百名特、高级优秀教师、教研人员智慧结晶

发散思维

中考制胜

英 琪 主编

数学

中国水利水电出版社 www.waterpub.com.cn 发散思维丛书

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

发散思维 中考制胜

数学

本册主编
朱广发　程木

本册编著
朱广发　袁长波　徐传洪
张自立　陈琴

中国水利水电出版社

敬告读者

本书封面贴有出版防伪标识，此防伪标识内含出版社名称、社徽及丛书名。在验钞灯照射下显现特殊标志，如无此标识，即为盗版书。请您举报售书地点和售书人，一经查实，本社必有奖励。

举报电话：(010) 68331835,68317638

图书在版编目（CIP）数据

发散思维中考制胜：数学/英琪主编；朱广发，程木本册主编. -北京：中国水利水电出版社，1999

ISBN 7-5084-0154-9

I. 发… Ⅱ. ①英… ②朱…③程… Ⅲ. 数学课-初中-升学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 44564 号

书　　名	发散思维中考制胜 数学
作　　者	英　琪 主编 朱广发　程　木 本册主编
出版、发行	中国水利水电出版社(北京市三里河路 6 号　100044) 网址:www.waterpub.com.cn E-mail:sale@waterpub.com.cn 电话:(010)63202266(总机)、68331835(发行部)
经　　售	全国各地新华书店
排　　版	北京密云红光照排厂
印　　刷	北京人卫印刷厂
规　　格	850×1168 毫米　32 开本　8.875 印张　310 千字
版　　次	2000 年 1 月第一版　2000 年 1 月北京第一次印刷
定　　价	10.00 元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社发行部负责调换

前　言

世纪之交，素质教育已成为教育发展的主流。对学生进行综合素质和能力的培养，是建立新世纪创造型人才队伍的需要。

创造型人才不仅要有坚实的专业知识和技能，还要具备创造性的思维能力。富有成效的创造性活动，将是新世纪的重要特征。

著名的心理学家吉尔福特指出：“人的创造力主要依靠发散思维，它是创造思维的主要成分。”发散思维是以多端性和变通性为特点的创造性思维方法。发散思维对问题从不同角度进行探索，从不同层面进行分析，从正反两极进行比较，因而视野开阔，思维活跃。

发散思维应用于学习，有利于深刻理解知识点（即概念、定理、定律等）的内在要素，有助于全面把握相关知识点的相互联系，形成网络，实现知识的高层次理解和有效存贮。

发散思维应用于解题，有助于充分发现条件（显现的和隐含的），迅速理清“已知”和“未知”的内在关系，找到解题的不同方法和途径，获得最佳思路。

发散思维应用于培养能力，有助于克服思维定势，避免思维僵化和单一，从而有助于认识全面深刻，方法灵活多样，在求知中产生创新和突破。

本丛书运用发散思维方法和模型，从同一发散点（知识点、考点）出发，通过多角度、多形式、多层次的命题变换，构造点、线、面、体的立体思维网络，最大限度地激发学生的潜能，培养能力，提高素质。

本丛书紧扣最新教学大纲和教材，按教育部考试中心《考试说明》编写，循序渐进，有效地对学生进行发散思维训练。全书体例

上大体分为“知识要点（精要）”、“范例精解（析）”、“跟踪训练”等，层层递进，步步提高，全书附有参考答案。

本丛书所涉及到的主要发散思维模式，其涵义概要如下：

题型发散——保持原命题的发散点，变换题型和命题方式。

解法发散——从不同角度、不同侧面解答问题，有一题多解，有多题一解，也有多题多解。

逆向发散——是原命题条件和结论的反向转换，由目标至条件的反向思考。

迁移发散——是对原命题条件的变换，设问角度的变换，实质上是知识的信息的迁移，发现新问题，解决新问题。

阶梯发散——从不同层次、不同角度逐步提出问题、认识问题、解决问题，强调递进性，逐层深入。

比较发散——对问题进行横向和纵向的比较，进行不同层次的延伸的转化，关键是理解知识点的内涵和外延。

综合发散——将分析、归纳、综合等多种思维方法进行综合应用，解决较复杂的问题，使知识系统化，强调灵活应用。

本丛书经过上百名特、高级优秀教师、教研人员辛勤劳动，在世纪之末的夏秋之际付梓问世。虽成书在1999年，但构思于1989年，可谓10年磨一剑。她是教育科研和出版科研有机结合的硕果。“发散思维训练”是进行素质教育的一种有益尝试。衷心希望本丛书能对提高广大学生的学习能力和水平大有裨益。限于水平，书中疏漏和不足在所难免，恳请读者批评指正。

目录

第二篇　几　何

第一篇　代　数

第一章　代数式

一、实数

（一）实数的基本概念

知识要点

1. 有理数．数轴．相反数。数的绝对值．有理数大小的比较．

2. 无理数．实数．实数与数轴上的点一一对应关系．平方根．算术平方根．立方根．

范例精解

【原题一】 回答下列问题，并把结果在同一数轴上表示出来：

（1）3 的相反数；

（2）-0.25 的倒数；

（3）绝对值最小的整数；

（4）绝对值为 $2\frac{1}{2}$ 的数；

（5）$\frac{1}{2}$ 的相反数的倒数。

解析　本题巩固相反数、倒数、绝对值、数轴等概念。解答时一定要搞清概念的含义，例如$\frac{1}{3}$的相反数的倒数，应先算$\frac{1}{3}$的相反数为 $-\frac{1}{3}$，再算$-\frac{1}{3}$的倒数为-3。在画数轴时，要灵活选取原点位置和确定单位长度的大小，如负数的绝对值大，可将原点画在数轴偏右的位置，反之亦然。见图 1-1。

（1）3 的相反数为-3，在数轴上用 A 点表示．（2）-0.25 的

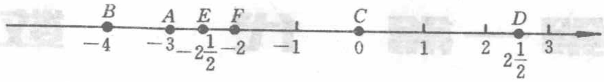

图 1-1

倒数为-4，在数轴上用 B 点表示.（3）绝对值最小的整数是 0，在数轴上用 C 点表示.（4）绝对值为 $2\frac{1}{2}$ 的数为 $2\frac{1}{2}$ 和 $-2\frac{1}{2}$，在数轴上分别用 D 点和 E 点表示.（5）$\frac{1}{2}$ 的相反数的倒数是-2，在数轴上用 F 点表示。

★ 题型发散 ★

［**发散 1**］ 选择题：

下列四个命题中，真命题的个数有（　　）.

（1）绝对值等于它本身的数只有零.

（2）相反数等于它本身的数只有零.

（3）倒数等于它本身的数只有 1.

（4）若 $a<b<0$，则 $|a|<|b|$.

(A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个

解析　（1）绝对值等于它本身的数除零以外，还有全体正数.（2）相反数等于它本身的数只有零，是真命题.（3）倒数等于它本身的数是±1.（4）若 $a<b<0$ 则 $|a|>|b|$. 故本题应选择（B).

［**发散 2**］ 判断题（正确的打“√”，错误的打“×”）：

（1）符号相反的两个数是互为相反数.（　　）

（2）任何有理数都有倒数.（　　）

（3）绝对值相等的两个数不一定相等.（　　）

（4）有理数 a 在数轴上对应的点到原点的距离为 3，则这个数是$+3$.（　　）

解析　（1）因为绝对值相同，符号相反的两个数是互为相反数，仅符号相反，绝对值不同的数不是相反数，故本题打“×”.

（2）因为 0 没有倒数，故本题打“×”.

（3）本题正确，故本题打“√”.

（4）在数轴上到原点距离为 3 的数有两个，分别是 3 和-3，故本题打“×”.

[发散 3]　填空题（如图 1-2，数轴 A、B 两点对应有理数 a、b，其中 O 为原点．用“>”、“<”或“=”填空）：

(1) $|a|$____$|b|$．　(2) $-a$____b．

(3) ab__0．　(4) $b+a$__$b-a$；(5) $(a-b)^{2n+1}$__0（n 为自然数）．

解析　(1) 由 A、B 两点离开原点的距离可知：$|a|>|b|$．

(2) 因为 a 为负数，$-a$ 为正数，且 $|-a|>|b|$，故 $-a>b$．

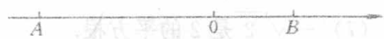

图 1-2

(3) 由 A、B 在原点的两旁知：$a<0$，$b>0$，$\therefore ab<0$．

(4) $\because b+a<0$，而 $b-a>0$，$\therefore b+a<b-a$．

$\because a-b<0$，$2n+1$ 为奇数，$\therefore$ $(a-b)^{2n+1}<0$．

综述　整数和分数统称为有理数．有理数概念的出现是在小学阶段已学过的正有理数和零的基础上加上负有理数形成的．与有理数概念相关的其它概念——数轴、相反数、绝对值、倒数等概念也必须弄清楚，从而为今后的学习打下坚实的基础。

【原题二】　判断题（正确的打“√”，错误的打“×”）：

(1) 若 a 为实数，则 $a>-a$．　(　)

(2) 2 是 4 的平方根．　(　)

(3) $(a+b)$ 是 $(a+b)^2$ 的算术平方根．　(　)

(4) 无理数是无限不循环小数．　(　)

(5) m 是实数，则 $\sqrt{m+1}$ 一定是非负数．　(　)

解析　(1) 若 $a<0$，则 $a<-a$，因此本题错误，打“×”．(2) 2 是 4 的平方根中的一个，因此本题正确，打“√”．(3) 因为算术平方根总为非负数，如果 $a+b$ 小于 0，则 $(a+b)^2$ 的算术平方根为 $-(a+b)$，所以本题错误，打“×”．(4) 本题表述的是无理数的定义，所以本题正确，打“√”．(5) 因为当 $m+1<0$ 时，$\sqrt{m+1}$ 在实数范围内无意义，所以本题错误，打“×”．

★ 横向发散 ★

[发散 1]　判断题（正确的打“√”，错误的打“×”，并将错误改正）：

(1) $|-9|$ 的平方根是 ±3．　(　)

(2) 27 的立方根是±3. ( )

(3) $\sqrt{25}$等于±5. ( )

(4) −64 的立方根等于−8. ( )

(5) 7 是 $(-7)^2$ 的算术平方根. ( )

(6) 6 的平方根是 $\sqrt{6}$. ( )

(7) $-\sqrt{2}$ 是 2 的平方根. ( )

(8) 开方开不尽的数是无理数. ( )

解析 (1) √. (2) ×，27 的立方根是 3. (3) ×，$\sqrt{25}$等于 5. (4) ×，−64 的立方根是−4. (5) √. (6) ×，6 的平方根是$\pm\sqrt{6}$. (7) √. (8) √.

解本题的关键首先是正确理解平方根、立方根、算术平方根的概念. 同时要注意符号语言与文字语言在大脑思维中的协调性.

★ 题型发散 ★

［发散 2］ 选择题：

下面说法中正确的是（ ）.

(A) 一个正数的平方根是这个数的算术平方根

(B) 一个非零数的正的平方根是这个数的算术平方根

(C) 一个数的正的平方根是这个数的算术平方根

(D) 一个正数的非负平方根是这个数的算术平方根

解析 (A) 因为正数的平方根有两个，一正一负，其中正的平方根才是这个数的算术平方根，所以此说法错误. (B) 因为非零数中包括负数，而负数无平方根，所以此说法错误. (C) 因为一个数有可能是负数，而负数无平方根，更不必说算术平方根. 所以此说法错误. (D) 此说法正确. 因此括号内应选 (D).

［发散 3］ 填空题：

$\sqrt{9}$ 的平方根是______，其算术平方根的绝对值是______，其算术平方根的负倒数是______.

解析 因为 $\sqrt{9}$ 的平方根就是 9 的算术平方根的平方根，而 9 的算术平方根是 3，所以 $\sqrt{9}$ 的平方根$\underline{\pm\sqrt{3}}$；其算术平方根的绝对值为$|\sqrt{3}|$，等于$\underline{\sqrt{3}}$；其算术平方根的负倒数为$-\frac{1}{\sqrt{3}}$，等于$\underline{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$.

综述 正确理解并掌握平方根、算术平方根的概念、区别与联系。正数的平方根有两个，其中正的平方根叫算术平方根.零的平方根和算术平方根都只有一个，就是零.负数没有平方根，当然也就没有算术平方根.其次要注意符号语言和文字语言在思维中的协调性，从而克服惯性思维的不良习惯.如$\sqrt{9}$的平方根是______，此题不能看到$\sqrt{9}$就想到3，看到平方根想到+、-号，合起来就填上±3.或者凭直觉$\sqrt{9}$的平方根就是9的平方根，等于±3.这些都是惯性思维造成的错误，是不良思维方式的反映，并非知识贫乏所致，此类题目对训练思维的灵活性大有帮助，需细细品味.

★ 综合发散 ★

［**发散4**］ 已知$\sqrt{x-y-4}+|x-2y-5|=0$，求x^2+y^2.

解析 $\because \sqrt{x-y-4}\geqslant 0, |x-2y-5|\geqslant 0$，要使两个非负数的代数和等于0，这两个非负数都必须等于0.

$$\therefore \begin{cases} x-y-4=0 \\ x-2y-5=0, \end{cases} \therefore \begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$$

$$\therefore x^2+y^2=3^2+(-1)^2=9+1=10.$$

［**发散5**］ 已知$A=\sqrt[2a-b+4]{b-2}$是$b-2$的立方根，$B=\sqrt[a+b-2]{a+3}$是$a+3$的算术平方根，求$A-B$的立方根.

解析 $\because \sqrt[2a-b+4]{b-2}$是$b-2$的立方根，$\therefore 2a-b+4=3$又$\because \sqrt[a+b-2]{a+3}$是$a+3$的算术平方根，$\therefore a+b-2=2$.

$\therefore \begin{cases} 2a-b+4=3, \\ a+b-2=2. \end{cases} \therefore \begin{cases} a=1, \\ b=3. \end{cases} \therefore A=\sqrt[3]{1}=1,\ B=\sqrt{4}=2.$

$\therefore A-B$的立方根为$\sqrt[3]{1-2}=\sqrt[3]{-1}=-1$.

跟踪训练

【**原题一**】 把下列各数填入相应的集合里：

$-1, +3.4, -3, 0, -\dfrac{2}{3}, 0.75, 1\dfrac{2}{3}, |-0.3|, -(-2)$.

(1) 自然数集合：{ …}；(2) 整数集合：{ …}；

(3) 分数集合：{ …}；(4) 负数集合：{ …}；

(5) 有理数集合：{ …}.