21世纪高等学校精品课程规划教材

Math in Economics

经济数学

主　编　谭元发
副主编　徐　敏　张冬莲　杨　娇

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

21 世纪高等学校精品课程规划教材

经 济 数 学

主　编　谭元发

副主编　徐　敏　张冬莲　杨　娇

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容提要

本书的编著依据重视基础、强调应用的原则，以能力为本位，以应用为目的。在体系编排上具有循序渐进、由浅入深的特点，特别注重数学在经济和管理中的应用，着眼于为经济和管理类专业的专业课程学习打下良好的数学基础.

主要内容包括微积分、线性代数、概率论三大部分. 全书共分10章，包括函数、极限、连续；一元函数微积分；二元函数微积分；行列式；矩阵；线性方程组；随机事件及其概率；随机变量及其概率分布；随机变量的数字特征. 结合专业的特点，注重培养学生的应用能力，介绍了 Mathematica 软件的实际应用.

本书可作为高等学校经济、管理类专业的教材，也可供经济工作者和高技能人才培训使用.

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/谭元发主编. —北京：北京理工大学出版社，2010.3
ISBN 978-7-5640-2428-4

Ⅰ. 经…　Ⅱ. 谭…　Ⅲ. 经济数学-高等学校-教材　Ⅳ. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第111669号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010)68914775(办公室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　　址 / http: // www. bitpress. com. cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本 / 787毫米×960毫米　1/16
印　　张 / 19.5
字　　数 / 396千字
版　　次 / 2010年3月第1版　　2010年3月第1次印刷
印　　数 / 1~1500册　　责任校对 / 申玉琴
定　　价 / 35.00元　　责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题，本社负责调换

前　言

随着我国经济建设的快速发展,两型社会建设的需要,各个领域对数学素质的要求越来越高.数学不仅应用于自然科学、工程技术和生命科学,在经济、管理、社会、政治,甚至文化艺术等领域都逐渐得到了广泛的应用.数学已成为联系不同学科之间的纽带,是很多边缘学科发展的工具.特别是通过学习数学,可以培养人的逻辑思维能力,从而有效地发展创新能力.现代社会的人们已开始重视数学技术和数学文化.

在当今社会主义市场经济体制下,经济研究非常注重定量分析.而定量分析,自然离不开数学.譬如,经济学中的边际、弹性、均衡、消费者剩余和生产者剩余,经济预测和控制理论,特别是数量经济研究,都涉及经济数学中相应的理论.因此,经济数学已逐步成为经济、社会、政治、文化等领域和其他学科的必修科目,随着计算机和信息技术的迅速发展,经济数学理论已成为研究专业课程的基础.

本书根据经济管理类专业对数学课程的要求而编写.本书的宗旨在于通过让学生学习经济数学理论,培养学生对事物的归纳和抽象的思维能力、从理论到实际的联想能力、建立实际问题的数学模型的应用能力、正确的演绎推理和动手运算能力以及数学软件的应用能力,为今后从事专业工作打下良好的基础.

教材的编写依据"重视基础、强调应用"的原则,以能力为本位,以应用为目的,尽量做到体系严谨,内容丰富,深入浅出,同时针对不同的学科安排了不同类型的实例,以扩大学生的视野、提高学生的学习兴趣和培养经济数学应用能力.

本书努力使抽象的内容直观化、形象化,强调数学理论的应用,淡化理论的证明和推导,强调几何解释.从实际问题引入重要的数学概念,恰当地介绍经济管理中的应用实例,培养构建数学模型的能力.

在每章中都结合具体教学内容编入最新的数学软件 Mathematica 6.0 的相关应用,加强用数学软件培养学生求解数学模型的能力,对培养学生用计算机解决实际问题的兴趣、能力和调动学生学习的积极性起到重要的作用.

根据不同的培养目标,教师在教学过程中可针对专业的需要进行选择性教学.教材中凡带"*"的内容,可根据具体教学情况酌情选用.

感谢北京理工大学出版社为本书的出版所做的大量工作和给予的大力支持.

由于我们水平有限,书中缺点错误难免存在,敬请广大读者批评指正.

编　者

目　　录

第1篇　微　积　分

第2篇 线性代数

第3篇 概 率 论

第 1 篇　微　积　分

微积分在 17 世纪诞生,是 17 世纪自然科学中最伟大的发现,它的产生开创了数学发展史的新纪元. 20 世纪最杰出数学家之一,冯·诺伊曼(1903—1957)评价微积分时说:“微积分是近代数学中最伟大的成就,对它的重要性无论做怎样的估计都不会过分.”恩格斯(1820—1895)对微积分成就的评价说:“在一切理论成就中,未必再有什么像 17 世纪下半叶微积分的发明那样被看做人类精神的最高胜利了!”两位伟人都用了“最伟大、最高胜利”这些词,足以看出微积分的产生与发展,对人类、对世界的影响与贡献之大!

在牛顿与莱布尼兹以前的数学家们,虽然做了大量的在思想本质上就是微积分思想的重要工作,但仍然算不上微积分的成果. 17 世纪后半叶,牛顿与莱布尼兹独立地发明了高等数学意义上的微积分.

牛顿(Issac Newton,1642—1727),英国大物理学家和数学家. 当牛顿在微积分方面取得了巨大的成就时,一位英国著名诗人为此写下脍炙人口的诗章:

“宇宙和宇宙规律隐藏在一片黑暗之中,

上帝说:

　　生出牛顿,

　　一切都会变得光明.”

牛顿的《原理》一书被爱因斯坦赞誉为“无比辉煌的演绎成就”. 全书从力学定律出发,用微积分为工具,严格地证明了行星三大运动定律、万有引力定理等,且把微积分应用于流体力学、声学、光学、潮汐乃至宇宙体系,显示出微积分这一新生数学学科的巨大威力.

莱布尼兹(Leibniz Gottfried Wilhelm,1646—1716),德国大数学家和哲学家. 莱布尼兹从 1672 年开始整理他 4 年的微积分研究成果,于 1675 年给出积分号“$\int$”,它是求和“Sum”字头 S 的拉长;同年引入微分号“d”;1677 年,在他的手稿中表述了微积分基本定理:

$$\int_a^b y\mathrm{d}x = z(b) - z(a)$$

其中$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = y(x)$,$y(x)$ 是$[a,b]$上的一条曲线. 莱布尼兹明确指出$\int_a^b y\mathrm{d}x$ 表示曲线 $y(x)$ 与 $[a,b]$ 间的面积.

牛顿与莱布尼兹在时间大体相同的情况下发明了微积分,牛顿研究微积分的实际背景是力学,而莱布尼兹则是从几何背景来研究微积分,两者几乎是同时操作,独立完成,殊途而同归;对于微积分的基本概念与方法,牛顿发现的稍早,而莱布尼兹发表的稍早.

随着社会进入知识经济时代,微积分已渗透到各个领域,数学成了语言所能达到的最高境界,数学语言成为世界通用的语言.数学与不同学科的结合所形成的新兴学科,都充分体现了量化方法已成为研究经济学、社会科学的重要方法.掌握了微积分,就会使我们在以后的工作和研究中占有绝对明显的个人优势.

第1章　函数　极限　连续

函数是微积分研究的主要对象，极限是研究微积分的基本工具，连续是函数的重要性态．本章介绍函数、极限与连续的基本知识，为微积分的学习打下必要的基础．

§1.1　函数的概念

1.1.1　函数的概念

1. 常量与变量

在研究某问题的过程中，始终保持定值的量叫**常量**，可取不同数值的量叫**变量**．

常量与变量不是绝对的，例如商品销售单价，在某段时间内是常量，在较长时间中却是变量．

一般地，常量用 $a,b,c,\cdots$ 表示，变量用 $x,y,z,\cdots$ 表示．

2. 区间与邻域

（1）区间　$(a、b\in R, a<b)$．

表1－1　区　　间

区间		不等式表示	含　　义	附　注
有限区间	$[a,b]$	$a\leqslant x\leqslant b$	大于或等于 a 且小于或等于 b 的全体实数	闭区间
	(a,b)	$a<x<b$	大于 a 且小于 b 的全体实数	开区间
	$[a,b)$	$a\leqslant x<b$	大于或等于 a 且小于 b 的全体实数	半开半闭区间
无穷区间	$(-\infty,+\infty)$	$-\infty<x<+\infty$	全体实数	R
	$(a,+\infty)$	$a<x<+\infty$	大于 a 的全体实数	
	$(-\infty,b]$	$-\infty<x\leqslant b$	小于或等于 b 的全体实数	

（2）邻域．设 $a、\delta\in R$，且 $\delta>0$，区间 $(a-\delta,a+\delta)$，即满足不等式 $|x-a|<\delta$ 的实数 x 的全体称为**点 a 的 δ 邻域**，记作 $U(a,\delta)$，点 a 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径．显然，满足不等式 $0<|x-a|<\delta$ 的点的集合是邻域 $|x-a|<\delta$ 去掉中心 a 的其余点组成的集合，即 $(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$，称为 a 的**去心邻域**．

3. 函数的定义

定义 1.1　在某一变化过程中，有两个变量 $x、y$，如果对于 x 在某实数集 D 中的每一个值，

变量 y 按照一定的对应规律总有确定的值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$，x 叫自变量，y 叫因变量，f 表示 x 与 y 之间的对应规律（也可用 φ，F，f_1，f_2 等字母表示）.

如果自变量 x 取某数值 $x_0 \in D$，函数有确定的值和它对应，称函数在 x_0 处有定义，其对应的函数值记为 $f(x_0)$ 或 $y(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$. 全体函数值的集合称为函数的**值域**.

在经济管理研究中，表示函数关系的方法通常有：解析法（公式法）、表格法和图像法.

自变量 x 的取值范围称为函数的**定义域**. 对于反映实际问题的函数，其定义域要由所给问题的实际意义来确定. 对于用解析法表示的函数，确定定义域应注意以下几点：

（1）分式中，分母的值不能为零.

（2）偶次根式中，被开方数必须大于或等于零.

（3）对数式中，真数必须大于零，底数大于零且不等于 1.

（4）正切或余切函数中，正切、余切符号下的式子分别不能等于 $k\pi+\dfrac{\pi}{2}$、$k\pi$（k 为整数）.

（5）反正弦或反余弦函数中，反正弦、反余弦符号下的式子的绝对值不能大于 1.

（6）若函数式由若干项组成，定义域是各项可取值的公共部分（交集）.

确定函数关系有两个要素：定义域和对应规律. 当且仅当两个要素完全相同时，两个函数被认为是相同的函数. 例如 $y=y+1$ 和 $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$，因定义域不同，故为不同的函数. 而 $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$，定义域虽然相同，但对应规律不相同，故也不是相同函数. 然而 $y=x^2$ 和 $u=v^2$ 却是两个相同的函数. 函数关系的确定与自变量和因变量采用何种字母无关.

例 1.1.1　求下列函数的定义域.

（1）$f(x)=\sqrt{3+2x-x^2}+\ln(x-2)$，　　（2）$y=\dfrac{1}{x}+\arcsin\dfrac{3x-1}{5}$.

解　（1）x 取值应满足 $\begin{cases} 3+2x-x^2 \geqslant 0, \\ x-2>0. \end{cases}$

解不等式组，得 $2<x\leqslant 3$. 定义域为 $(2,3]$.

（2）x 取值应满足 $\begin{cases} x\neq 0, \\ \left|\dfrac{3x-1}{5}\right| \leqslant 1. \end{cases}$

解不等式组，得定义域为 $\left[-\dfrac{4}{3},0\right)\cup(0,2]$.

1.1.2　函数的特性

1. 函数的奇偶性

设 $y=f(x)$ 定义在对称区间 D 上. 对任意的 $-x$、$x\in D$，

（1）若 $f(-x)=f(x)$，称 $f(x)$ 为**偶函数**.

(2) 若$f(-x)=-f(x)$,称$f(x)$为**奇函数**.

若$f(x)$既非奇函数又非偶函数,则称$f(x)$为非奇非偶函数.

奇函数的图形关于原点对称,如图 1-1(a)所示;偶函数的图形关于y轴对称,如图 1-1(b)所示.

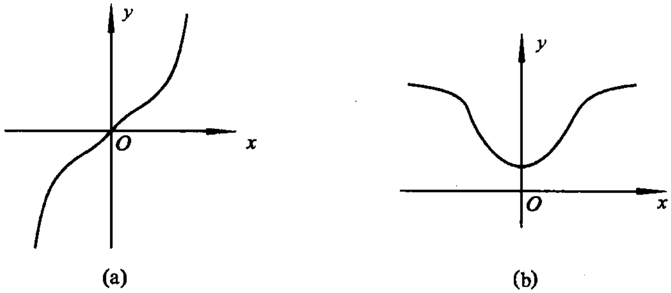

图 1-1

例 1.1.2　判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=|x|-e^{x^2}$,　　(2) $\varphi(x)=\ln\dfrac{x-1}{x+1}$.

解　(1) 函数的定义域为$(-\infty,+\infty)$.

$$f(-x)=|-x|-e^{(-x)^2}=|x|-e^{x^2}=f(x).$$

所以,$f(x)$为偶函数.

(2)函数的定义域为$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$.

$$\varphi(-x)=\ln\frac{-x-1}{-x+1}=\ln\frac{x+1}{x-1}=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{-1}=-\ln\frac{x-1}{x+1}=-\varphi(x).$$

所以,$\varphi(x)$为奇函数.

2. 函数的单调性

设$y=f(x)$. 对任意的x_1、$x_2\in$区间I,且$x_1<x_2$,

(1) 若有$f(x_1)\leqslant f(x_2)$,称$f(x)$在I内单调增加. 区间I称为单调递增区间.

(2) 若有$f(x_1)\geqslant f(x_2)$,称$f(x)$在I内单调减少. 区间I称为单调递减区间.

单调增加的函数的图形沿x轴的正向逐渐上升,如图 1-2(a)所示;单调减少的函数的图形沿x轴的正向逐渐下降,如图 1-2(b)所示.

3. 函数的周期性

设$y=f(x)$,常数$T>0$. 对任意的x、$x+T\in I$,若$f(x+T)=f(x)$,称$f(x)$为**周期函数**,称T为$f(x)$的周期,显然$2T$、$3T$、…、$nT(n\in N)$也是$f(x)$的周期. 通常我们所说的周期函数的周期是指它的最小正周期. 当然,并不是所有的周期函数都有最小正周期.