

部編大學用書

熱傳導學

M. N. Özigik 著
石延平 譯

國立編譯館主編
黎明文化事業公司出版

部編大學用書

熱傳導學

H

EAT CONDUCTION

M. N. Öziçik 著 石延平 譯

國立編譯館主編
黎明文化事業公司出版



330 (73-44)

學 導 傳 熱

著 者：M. N. Öziçik

翻 譯 者：石 延 平

主 編 者：國 立 編 譯 館

出 版 者：黎 明 文 化 事 業 股 份 有 限 公 司

地 址：台 北 市 信 義 路 二 段 二 一 三 號 十 一 樓・電 話 / 3952508

行 政 院 新 聞 局 出 版 事 業 登 記 台 業 字 第 一 八 五 號

總 發 行 所：台 北 市 長 安 東 路 一 段 五 十 六 號・電 話 / 5812741

門 市 部：台 北 市 信 義 路 二 段 二 一 三 號 綜 合 書 城・電 話 / 3952501

台 北 市 重 慶 南 路 一 段 四 十 九 號・電 話 / 3116829

台 北 市 林 森 南 路 一 〇 七 號 文 化 大 樓・電 話 / 3514221

高 雄 市 五 福 四 路 九 十 五 號・電 話 / 5210416

郵 政 劃 撥：帳 戶 18061 號

印 刷 者：海 王 印 刷 廠 有 限 公 司

地 址：台 北 縣 中 和 市 民 有 街 35 號

電 話 / 2231291

出 版：中 華 民 國 七 十 三 年 八 月 初 版

定 價：新 臺 幣 精 裝 伍 佰 柒 拾 元
平 裝 伍 佰 叁 拾 元

■如有缺頁及倒裝，請寄回換書■

版權所有・翻印必究

自 序

看了 Ozisik 教授所著的「熱傳導學」(*Heat Conduction*)，很喜歡。雖然這本書不是很均衡，譬如，沒有計算的結果，理論沒有和實驗比較，但這本書在分析上寫得很清楚。尤其是古典的分離變數法—Green 函數—積分變換法，對初學的讀者，非常有幫助。

大家都在談科學中文化，翻譯這本書，可以說自己在這方面盡一點力量。本書開始翻譯時，本人服務於成功大學，而於最近完成。

謝謝國立編譯館多位先生的幫忙。

石 延 平 謹識

國立臺灣工業技術學院

目

錄

第一章 熱傳導學的基礎

1-1	熱通量	1
1-2	熱傳導的微分方程式	3
1-3	各種正交坐標的熱傳導方程式	7
1-4	邊界條件	13
1-5	無因次熱傳導參數	16
1-6	齊次和非齊次問題	17
1-7	熱傳導問題的解法	18
	文 獻	21
	問 題	23

第二章 直角坐標的分離變數法

2-1	分離變數法	27
2-2	直角坐標的分離變數法	33
2-3	一維有限區域的齊次問題	34
2-4	一維半無限區域的齊次問題	42
2-5	一維無限區域的齊次問題	47
2-6	多維的齊次問題	51
2-7	乘積解	61
2-8	無熱源的多維穩定狀態問題	66
2-9	有熱源的多維穩定狀態問題	76
2-10	分開非齊次問題為較簡單問題	79

2 熱傳導學

2-11 有用的變換	54
文 獻	87
問 題	89
註 解	91

第三章 圓柱坐標的分離變數法

3-1 圓柱坐標的分離變數法	95
3-2 由 Bessel 函數表示任意函數	100
3-3 (r, t) 變數的齊次問題	114
3-4 (r, z, t) 變數的齊次問題	125
3-5 (r, ϕ, t) 變數的齊次問題	130
3-6 (r, ϕ, z, t) 變數的齊次問題	141
3-7 乘積解	147
3-8 無熱源的多維穩定狀態問題	149
3-9 有熱源的多維穩定狀態問題	154
3-10 分開非齊次問題爲較簡單問題	157
文 獻	160
問 題	162
註 解	164

第四章 球面坐標的分離變數法

4-1 球面坐標的分離變數法	167
4-2 Legendre 函數及 Legendre 相伴函數	172
4-3 由 Legendre 函數表示任意函數	178
4-4 (r, t) 變數的齊次問題	188
4-5 (r, μ, t) 變數的齊次問題	194
4-6 (r, μ, ϕ, t) 變數的齊次問題	204
4-7 多維穩定狀態問題	211

4 - 8	分開非齊次問題為較簡單問題	215
	文 獻	217
	問 題	219
	註 解	220
第 五 章 Duhamel 定理的應用		
5 - 1	Duhamel 定理的敘述	225
5 - 2	Duhamel 定理的證明	228
5 - 3	Duhamel 定理的應用	231
	文 獻	240
	問 題	241
	註 解	242
第 六 章 Green 函數的應用		
6 - 1	解非齊次暫態的熱傳導問題	245
6 - 2	Green 函數的演導	253
6 - 3	解直角坐標問題	256
6 - 4	解圓柱坐標問題	265
6 - 5	解球面坐標問題	272
6 - 6	Green 函數的乘積	280
	文 獻	282
	問 題	283
	註 解	287
第 七 章 Laplace 變換的應用		
7 - 1	Laplace 變換的定義	289
7 - 2	Laplace 變換的性質	292
7 - 3	由逆變換求逆變換	304
7 - 4	由圈線積分求逆變換	310

4 熱傳導學

7-5	解暫態熱傳導問題	322
7-6	短時間及長時間的近似解	333
	文獻	341
	問題	343
	註解	344

第八章 一維複合介質

8-1	應用廣義正交函數展開法解齊次問題	348
8-2	特徵函數和特徵值的求法	354
8-3	變換非齊次外邊界條件為齊次	366
8-4	應用 Green 函數解非齊次問題	372
8-5	Laplace 變換的應用	380
	文獻	386
	問題	388
	註解	389

第九章 近似法

9-1	積分法的基本觀念	393
9-2	積分法的各種應用	399
9-3	變分原理	417
9-4	Ritz 法	428
9-5	Galerkin 法	433
9-6	部分積分法	442
9-7	暫態問題	448
	文獻	454
	問題	459
	註解	461

第十章 相變化問題

10-1	移動界面的邊界條件	465
10-2	相變化問題的恰解	474
10-3	積分法解相變化問題	484
10-4	移動熱源法解相變化問題	492
10-5	具有溫度範圍的相變化	500
	文 獻	501
	問 題	509
	註 解	510

第十一章 非線性問題

11-1	因變數的變換——Kirchhoff 變換	513
11-2	一維非線性熱傳導問題的線性化	518
11-3	自變數的變換——Boltzmann 變換	523
11-4	相似變換	527
11-5	變換為積分方程式	535
	文 獻	539
	問 題	544
	註 解	545

第十二章 數值法

12-1	偏導數的差分式	549
12-2	穩定狀態熱傳導問題的差分式	555
12-3	解聯立線性代數式的方法	563
12-4	數值解的誤差	565
12-5	暫態熱傳導問題的差分式	566
12-6	應用差分法解暫態熱傳導問題	576
12-7	圓柱及球面坐標	584
12-8	熱性質隨溫度改變	592

6 熱傳導學

12-9 彎曲邊界	594
文 獻	597
問 題	603

第十三章 積分變換法

13-1 有限區域問題	608
13-2 有限區域通解的另一形式	618
13-3 在直角坐標的應用	623
13-4 在圓柱坐標的應用	644
13-5 在球面坐標的應用	666
13-6 應用於解穩定狀態問題	679
文 獻	683
問 題	686
註 解	689

第十四章 複合介質的積分變換法

14-1 有限複合區域	697
14-2 一維問題	706
文 獻	714
問 題	716
註 解	716

第十五章 各向異性介質的熱傳導

15-1 各向異性固體的熱通量	720
15-2 各向異性固體的熱傳導方程式	722
15-3 邊界條件	723
15-4 熱阻係數	726
15-5 軸變換及熱傳導係數	727
15-6 熱傳導係數的幾何意義	729

15-7	晶體的對稱性	734
15-8	各向異性固體一維穩定狀態的熱傳導	736
15-9	各向異性固體一維的暫態熱傳導	738
15-10	正交各向異性介質的熱傳導	740
15-11	各向異性介質的多維熱傳導	749
	文 獻	760
	問 題	763
	註 解	764

附 錄

附錄一	超越方程式的根	769
附錄二	誤差函數	772
附錄三	Bessel 函數	775
附錄四	Legendre 第一類多項式的根	791

索 引		794
-----	--	-----

第一章 熱傳導學的基礎

能量由溫度較高的物體部分，以基本粒子，如分子、原子、或自由電子，傳遞到溫度較低的物體部分，稱之為「熱」。熱傳導是熱傳遞的一種方式。這種方式，固體或液體都是靜止的，沒有對流的現象。物體中有溫度梯度存在，能量由高溫部分，傳遞到低溫部分。熱量的流動，不能直接量測，但和溫度有直接的關係。溫度是可以量測的物理量。所以，物體中的溫度分佈， $T(\mathbf{r}, t)$ 為位置 \mathbf{r} 和時間 t 的函數確定以後，熱通量可以由公式計算。熱傳導學主要是研究固體中溫度的分佈。

這一章敘述：

1. 熱通量和溫度梯度的關係。
2. 決定溫度分佈的熱傳導方程式。
3. 邊界條件。
4. 熱傳導方程式在各種正交坐標的變換。
5. 解熱傳導方程式的各種方法的一般介紹。

1-1 熱通量

熱通量和溫度梯度的關係由實驗觀察得到，均勻及各向同性的 (isotropic) 固體，

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}, t) = -k\nabla T(\mathbf{r}, t) \quad (1-1)$$

12 熱傳導學

其中

∇T 溫度梯度，向量，和等溫面垂直。

\mathbf{q} 熱通量，向量，每單位時間，等溫面的單位面積，由高溫處傳遞到低溫處的熱量。

k 熱傳導係數，純量 (scalar quantity)。

(1-1) 式稱爲 **Fourier 定律***。因爲 $\mathbf{q}(\mathbf{r}, t)$ 的方向是溫度減小的方向，所以 (1-1) 式的右邊有一負號。(1-1) 式各量的單位是：

$$\mathbf{q} \quad \text{W/m}^2 \text{ (瓦特/平方公尺)}$$

$$\nabla T \quad \text{°C/m (攝氏溫度/公尺)}$$

$$k \quad \text{W/m}^{\circ}\text{C (瓦特/(公尺} \times \text{攝氏溫度))}$$

直角坐標，(1-1) 式可寫爲：

$$\mathbf{q}(x, y, z, t) = -\hat{\mathbf{i}}k \frac{\partial T}{\partial x} - \hat{\mathbf{j}}k \frac{\partial T}{\partial y} - \hat{\mathbf{k}}k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1-2)$$

其中

$\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$ ：沿 x, y, z 軸的單位向量

將熱通量以下式表示：

$$\mathbf{q}(x, y, z, t) = \hat{\mathbf{i}}q_x + \hat{\mathbf{j}}q_y + \hat{\mathbf{k}}q_z$$

和 (1-2) 式比較，熱通量的各分量可寫爲：

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1-3)$$

當溫度梯度固定時，熱通量和 k 成正比。因此，熱傳導係數控制了熱通量。

各種物質的熱傳導係數相差很大，最大的是純金屬，最小的是蒸氣和氣體；中間的有熱絕緣材料及非金屬液體。各種物質的熱傳導係數大致如下：

* 以法國數學物理學家 Joseph Fourier (1768-1830) 命名。

金屬	50~415 W/m°C
合金	12~120
非金屬液體	0.17~0.7
絕緣材料	0.03~0.17
氣體（大氣壓力）	0.007~0.17

熱傳導係數隨溫度改變。大多數的金屬的熱傳導係數，隨溫度的增加而減小，氣體和熱絕緣物質隨溫度增加而增加。很低的溫度，熱傳導係數隨溫度的變化，劇烈改變，如圖1-1所表示。文獻〔2-4〕詳細收集各種物質的熱傳導係數。表1-1列出代表性的工程物質的熱傳導係數 k ，比熱（定壓） C_p ，密度 ρ ，熱擴散係數 α 。這些都是重要的熱傳導的物理性質。

1-2 熱傳導的微分方程式

這一節演導，靜止，均勻，各向同性，有熱源的固體的熱傳導方程式。熱源是因為核子反應、電、化學、伽瑪射線，或其他原因所產生。熱源也是時間和（或）位置的函數。每單位時間，單位體積所產生的熱量以 $g(\mathbf{r}, t)$ 表示；單位是 W/m^3 。

以圖1-2 的控制體積 V 而言，能量均衡可由下式表示：

$$\left(\begin{array}{c} \text{從 } V \text{ 的表面} \\ \text{傳遞進去的} \\ \text{熱量的速率} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{在 } V \text{ 中熱} \\ \text{源產生的} \\ \text{速率} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{在 } V \text{ 中能} \\ \text{量儲存增} \\ \text{加的速率} \end{array} \right) \quad (1-4)$$

(a) (b) (c)

(1-4) 式的各項如下：

$$(a) = - \int_A \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = - \int_V (\nabla \cdot \mathbf{q}) dV \quad (1-5a)$$

上式的右邊的項加以負號，是因為 $\hat{\mathbf{n}}$ 是向外的單位向量。加以負號，使熱量是傳遞進到控制體積 V 。

4 熱傳導學

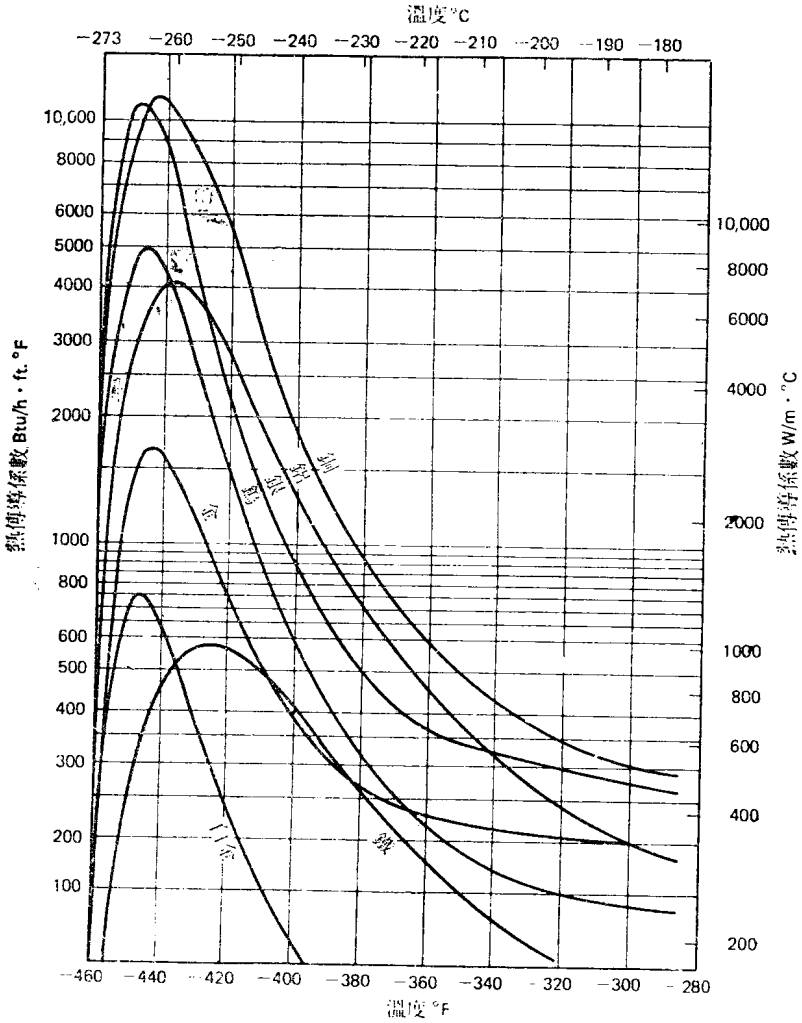


圖1-1 金屬在低溫度的熱傳導係數 [2]

表1-1 金屬和非金屬的物理性質

物 質	溫 度 C	$C_p \times 10^{-3}$ $\frac{W \cdot s}{kg \cdot C}$	k $\frac{W}{m \cdot C}$	ρ $\frac{kg}{m^3}$	$\alpha \times 10^6$ $\frac{m^2}{s}$
金屬					
鋁	0	0.871	202.4	2719	85.9
銅	0	0.381	387.6	8978	114.1
金	20	0.126	292.4	19372	120.8
鐵 (純)	0	0.435	62.3	7900	18.1
鑄鐵	20	0.417	51.9	7304	17.0
鉛	21	0.126	34.6	11343	25.5
汞	0	0.138	8.36	13660	4.44
鎳	0	0.431	59.52	8930	15.5
銀	0	0.234	418.7	10539	170.4
鋼 (軟)	0	0.460	45.0	7884	12.4
鎢	0	0.134	159.2	19372	61.7
鋅	0	0.381	112.5	7176	41.3
非金屬					
石綿	0	1.047	0.151	579	0.258
磚	204	0.837	1.004	2317	0.516
軟木	37	2.010	0.042	128	0.155
硬玻璃		0.837	1.177	2413	0.594
花崗石	0	0.796	2.768	2703	1.291
冰	0	2.051	2.215	917	1.187
橡木, 橫向	29	1.716	0.192	708	0.160
松木, 橫向	29	1.758	0.159	595	0.152
石英砂 (乾)		0.796	0.260	1657	0.206
軟橡膠		1.884	0.173	1110	0.077

6 熱 傳 導 學

上式並且應用發散定理 (divergence theorem)，將面積積分改為體積積分。

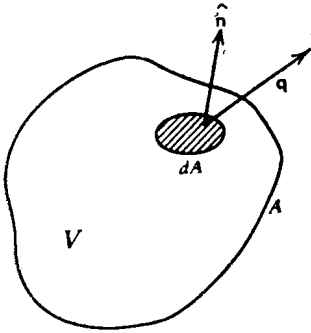


圖1-2 演導熱傳導方程式所用的符號

V 靜止的控制體積

A 控制體積的表面積

dA 表面上的微面積

\mathbf{q} 通過 dA 向外的熱通量

$\hat{\mathbf{n}}$ 和 dA 垂直向外的單位向量

(1-4) 式的其他二項是

$$(b) = \int_V g(\mathbf{r}, t) dV \quad (1-5b)$$

$$(c) = \int_V \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (1-5c)$$

將 (1-5 a-c) 式代入 (1-4) 式，得到：

$$\int_V \left[-\nabla \cdot \mathbf{q} + g(\mathbf{r}, t) - \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \right] dV = 0 \quad (1-6)$$

(1-6) 式是固體中任意一個小體積的能量均衡。體積 V 可以選擇得很小，因此對體積的積分可以去掉：

$$-\nabla \cdot \mathbf{q} + g(\mathbf{r}, t) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1-7)$$

將 (1-1) 式的 \mathbf{q} ，代入 (1-7) 式，得到：

$$\nabla \cdot [k \nabla T] + g(\mathbf{r}, t) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1-8)$$

此熱傳導微分方程式適用於靜止，均勻，各向同性，有熱源的固體。

當熱傳導係數是常數，不是位置和時間的函數，(1-8) 式可簡