言 .....	(64)
6.2 单步法加速收敛技术的三维推广式 .....	(64)
6.3 边界条件 .....	(67)
6.4 计算结果分析 .....	(68)
6.5 小结 .....	(71)
<b>7 模拟定常流场的全隐式格式的求解方法 .....</b>	<b>(72)</b>
7.1 引言 .....	(72)
7.2 差分方程的直接解法 .....	(72)
7.3 小结 .....	(87)
<b>8 流场数值模拟的后处理方法 .....</b>	<b>(89)</b>
8.1 单变量函数的数据模型化 .....	(89)
8.2 多变量函数的数据模型化 .....	(97)
8.3 小结 .....	(102)
<b>参考文献 .....</b>	<b>(103)</b>

# 1 絮 论

## 1.1 计算流体力学发展概况

### 1.1.1 流体力学方程简介

流体力学是力学的一个分支,它研究流体的平衡和运动的基本规律,以及流体和固体之间相互作用的基本规律<sup>[1~3]</sup>。

按照流体运动的物理特征来看,最简单的流动是理想不可压缩定常流动。它的基本方程组为两个力学方程<sup>[4]</sup>,与热力学过程无关。按流体的旋转方式分为有势流和无势流。对于有势流动,可用拉普拉斯方程(或泊松方程)和代数伯努利方程来刻画,这些方程的求解属于偏微分方程中其理论和算法最成型的一个部分。对于无势流动,通常需要用数值方法求解。

对于理想定常可压缩流动,需要用力学方程和热力学方程共同来描述。有势流时,能量方程可以被积分为代数形式的伯努利方程,但势函数满足的方程为拟线性的,根据马赫数  $M$  值的不同,方程的类型也不同。对于亚音速和超音速流动,有一些成熟的算法,比较棘手的问题是跨音速流动的计算问题,由于方程的类型不确定(混合型)及激波的存在,求解时只能依靠数值方法。

对于非定常流动,不可压时,在有势的情况下,问题最终归结到求解拉普拉斯方程的初边值问题,可压时,方程的类型是确定的双曲型。由于激波的存在,使原有的求解方法遇到了严峻的挑战,同时由于时间相关法<sup>[5~6]</sup>的出现,使许多定常问题归结为非定常问题,从而使求解非定常可压缩流动成为了目前计算流体力学中最为活跃的部分之一。

对于黏性流动,这属于流体力学中比较困难的问题之一。在可压缩的情况下,方程的可解性目前尚缺乏严格的数学证明。在不可压的情况下,当雷诺数  $Re$  较小时,有一些经典解。当  $Re$  增大时,计算不稳定。高雷诺数  $Re$  下的

## 2 叶轮机械流场的数值模拟

黏性流的计算,在工程上依赖于边界层的概念。至于湍流流动问题,这是流体力学中最棘手的一个问题。由于描述湍流运动的基本方程组不封闭<sup>[7]</sup>,在工程计算上,曾一度依靠半经验的湍流模型来弥补<sup>[8~9]</sup>,后来由于计算机的发展,引入了多参数等湍流模型作为补充。因此说,湍流的计算问题,实际上是湍流模型问题而非纯数学计算问题。如果不考虑湍流模型,仅从时间推进和网格加细来求解 N-S 方程组实现湍流模拟是不可能的。

### 1.1.2 计算流体力学发展概述

由于航空、航天、航海、化工及动力等工业的发展,迫切需要研究各类流场的流动情况,从而促进了计算流体力学这门学科的诞生。伴随着计算机的发展和各种算法的出现,计算流体力学逐渐完善形成一门独立的学科。严格地说,计算流体力学是一门交叉学科,涉及多个领域。它涉及流体力学、偏微分方程的数学理论、数值分析、计算机科学等多门学科,但是其最根本的理论基础还是流体力学和计算数学。它的研究对象是如何把描述流体运动的连续介质数学模型离散成大型的代数方程组,以建立可在计算机上求解的数值算法。由于描述流体运动的数学模型可以是偏微分方程(组),积分方程(组)或变分问题等,因此计算流体力学所涉及的算法也很丰富:有限差分法,有限元方法,边界元法及有限解析法等。对于模型是抛物型、双曲型偏微分方程(组)的非定常问题,有限差分法特别适合,结合贴体网格生成技术,它解决了复杂边界的求解问题,不仅如此 20 世纪 70 年代以来,由于发展了许多高分辨率格式,如总变差递减的 TVD 格式<sup>[10]</sup>( Total Variation Diminishing Scheme ),本质无跳动的 ENO 格式( Essentially Non - oscillatory Scheme ),守恒同族特征方法的 CSCM 格式( Conservative Supra Characteristic Method )等。这些方法的出现大大改进了许多复杂流场的数值模拟问题。目前可模拟包含有激波、黏性干扰、分离涡等物理特性的流场。有限元、边界元等方法虽然是先在固体力学中发展和完善起来,而后才移植到流体力学中,但是由于它可以处理复杂边界的定常问题,且求解步骤规范化,易于编制通用程序,目前也得到了很大的发展。特别是近十年来,人们在降低有限元的计算量和捕捉激波方面作了许多有益的探讨。除了上述的方法外,针对特殊的问题,还有有限基本解方法、谱方法、流函数法等。近年来,针对一些复杂的问题,还发展了许多并行算法。

在理论研究方面,哈达马德( Hadamard )、库朗( Courant )、费德里克斯

(Fridrichs)、莱维 (Lewy) 等起了奠基性作用。特别是 1928 年, Courant - Friedrichs - Lewy 给出了一个著名的稳定性判别条件——CFL 条件, 奠定了偏微分方程差分求解的理论基础。在五六十年代, 出现了许多针对守恒型双曲型方程的差分格式。1952 及 1954 年, Courant 及 Lax & Friendrichs 分别提出了一阶精度的守恒型差分格式<sup>[11]</sup>。到了 50 年代末、60 年代初, 又出现了许多二阶精度的 Lax - Wendroff 类差分格式, 但这些格式在激波附近发生非物理振荡现象。稳定性条件的满足需要靠人工黏性项, 使得这类格式在使用中有很大的局限性。稍后在六十年代末出现了应用比较广泛的 MacCormark 型差分格式。70 年代以来, 时间相关法获得了较大的成功。通过求解非定常的 N - S 方程组, 解决了许多实际问题, 如飞行器超声速、高超声速无黏和有黏流场的数值模拟问题, 叶轮机内部混合型流场问题等, 针对流场中存在激波现象, 发展了许多高分辨率格式, 如 TVD 格式、ENO 格式、CSCM 格式等。这些格式的出现, 使计算流体力学的发展上了一个新的台阶。在国内, 从 70 年代以来, 一些学者也发展了许多数值计算方法, 在求解非定常的欧拉方程、可压缩 N - S 方程、简化 N - S 方程等方面取得了可喜的成绩: 提出了求解欧拉方程的特征符号分裂方法、三层格式方法、求解可压缩流 N - S 方程的调节因子法、紧致迎风格式、推进迭代法、NND 格式、Mmb 格式等。

另外, 计算机的发展给流体力学以巨大的影响, 首先 Bush 在 1931 年报告了他的“微分分析器”以后, 使得直接求解描述流体运动的非线性偏微分方程成为可能, 计算流体力学由此得名, 而“微分分析器”是第一批成功的自动计算机之一。

其次, 计算机速度的发展, 使得计算流体力学可模拟的物理现象丰富起来, 目前可模拟激波、非定常运动、黏性流体、湍流现象等。

再次, 计算机图形学的发展, 使计算流体力学对流场的计算能力和分析能力得到很大的提高。

流场的数值计算离不开计算区域的网格划分, 而图形学的发展, 使生成好的网格很容易地显示出来, 利于我们检查网格的结构是否合理, 特别是局部正交性是否得到满足, 网格的疏密程度是否符合计算的要求。另外, 计算机图形学的发展增强了计算流体力学对计算结果的分析能力。按照计算机图形学所提供的方法可使流场的结构(如激波、涡流、驻点、分离线的位置及形状)和描述流场的各种物理量(如压力、速度、能量)的分布情况可直观地显示出来, 从

而我们能够清晰明了地观察与分析流场中的各种现象。

总之,相关学科的发展使得计算流体力学的数值模拟能力有了很大的提高,而计算流体力学的发展也推动和促进了相关学科的发展。

## 1.2 叶轮机内部流场数值求解的发展概况

### 1.2.1 叶轮机内部流场的特点

叶轮机内部流场是一个十分复杂的流场<sup>[12]</sup>,其流动是流体力学中最复杂的流动之一。动静流场同时存在,且常常伴有多相流、传热等现象,不仅如此,其内部还含有各种丰富的涡系结构(如通道涡、壁角涡、马蹄涡等)和激波,在大多数情况下,叶轮机内的流动是三维的湍流流动,同时伴有激波、分离等流动现象。为研究方便,人们在物理上对叶轮机内部流动作了很大的简化,最后得到的模型仍然表现出强三维性和有旋性。按照流体运动所应遵循的三个规律来刻画,最后得到的数学模型为无黏的 Euler 方程组和有黏的 N-S 方程组等<sup>[13~14]</sup>,不管是哪一种方程组,在数学上都是一个非线性的复杂的方程组<sup>[15~16]</sup>,其数学理论还不够完善。大多数情况下,直接的解析解是无法得到的,因此需要借助于数值方法,且所得到的结果还需要通过实验来加以修正和验证。

### 1.2.2 叶轮机内流场数值模拟的基本方法

叶轮机内流场的数值计算与数值模拟由于具有花费小、见效大、时间短的优点,从而省钱省时,在很大程度上代替了风洞实验,因此越来越受到人们的重视,发展了许多数值方法。但应用最广泛的还是差分法、有限元法和流线曲率法等。

#### 1.2.2.1 差分法

差分方法是叶轮机内流场数值模拟的常用方法之一<sup>[17~18]</sup>。它最关键的一步是采用各种方法把偏微分方程的定解问题在给定区域上进行离散化。这包含两方面的问题,其一是格式的选取,不同的格式将得到不同的结果,不仅如此,不同格式将使稳定性、收敛性、精度都不相同。如何构造高精度的格式且能保证良好的稳定性与收敛性是差分法的一个重要课题。其二是区域离散

问题,最初使用差分法对叶轮机内流场进行数值模拟时,大多数是在物理域上直接进行模拟,由于叶轮机内部流场的区域边界都比较复杂,不可避免地造成区域边界的破碎网格,使差分不等距,增加了流场求解的难度。但是现在这已经不再成为一个问题了,因为贴体网格生成技术很好地解决了这一问题。

### 1.2.2.2 有限元方法

有限元方法和有限差分法一样,是求解偏微分方程的一种系统化方法起源于20世纪40年代,随着高速电子计算机的出现得以迅速的发展。在弹性力学、结构力学等方面有着广泛的应用。流体力学偏微分方程多数是非线性的,比固体力学方程要复杂的多,因此有限元在流体力学中的应用要晚一些。文献<sup>[19~20]</sup>建立了适用于叶轮机内部流场的变分原理后,才使得在叶轮机内流场应用有限元方法进行数值模拟成为了可能。发展了许多适用于叶轮机内流场的数值模拟方法,其突出特点是适合于复杂边界区域的数值模拟。借助于变域变分可把强加的边界条件转化为自然边界条件。有限元方法最初是针对椭圆型方程提出的,近年来,也发展了许多适合于双曲型和抛物型方程的算法。已经成为叶轮机内流场数值模拟的一个强有力的工具之一,有许多有关这方面的著作。

流线曲率法是一个比较古老的方法。虽然目前工程上仍有应用,但是由于保证收敛的初始流线不易选取,使得这种方法越来越让位于其他方法。

可用于叶轮机内流场数值模拟的方法还有很多,如边界元方法、多重网格法、面元法、奇异摄动法、有限分析法、区域分解算法等。有些方法虽然还处于发展之中,但是已经显示出了极强的生命力,肯定会推动叶轮机内流场数值模拟甚至是计算流体力学的发展。

### 1.2.3 叶轮机内流场数值模拟发展概况

伴随着相关学科(如计算方法和计算机科学)的发展,计算流体力学在近三四十年内得到了飞速的发展。作为计算流体力学的重要部分之——叶轮机内流场的数值模拟也得到空前的发展,具体表现形式为,算法的多样性,捕捉激波和模拟细微的涡系结构的能力以及强大的前后处理能力等。

早期的叶轮机内流场的数值模拟,受计算机存储量和速度的限制,通常是通过求解简化N-S方程组来实现的,这时的数值模拟,虽然能够基本上反映出黏性的特性,但是不能很好地预测叶栅内的二次流动及损失的分布。

## 6 叶轮机械流场的数值模拟

伴随着计算机从第一代到第五代的飞速发展,尽管第五代计算机还处于研制和发展阶段,但是大中型计算机的出现,计算速度的提高,已给模拟叶轮机内真实的流动提供了可能。

近 20 年来,各种高分辨率格式的出现,如 TVD 格式、NND 格式、ENO 格式、CSCM 格式、Mmb 格式、紧致迎风格式、耗散比拟法等,大大地提高了流场数值模拟的能力,利用这些格式,通过求解全三维原参数的 N-S 方程组,人们可以比较精确地捕捉流场的激波和模拟流场中的细微的涡系结构。这给从微观上研究二次流的产生原理打下了良好的基础。

另外,非定常的数值模拟,在近 20 年内也得到了飞速的发展,加速收敛技术<sup>[21]</sup>由于工程学家和数学家的介入已日趋成熟。目前,有关的非定常流场的数值计算结果已可应用于工程实际中。

可以肯定地说,尽管叶轮机内流场的数值模拟还不够完善,但是它已经成为计算流体力学的一个重要组成部分,它的发展必将促进和带动相关学科的发展,尤其是促进叶轮机工程设计的发展。

### 1.2.4 时间相关法综述

由于任何的定常问题均可视为是在一确定的边界条件下,流动经初始扰动,经历了一个无限长的时间过程,达到稳定状态,所以对定常问题常采用增加一维时间变量的方法,这样定常和非定常的问题都统一地用描述非定常的 N-S 方程组来处理。下面我们主要综述一下求解叶轮机黏性流场的时间相关法。

时间相关法是 VonNeuman 于 1950 年首次提出的<sup>[22]</sup>,在 20 世纪五六十年代,主要采用显式方法进行时间推进。比较常用的格式是 MacCormack 于 1969 年提出的 MC-69 格式以及四阶的 Runge-Kutta 格式。显格式的优点在于计算简单,边界条件易于处理,同时比较适合于向量运算。但显格式在时间推进过程中,由于 CFL 条件的限制,使得在高雷诺数区,时间长度必须很小,从而影响了收敛速度。尤其是对湍流问题,这一矛盾十分突出。所以在历史发展中,显格式曾一度让位于隐格式。70 年代以后,发展了许多隐格式,如 Beam-Warming 于 1975 年提出的隐式近似因子分解法(AF 法)以及 Briley 和 McDonald 提出的隐式算法和 MacCormak 1981 年提出的显隐格式,后来又进一步发展了以矩阵的谱半径的代数运算代替原方法中的矩阵运算和其他的一些改进

措施,如 Zyer 和 VonLavante 的谱半径 MC - 81 法, Dawes 的 AF 分解法以及 Jameson 的隐式残差平滑法等。这些方法的共同特点是对于多维问题采用近似因子分解技术或交替方向隐式技术,应用这些技术,可使高维问题转化为低维问题,从而减少工作量,降低求解难度,但同时引进了分解误差,这样对于大的时间步长,由于截断误差的增加,影响了稳定性和精度。因此实际应用上,无条件稳定的隐式算法实际上是有条件的,针对这一点,许多人发展了隐式算法的直接求解方法,如强隐式方法(SIP)、Gauss - Seidel 迭代法、推进迭代法等。这些方法虽然避免了分解带来的弊病,但在求解非线性多维系统时,不但计算量大且在求解过程中往往会出现许多预料不到的问题。正因为如此,近年来显示方法又逐渐被人们看好,但显式算法迫切需要解决的是加速收敛问题,这正是本文的一个重要目的。

## 1.3 弯叶片流场的理论研究与数值模拟

### 1.3.1 弯叶片的产生及发展历程

要提高叶轮机械的效率,就要减少气流流过叶轮机械叶栅通道内的能量损失,也就是说叶轮机械的效率和通流部分的效率密切相关。这样,提高通流部分的效率就必须减少叶栅通道内的二次流损失。而减少二次流损失的一个最积极的作法是合理地利用与控制叶栅通道中二次流的产生与发展。在这个背景下,从 20 世纪 60 年代起,各国学者进行了大量的实验研究,针对如何控制叶栅通道内的气体流动,减少叶栅通道内的能量的损失,提出了许多方法和改善措施。如为了改变通流部分几何参数提出了通道子午收缩与子午面成型方法,就改善作功量分布提出了可控涡设计方法等。在这其中,为了改善叶栅通道内的压力分布,文献<sup>[23]</sup>提出了弯叶片设计思想,这一设计方法一提出就受到各国同行专家的高度重视,并在世界上的一些发达国家相继开展了有关弯叶片的气动实验、理论分析及数值计算等方面的相关研究,有力地促进了弯叶片理论的发展,为弯叶片成功应用于航空发动机、蒸汽轮机及燃气轮机打下了坚实的基础。从弯叶片提出到现在,叶片成型和设计理论的发展经历了以下两个阶段:

- (1) 反力度均化理论阶段;

### (2) 叶片弯扭联合气动成型理论阶段。

反力度均化理论主要是针对大型汽轮机的末几级,根部反力度与顶部反力相差极大提出来的。为使顶部反力度不致过大,往往在根部不得不引入负的反力度,有时可达 $-20\%$ 以上,这无疑会恶化动叶根部区域的流动状况。在这种背景下,提出了反力度沿叶高均化理论。20世纪60年代初使反力度沿叶高均化的方法有内外壳成型、叶片的反扭和叶片的周向弯曲。采用弯曲叶片以使反力度沿叶高均化理论的不足之处是当时未阐明仅仅依据叶片的径向分力是无法直接改变间隙站内部静压沿叶高分布的,叶片的径向分力是通过改变流线曲率来间接地改变反力度沿叶高的分布的。

王仲奇院士在1981年首次提出决定叶栅内能量损失主要因素不是反力度沿叶高的分布,而是叶栅流道内,尤其是喉部以后静压沿叶高的分布<sup>[24]</sup>。该文献中的数值计算结果说明,在正弯曲叶片栅内可以获得在流道根部区域内为负压力梯度而顶部为正压力梯度的“C”型静压分布准则。在这种压力分布下,叶栅两端的边界层被吸入主流中,这样就减弱甚至消除了两端边界层的堆积,从而降低了两端的能量损失,这种“C”型压力分布亦被实验所证实<sup>[25]</sup>。文献[25]表明采用弯曲叶片不会显著改变静叶出口压力沿叶高的变化规律,这说明在间隙中由于没有叶片,因而叶片对气流的作用力也不存在。为使反力度沿叶高发生显著变化,从而提高间隙根部的压力,同时降低间隙顶部的压力,以达到改善动叶根部区域的流动情况,减少动叶顶部径向间隙漏气损失的目的,除叶片弯曲外,还应同时将叶片进行反扭曲,使在静、动叶间隙中造成流线的反曲率,可以导致反力度沿叶高的均化,这种将叶片的弯曲和扭曲合理匹配成型的方法称为叶片的弯扭联合气动成型。可以说,此种方法使叶片成型理论进入了一个新的阶段。

#### 1.3.2 弯叶片的理论研究及数值模型

采用弯曲叶片可以达到控制径向压力梯度的目的,重组沿叶高的二次流,消除附面层堆积或避免旋涡的汇合,从而有效地控制叶片表面径向二次流和端壁横向二次流发展,降低端部流动损失。这是王仲奇院士“C”型静压分布准则下的附面层迁移理论。这种理论后来被实验所证实<sup>[26~28]</sup>。文献[28~29]不但研究了弯叶片对出口流场及损失系数这类总体参数的影响,而且还阐述了弯叶片对叶栅内涡系结构的影响,从微观上阐述二次流产生的原因以及

采用弯叶片降低损失的机理。

文献[30]指出,正弯叶栅使通道涡的位置移向流道中部,同时强度将削弱;壁角涡被抬到叶片中部同时与尾涡合并为一个大涡,因此端壁横向二次流强度得以减少,这是采用弯叶片降低端壁二次流损失的一个原因。

文献[31]从集中涡系的角度阐述了采用正弯叶栅降低二次流损失的机理。同时指出正弯还是反弯要根据通道涡在出口截面的位置及尺度来决定。

文献[32]还指出,在小展弦比条件下,产生二次流损失的主要原因是叶栅流道内的马蹄涡及通道涡,这种情况下采用反弯,因为反弯叶栅能控制马蹄涡及通道涡的产生与发展。而文献[33]还指出,即使是对于展弦比较小的叶栅,若流动沿流向是膨胀流动,就应采用正弯曲叶片。因为此时从两端迁移到中部的低能流体虽然使中部损失有所提高,但由于中部区域为膨胀流动,未发生附面层分离,所以被吸入中部的附面层并未使中部能量损失明显增加。而叶片正弯后,端部损失降低的很明显,这样总能量损失系数就可大幅度下降。

不论是正弯或是反弯,都是为了得到一个有利的流道内压力场,以减少叶栅通道内的二次流损失,提高叶栅效率。实验研究结合数值模拟为人们不断地认识流场提供了大量的信息,对弯叶片理论的发展起到了一定的促进作用。

## 1.4 本书的主要研究内容

本书是作者对叶轮机械流场数值模拟及其相关研究的工作总结。作者的核心工作是发展了一个适合求解叶轮机械定常黏性流场的数值方法,为了解决定常流动在亚音、超音及混合流动时方程类型不确定的问题,采用了时间相关法,这样定常和非定常流动都统一地用一组双曲型的微分方程组来描述。这时,求解定常流动解是采用显式时间推进还是隐式时间推进是一个首先要考虑的问题。对于三维高雷诺数的湍流流动,节点往往有成千上万个,用时间相关法求解定常流场时,要获得一个满足一定精度的定常解,若采用显式时间推进,由于 CFL 数小于 1 的限制,迭代步常需要成千上万步,计算时间长,计算效率低;若采用隐式时间推进,不可避免地需要多矩阵运算,计算量很大,另外,为了降低隐式方法的求解难度,隐式方法应用于多维时常采用因子分解技术,往往会影响计算精度及计算稳定性,在一定程度上就抵消了隐式方法 CFL 数较大的优点。本书的核心部分是发展一个高效、稳定的计算方法,使其兼有

显、隐格式的优点,这部分内容主要在第 5 章、第 6 章叙述。

全书共分 8 章,第 2 章在忽略热辐射及质量力的情况下,首先给出了柱坐标系下黏性流体的控制方程——N-S 方程组。并将该方程组无量纲化,然后将柱坐标系下流体控制方程变换到任意曲线坐标系中,以适应叶轮机械三维黏性流场的复杂边界。

第 3 章关于网格生成技术给出了一种半解析有限元方法,在配点法的意义下建立了物理域与计算域之间的映射关系,方法简单、易于实现,这部分是作者利用现代数学方法在网格生成方面的一种探索与尝试。

第 4 章系统地介绍了高分辨率 TVD 格式的概念及构造方法以及三阶 TVD 格式的三维推广形式。为此介绍了柱坐标系下的雅可比矩阵,任意曲线坐标系下的雅可比矩阵及其通式;任意曲线坐标系下特征值、特征向量。此外,还介绍了求解叶栅三维黏性流场所需的定解条件(边界条件)及湍流模式。

第 5 章发展了用时间相关法求解定常流场的加速收敛算法。首先就最简单的双曲型单个模型方程分析了影响 CFL 数大小的因素。指出了影响 CFL 数大小的因素主要在于离散方式。其次指出用时间相关法求解定常流场的加速收敛的意义在于增大 CFL 数和提高精度。为此本文采用了半离散化方法,空间离散与时间离散分开进行。空间离散采用第 4 章介绍的 Chakravarthy - Osher 三阶 TVD 离散。主要解决捕捉激波,提高激波分辨率的问题;就时间离散发展了单步法与多步法加速收敛技术。为了验证算法的实用性,用多步法模拟了 NASA Lewis 研究中心提供的高速涡轮试验,其计算结果与实验符合的很好,且稳定的 CFL 数可达 10 以上。

第 6 章就第 5 章发展的单步法收敛技术作了三维推广,用此方法对三维弯叶片定常黏性流场进行了数值模拟。计算结果表明,所发展的数值方法实用性、可靠性良好,加速效果明显。和文献[34]发展的三维黏性流计算程序相比,空间离散都采用 Chakravarthy - Osher 的三阶 TVD 离散的情况下,本文发展的加速收敛方法其稳定的 CFL 数是文献[34]的 100 倍左右。

第 7 章是作者其他工作的一个概述,在这一章里介绍了一些可用于流场计算的其他数学方法。时间相关法求解定常流场,考虑到稳定性问题,采用隐式推进势在必行。针对一般隐式方法都归结到求解方程组,发展了两种求解方程组的正交化方法;同时考虑到黏性系数是空间变量的函数,隐式离散时方程组的右端将从常量变为函数,因此又发展了一种针对此问题的线性方程组

的再生核求解方法。同时针对逆阵应用的广泛性还发展了两种求逆方法。

第8章针对流场数值模拟的后处理给出了几种数学方法，当然有关方面的内容目前已经有了一些比较成熟的算法和软件。考虑到算法的多样性，作者在这方面也作了一些尝试。