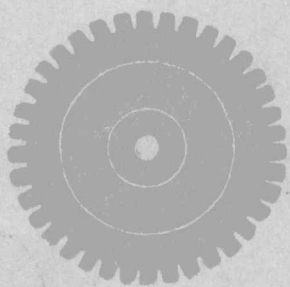


教育部審定  
初級中學  
實驗幾何學

編著者 汪桂榮  
校訂者 任誠



正中書局印行

由書業公會呈准教育部，凡二十六年一月以後印刷之教科書，照實價暫加三成發售。

# 版權所有 翻印必究

中華民國二十七年七月初版  
中華民國二十七年三月一四版

## 初中實驗幾何學

全一冊 實價國幣五角六分

(外埠酌加運費匯費)



編者	汪 桂 榮
校訂者	任 誠
發行人	吳 秉 常
印刷所	南京河北路本局
發行所	正中書局
	南京河北路童家巷口
	正中書局
	上海福州路
	南京太平路

(136)

## 編者自序

推理幾何之教學，開始時最感困難。第一，學者初無幾何觀念，對於術語不易了解。第二，學者尚無運用圓規及直尺作精確圖形之訓練，蓋無論證定理，求軌跡，作圖，以及計算問題，均非有精確圖形，不足以助其思考。第三，關係嚴格之論理思想，學者不易領會，即優秀學者，亦祇照書死記，毫無教育價值。第四，所有教材大都離生活情形太遠，學者不感興趣。第五，根據實際之測驗，學者開始讀推理幾何時，個性差別甚大，有對於已習功課尚能了解者，亦有毫無所知者，欲免以上諸困難，除在教推理幾何之前，先教實驗幾何外，別無辦法。

德國自二十世紀開始，由 Klein 之提倡，對於實驗幾何異常重視，先用實物使學者認識各種幾何形體，及熟習各項幾何名詞，但不正式告以幾何之定義。次，使學者練習如何運用尺、圓規、量角器、三角板等，作成各種圖形，注重精確與整潔。復次，使學者根據作圖量度，

發現簡單關係。

英國之注重實驗幾何，自 Spencer 之提倡始。其所著之發明幾何，學者讀之，頗為生動而有興趣。其後更有 Perry 之運動，一切幾何關係，均由學者自量長度及角度得之，面積則用方格紙以算出。至 1912 年，國際算學會議開會於英之劍橋，實驗幾何乃有更新的發展，從此英國各中學對於實驗幾何格外重視。大概英國中學對於幾何分三個階段：第一階段為實驗的歸納的，學者年齡至十三歲止；第二階段注重演繹，但實驗歸納仍然用之，至十五歲止；第三階段注重嚴格的論理，一切定理均由定義及少數公理推得，將已讀者加以整理，更加以擴充，至十六歲或十七歲止。我國部頒課程標準初中實驗幾何及推理幾何，相當於英之第一第二兩階段，高中幾何則頗似英之第三階段。

美國之重視實驗幾何，可謂自十九世紀中葉起。Hill 所著之幾何初步課程，注重由實在幾何形體引起兒童研究之興趣，使兒童由觀察得到幾何觀念，而不注意純粹思考，實為實驗幾何之萌芽。至十九世紀末葉，中學校中即有採用英國 Spencer 之發明幾何者，但尚未十分重視。直至 1912 年國際算學會議後，美國各初

級中學均讀實驗幾何。近年來美國通行之初中融合算學，乃融會算術，代數，實驗幾何，數值三角於一爐。在美國初級中學內大概不教推理幾何。

返觀我國，中學幾何教學對於實驗幾何向未重視。大概因教者主觀成見太深，以為實驗幾何淺近無用，且教時甚感麻煩。不知近來我國中學算學教學所急需改進者，即在太重注入方法，太重抽象理論，太重演繹思考。若採用實驗幾何，則師生合作討論，自免注入之弊。一切教材，均切實用，使學者常與大自然接觸，自免死讀書本，太偏理論之弊。一切結果，均由學者自動量度歸納而得，自免太重演繹思考之弊。凡讀西洋科學史者，均知歐洲科學受 Aristotle 演繹理論影響，二千年間，可謂毫無進步。迨至十七世紀 Francis Bacon 及 Descartes 提倡歸納方法，歐洲科學始有萌芽，可見歸納方法之重要。算學雖為演繹的科學，然中學算學教本，若不採用歸納編纂，注重實用教材，則中學算學教學，永無改進之日矣。

茲將實驗幾何教學目標，分論於下：

1. 發展學者空間觀念及空間懸想。
2. 養成學者於自然，工藝，及家庭諸方面所遇幾

何形體有欣賞之能力。

3. 訓練學者如何運用直接量法及間接量法。
4. 給予學者自動研究之機會，如此可以使學者智慧日漸增進。
5. 指示學者如何使用尺，圓規，量角器，三角板等繪圖器具。
6. 使學者估計幾何量之大小。
7. 使學者自由觀察認識幾何事實。
8. 使學者有自行發現幾何關係之能力。
9. 使學者有從特別事實，推求普遍結論之能力。
10. 使學者有愛精確整潔之習慣。
11. 從遊戲及職業兩方面，提起學者對於幾何之興趣。
12. 使學者認識幾何與文化之關係。
13. 為研究推理幾何及其他算學建一良好基礎。

本書根據 Smith 幾何教學法，Breslich 中學算學教學法，及 Shibli 最近幾何教學之趨勢三書所載對於編輯實驗幾何應取之原則；又根據英美實驗幾何教本，及初中混合算學教本十餘種之材料；更根據鄙人教學經驗，加以研究，加以整理而成。十年前鄙人在東南大

學附屬中學擔任算學，先用 Breslich 融合算學，對於實驗幾何方面頗覺滿意。自新學制實行後，即採用國內出版之初級中學混合算學。惟其中對於實驗幾何部分，似嫌稍略。五年前為教育部起草初中算學課程標準，對於實驗幾何，即加重視。兩年前江蘇省教育廳編訂中學算學教學進度表，關於實驗幾何部分由鄙人起草，鄙人即本諸多年研究，為之草成綱要。今受正中書局之託，編輯實驗幾何教本，對於鄙人所草綱要，尚有少許改進及補充之處。茲將本書編製時所注意各點，分別述之於下：

1. 注重實用教材 使學者與大自然接觸，認識各種幾何形體，了解幾何與人生之關係，并使學者能用幾何解決各種實用問題。

2. 注重自發活動 一切命題，均由學者自行作圖，自行測量自行尋求結果。一切模型，均由學者自行製造，自行研究。

3. 注重歸納方法 一切結論均由學者從實例中歸納得來，應用演繹之處甚少。

4. 注重學習心理 關於名詞之解釋，注重實例說明，不用嚴格定義。常引用摺紙方法指示結論，學者

讀之，頗有興趣。

5. 注重融合制度 凡與算術及代數有關之處，務使與各該科設法聯絡。

6. 注重充分練習 凡尺，圓規，量角器，三角板等之使用，均給以多數有變化的習題，使之練習，務使學者對於若干名詞，若干結果，得於充分練習之中，不知不覺，記憶純熟，并能自由使用之。

在第一章內：先使學者對於線段之意義，線段之量法，線段之估計，及求作已知長之線段，有透澈之了解。然後使學者知用線段表示數，應用於極實用之統計圖及圖解線等諸問題。最後用線段說明直線公理，等量公理，不等量公理，使學者繼續練習長度量法，而不覺乾燥無味。

在第二章內：先使學者對於角之意義，角之量法，角之估計，及求作已知角度之角，有透澈之了解。然後使學者應用量角器發現幾種角之關係，其中有兩種，除用實驗推求外，更說明可由其他角之關係以推求之。為將來推理幾何下一種子。

在第三章內：先使學者對於垂直平行之意義，有透澈之了解。然後使學者由實驗發現關於垂直平行之



### 重要關係

在第四章內：使學者對於圓之半徑，直徑，弦，弧，圓心角，圓周角等，有透澈之了解，並使學者由實驗發現幾種關於圓之重要關係。

在第五章內：指示幾種作圖方法，而不說明其原因，對於以後研究，更加便利，並指示幾種應用圖案，使學者欣賞圖形之美，對於幾何發生極濃厚之興趣。

在第六章內：指示學者用割補法求各種極實用之圖形面積，更插以種種剪紙遊戲，學者讀之頗有興趣，又說明用方格紙求不規則圖形之面積，亦頗實用，最後用種種方法使學者發現直角三角形三邊之關係，並使學者知此理在我國上古時代已發明，稱為商高定理。

在第七章內：使學者對於全同形與對稱形有透澈之了解，除指示學者發現幾種重要關係外，更說明種種應用。

在第八章內：使學者對於比例線段，及相似形，有透澈之了解，並指示學者發現幾種重要關係，最後之簡易測量，縮尺作圖，及用量法解三角形，至為實用，其取例亦至為審慎，務求適可而止，不使太繁，但亦不至太

簡。

在第九章內：使學者應用模型及實驗，推求幾種實用體積公式，較之一般書本中僅使學者死記公式者，較有興趣。並使學者對於立體圖形，有相當之認識。更能應用體積公式，解決種種實際問題。

以上略述鄙人對於實驗幾何教學之研究，及編輯本書時所注意之要點。但鄙人學識淺薄，且任課太多，時間匆促，故錯誤之處，在所不免。至希有道加以指正為幸！

民國二十四年三月 江都汪桂榮 自序。

# 目 次

## 第一章 線段量法

1. 實驗幾何學的目的	1
2. 必需的工具	1
3. 線段的意義及其表示法	1
4. 線段的量法	2
5. 線段的相等與不等	3
6. 線段長度的估計	4
7. 三角形和多角形的周圍	4
習題一	5
8. 作已知長的線段	7
9. 求兩線段的和或差	7
10. 線段的倍數	8
11. 等分線段	8
12. 市寸與公分的關係	9
13. 用線段表示數	9
習題二	10

14.	方格紙的應用	11
	習題三	13
15.	試驗尺的直否	15
16.	直線	15
17.	直線公理	15
18.	等量公理	16
19.	不等量公理	19

## 第二章 角度量法

20.	角的意義和表示法	21
21.	周角平角和直角	22
22.	用摺紙法作直角	22
23.	銳角和鈍角	23
24.	用量角器量角的大小	23
25.	角的相等或不相等	23
26.	角度的估計	24
	習題四	24
27.	用量角器作已知角度的角	26
28.	求兩角的和或差	27
29.	角的等分法	27

30.	接補角	28
31.	直線一側的諸接角的和	29
32.	一點周圍的諸接角的和	29
33.	對頂角	30
	習題五	31
34.	三角形三角的和	32
35.	三角形三外角的和	33
36.	四邊形四角的和	34
37.	四邊形四外角的和	35
38.	三角形的分類	37
	習題六	37

### 第三章 垂直線和平行線

39.	垂直線的意義和表示法	39
40.	試驗三角板的直角是否準確	39
41.	用三角板作垂線	40
42.	直角三角形兩銳角的關係	40
43.	一銳角為 $30^\circ$ 的直角三角形	40
44.	接補角的平分線	41
	習題七	42

45.	平行線的意義和表示法	...	...	...	...	42
46.	用三角板作平行線	...	...	...	...	42
47.	同位角內錯角和同側內角	...	...	...	...	43
48.	平行四邊形	...	...	...	...	44
49.	平行四邊形的對邊	...	...	...	...	44
50.	平行四邊形的對角	...	...	...	...	45
51.	平行四邊形的對角線	...	...	...	...	45
52.	平行四邊形的種類	...	...	...	...	46
53.	梯形	...	...	...	...	46
54.	連接梯形兩腰中點的線	...	...	...	...	46
	習題八	...	...	...	...	47

## 第 四 章 圓

55.	圓	...	...	...	...	49
56.	半徑和直徑	...	...	...	...	49
57.	兩圓的相等或不等	...	...	...	...	49
58.	圓心角和弦	...	...	...	...	50
59.	圓心角和弧	...	...	...	...	51
60.	弦和弦對於圓心的距離	...	...	...	...	51
61.	圓心角和圓周角	...	...	...	...	52

62.	圓內接四邊形	52
63.	直線同圓的相關位置	53
64.	兩圓的相關位置	53
	習題九	54

## 第五章 簡易作圖

65.	簡易作圖的意義	57
66.	作一線段等於已知線段	57
67.	平分一已知線段	57
68.	作一角等於已知角	58
69.	平分一已知角	58
	習題十	58
70.	從已知線段上一點作垂直線	60
71.	從已知線段外一點作已知線段的垂直線	60
72.	從已知線外一點作一線同已知線平行	60
73.	分一已知線段爲若干等分	61
	習題十一	61
74.	經過不在一直線上的三點作圓周	62
75.	作正三角形	63
76.	作正六角形	63





91. 兩線段和的正方形... .. 79
92. 兩線段差的正方形... .. 80
93. 兩線段和與差所包的長方形... .. 80
94. 直角三角形三邊的關係... .. 81
- 習題十六... .. 83

## 第七章 全同形與對稱形

95. 全同三角形(一)... .. 84
96. 全同三角形(二)... .. 85
97. 全同三角形(三)... .. 85
98. 三角形的堅固性... .. 86
99. 四邊形的作法... .. 87
100. 五邊形的作法... .. 87
- 習題十七... .. 88
101. 對稱的意義... .. 90
102. 作已知圖形的對稱形... .. 90
103. 對稱的應用... .. 91
- 習題十八... .. 91

## 第八章 比例線段和相似形

104. 三角形的比例線段... .. 93