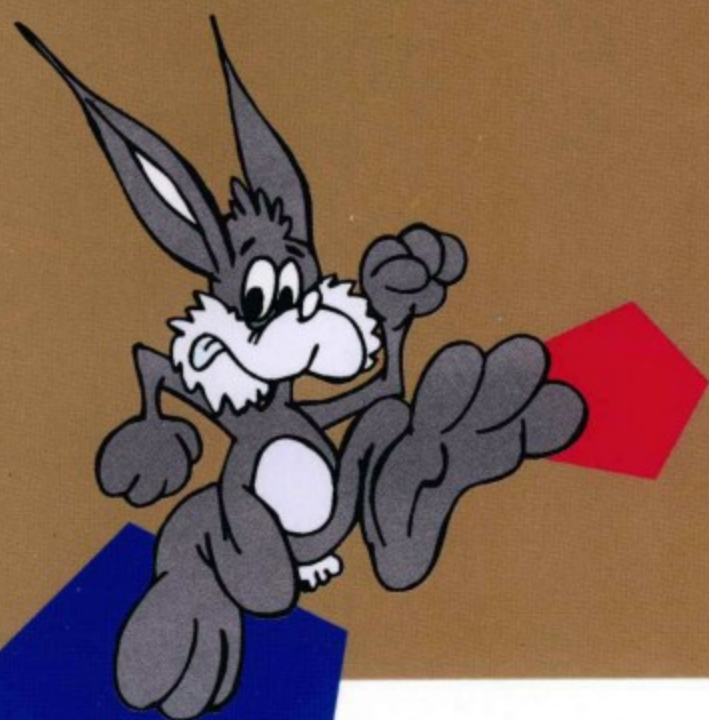


高中数学

一点通秘笈

应试精练

李正兴 著



上海科学普及出版社



装帧设计 赵 斌



李正兴

1947 年出生，资深数学高级教师，上海市数学会会员，学科带头人。曾获全国数学教育优秀园丁奖，全国数学竞赛优秀辅导员。从事高中数学教育 33 年，执教高三毕业班 18 届，善于激发学生学习数学的兴趣，教学业绩优异，培养出大量的优秀学生以数学绝对高分分别考入清华、北大、复旦、交大等名校。曾编著《高中数学解题策略》、《高考数学实战训练》、《新课标高考数学攻略》（代数篇）、《高中数学指南——高考数学新题难题攻略》、《高中数学解题宝典 & 考点解密》等著作，发表数学教育论文 30 余篇。

高中数学一点通秘笈

知识点贯通——贯通知识 导读名题 整体梳理 建构题典

掌握通法

解题策略——突出重点 板块互动 拓展题型 触类旁通

传授秘诀

应试精练——单元测试 综合考查 有的放矢 针对性强

夺取高分

ISBN 978-7-5427-4497-5



9 787542 744975 >

定 价: 29.00元

高中数学一点通秘笈 应试精练

李正兴 著

上海科学普及出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学一点通秘笈. 应试精练/李正兴著. —上海: 上海科学普及出版社, 2010. 1

ISBN 978-7-5427-4497-5

I. 高… II. 李… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 209240 号

责任编辑 张建青

高中数学一点通秘笈

应试精练

李正兴 著

上海科学普及出版社出版发行

(上海中山北路 832 号 邮政编码 200070)

<http://www.pspsh.com>

各地新华书店经销 常熟市新骅印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 19 字数 496 000

2010 年 1 月第 1 版 2010 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5427-4497-5

定价: 99.00 元

序

《高中数学一点通秘笈》丛书是我退休之后撰写的一套高中数学系列教辅书，“一点通”是上海科学普及出版社的当家品牌。我在退休之前执教了18届高三毕业班，退休后又执教了2届高复班，当然还免不了开点讲座、做点辅导，届届都要撰写系列讲义，在实践中使用，在获得明显教学效果的基础上补充修改成书。写作贵在求新，不要重复自己，更不要重复别人，最重要的是把自己的教育理念、教学经验、新的体会、新的感受写出来，以细针密缕的功夫，写平正笃实的文章，这个特点不仅体现在本书的结构上，即使是例题与训练题也尽量不重复。这套丛书没有给出知识网络图，也没有详尽的知识点的梳理，更没有在各章综述和教学目标的条条杠杠上过多做文章，原因是这方面的资料市场上很多，上海科学普及出版社出版的由我著的《高中数学解题宝典 & 考点解密》中有详尽的叙述。本丛书我把重点放在学法的点拨和解题方法的指导上，把知识点、解题通法、数学思想融合在一起，言简意赅，重点突出。本丛书共有3本——《知识点贯通·题典》、《解题策略》、《应试精练》，可以独立成篇供选用，也可相互配合综合运用。《知识点贯通·题典》一般可放在高三第一轮复习时用，也可作为高一、高二学生提升解题能力的教辅。《解题策略》、《应试精练》可贯穿于高三复习的全过程，也可供高一、高二学生选用。

下面主要讲一讲《应试精练》的特色：

本书的特色之一注重“点”、“线”、“面”的贯通，全面覆盖高中三年重要的知识点。

本书前29套试卷是单元测试部分，较为注重知识点的交汇，命题的要求是把若干知识点串联成“线”，对于重点章一般都提供A、B卷。后19套为综合卷，其中6套为代数板块、解析几何板块的综合，13套为整个高中数学内容的综合，这样就把线扩充为“块”、拓展成“面”，注重知识的融会贯通。由此可见，虽然同为试卷形式，侧重点是不一样的。每份试卷根据最新考试大纲的要求优化重组而成，能较为全面地覆盖高中数学重要知识点和解题通法，也兼顾了各版教材的要求。每套综合卷都给出了分值，可供读者进行自我评估的参考，有助于迅速提高学习成绩。



本书的特色之二是所有试卷均经过实践检验,区分度好,实用性强.

本书 48 套试卷在我编写后都经过实践的检验,再不断修改完善,编写的理念始终贯彻“立足课本,适度深化,突破弱点,培养能力”十六字方针. 试卷题目新颖,有针对性,解题思路多变,培养学生从各种角度看问题,避免了茫茫题海、束手无策的苦恼境地,使学习有事半功倍的效果. 我认为一名教师最具价值的事情是让学生用有限的精力得到最大回报,教师敢于跳进题海,通过研究、分析、提炼,才能沙里淘金、去伪存真、推陈出新,让学生跳出题海,教会学生“题法”战术,轻松上阵. 选择这样一本好的试题集你不会后悔.

前一阶段人代会上出现过退休年龄不要一刀切的提案,本人深有同感,一名高中数学教师要对全部教材达到融会贯通以臻自如的境界,没有 20 年执教经验、没有执教过八届十届毕业班的功夫是很难达到的,我就是在执教了 14 届毕业班以后才开始撰写并出版了 14 本数学教育专著. 然而当你达到对教材教法、学生学法等方面了若指掌,在课堂教学中随机应变、左右逢源,能“发挥到极至”之时就停下来了,这是很可惜的,于是就有了“正兴数学辅导工作室”,这是我读书、写作、辅导的场所,退休生活显得充实,既能满足社会需求,也能为教育事业再做点贡献.

上海科学普及出版社徐林林、张建青两位编辑对本丛书的出版做了大量的工作,在此向他们表示衷心感谢. 我还要感谢我的妻子杨蕙芬,正是由于她的支持,才能使我能静下心来写作,新世纪以来每年有新著出版.

限于本人水平,疏漏之处在所难免,欢迎读者批评指正.

E-mail: lizhengxing@hotmail.com

李正兴

二〇〇九年十二月十八日

于海上述而斋

目 录

第一部分 单元测试

1. 单元测试一:集合与命题(A)	3
2. 单元测试二:集合与命题(B)	7
3. 单元测试三:不等式(A)	11
4. 单元测试四:不等式(B)	15
5. 单元测试五:函数及其基本性质(A)	19
6. 单元测试六:函数及其基本性质(B)	23
7. 单元测试七:幂函数、指数函数和对数函数	27
8. 单元测试八:指数函数与对数函数	31
9. 单元测试九:三角比(A)	35
10. 单元测试十:三角比(B)	39
11. 单元测试十一:三角函数(A)	43
12. 单元测试十二:三角函数(B)	47
13. 单元测试十三:数列、极限、数学归纳法(A)	51
14. 单元测试十四:数列、极限、数学归纳法(B)	55
15. 单元测试十五:复数(A)	59
16. 单元测试十六:复数(B)	63
17. 单元测试十七:排列组合、二项式定理、概率与统计初步(A)	67
18. 单元测试十八:排列组合、二项式定理、概率与统计初步(B)	71
19. 单元测试十九:平面向量	75
20. 单元测试二十:直线与圆(A)	79
21. 单元测试二十一:直线与圆(B)	83
22. 单元测试二十二:圆锥曲线(A)	87
23. 单元测试二十三:圆锥曲线(B)	91
24. 单元测试二十四:参数方程和极坐标	95
25. 单元测试二十五:空间图形与空间向量(A)	99
26. 单元测试二十六:空间图形与空间向量(B)	103
27. 单元测试二十七:多面体与旋转体	107
28. 单元测试二十八:矩阵、行列式、算法、数学期望	111
29. 单元测试二十九:函数的极限、导数与定积分	115

第二部分 综合测试

30. 代数综合测试(一)	121
31. 代数综合测试(二)	125
32. 代数综合测试(三)	129
33. 代数综合测试(四)	133
34. 解析几何综合测试(一)	137
35. 解析几何综合测试(二)	141
36. 高中数学水平检测(一)	145
37. 高中数学水平检测(二)	149
38. 高中数学水平检测(三)	153
39. 高中数学水平检测(四)	157
40. 高中数学水平检测(五)	161
41. 高中数学水平检测(六)	165
42. 高中数学水平检测(七)	169
43. 高中数学水平检测(八)	173
44. 高中数学水平检测(九)	177
45. 高中数学水平检测(十)	181
46. 高中数学水平检测(十一)	185
47. 高中数学水平检测(十二)	189
48. 高中数学水平检测(十三)	193
 参考答案	 197

第一部分 单元测试

DANYUAN CESHI

单元测试 1:

集合与命题(A)

一、填空题

1. 已知集合{关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 的解} 只含一个元素, 则 $a =$ _____.
2. 设集合 A, B 都是全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 的子集, 已知 $(\complement_U A) \cap B = \{1\}$, $A \cap B = \{3\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{2\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ _____.
3. 设集合 $M = \{y | y = x^2 - 4x + 3, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y | y = -x^2 + 2x + 8, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$ _____.
4. 设集合 $A = \{x | |x| < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 > 0\}$, 则集合 $\{x | x \in A \text{ 且 } x \notin A \cap B\} =$ _____.
5. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y - 2 = 0\}$, $B = \{(x, y) | x - 2y + 4 = 0\}$, $A \cap B \subseteq \{(x, y) | y = 3x + b\}$, 则 $b =$ _____.
6. 若全集 $I = \mathbf{R}$, $f(x), g(x)$ 均为 x 的二次函数, $P = \{x | f(x) < 0\}$, $Q = \{x | g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为 _____.
7. 设集合 $A = \{x | x^2 = x, x \in \mathbf{R}\}$, 那么满足 $A \cup B = A$ 的集合 B 共有 _____ 个.
8. 已知下列三个方程: $x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0$, $x^2 + (a-1)x + a^2 = 0$, $x^2 + 2ax - 2a = 0$ 至少有一个方程有实根, 则实数 a 的取值范围是 _____.
9. 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.
10. 集合 $A = \left\{x \mid \left|x - \frac{(a+1)^2}{2}\right| \leq \frac{(a-1)^2}{2}\right\}$, $B = \{x | 2 \leq x \leq 3a+1\}$, 则使 $A \subseteq B$ 成立的实数 a 的取值范围为 _____.

二、选择题

11. 集合 A 和 B 各含 6 个元素, $A \cap B$ 含 3 个元素, C 同时满足三个条件: ① $C \subseteq A \cup B$; ② C 中含有 3 个元素; ③ $C \cap A \neq \emptyset$, 则这样的集合 C 的个数是().
A. 82 B. 83 C. 84 D. 219
12. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个正根和一个负根的必要但不充分条件是().
A. $ac < 0$ B. $ac \leq 0$ C. $ab < 0$ D. $ab \leq 0$
13. 等比数列 $\{a_n\}$ 公比为 q , 则“ $a_1 > 0$, 且 $q > 1$ ”是“对于 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $a_{n+1} > a_n$ ”的().
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
14. 设集合 $M = \{x | x - m \leq 0\}$, $N = \{y | y = (x-1)^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 则



实数 m 的范围是().

- A. $m \geq -1$ B. $m > -1$ C. $m \leq -1$ D. $m < -1$

15. 已知函数 $f(x) = x|x| + px + q$ ($x \in \mathbf{R}$), 给出下列四个命题:

- ① $f(x)$ 为奇函数的充要条件是 $q = 0$;
 ② $f(x)$ 的图像关于点 $(0, q)$ 对称;
 ③ 当 $p = 0$ 时, 方程 $f(x) = 0$ 的解集一定非空;
 ④ 方程 $f(x) = 0$ 的解一定不超过 2 个.

其中所有正确命题的序号是().

- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①④

16. 设数集 $M = \left\{x \mid m \leq x \leq m + \frac{3}{4}\right\}$, $N = \left\{x \mid n - \frac{1}{3} \leq x \leq n\right\}$, 且 M, N 都是集合 $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ 的子集, 如果把 $b - a$ 叫做集合 $\{x \mid a \leq x \leq b\}$ 的“长度”, 那么集合 $M \cap N$ 的“长度”的最小值是().

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{5}{12}$

三、解答题

17. 关于 x 的不等式 $3 - x \geq \sqrt{x-1}$ 与 $x^2 - (a+1)x + a \leq 0$ 的解集分别为 A 和 B .

- (1) 若 $A \subsetneq B$, 求 a 的取值范围;
 (2) 若 $A \supseteq B$, 求 a 的取值范围;
 (3) 若 $A \cap B$ 是单元素集, 求 a 的值.

18. 设集合 $A = \{x \mid 1 < x < 3\}$, 又设 X 是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - 2x + a \leq 0, \\ x^2 - 2bx + 5 \leq 0 \end{cases}$ 的解集, 试确定 a, b 的取值范围, 使得 $A \subseteq X$.



19. 在 $M = \{x \mid |x+1| + |x-3| > 8\}$, $P = \{x \mid x^2 + (a-8)x - 8a \leq 0\}$ 的前提下:

- (1) 求 a 的一个值,使它成为 $M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$ 的一个充分但不必要条件;
 (2) 求 a 的取值范围,使它成为 $M \cap P = \{x \mid 5 < x \leq 8\}$ 的一个必要但不充分条件.

20. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减,求解同时满足

① $2x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \leq 1$; ② $f\left[\log_{\frac{1}{3}}\left(x - \frac{1}{2}\right)\right] < 3f[\log_3(3-x)] - 2f\left[-\log_3 \frac{1}{x - \frac{1}{2}}\right]$ 的 x 的

集合.

21. 设全集 $I = \mathbf{R}$.

(1) 解关于 x 的不等式 $|x-1| + a - 1 > 0$ ($a \in \mathbf{R}$);

(2) 记 A 为(1)中不等式的解集,集合 $B = \left\{x \mid \sin\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\cos\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) = 0\right\}$,
 若 $(\complement_I A) \cap B$ 恰好有 3 个元素,求 a 的取值范围.



22. 对于函数 $f(x)$, 若 $f(x) = x$, 则称 x 为 $f(x)$ 的“不动点”; 若 $f(f(x)) = x$, 则称 x 为 $f(x)$ 的“稳定点”. 函数 $f(x)$ 的“不动点”和“稳定点”的集合分别记为 A 和 B , 即 $A = \{x | f(x) = x\}$, $B = \{x | f[f(x)] = x\}$.

(1) 求证: $A \subseteq B$;

(2) 若 $f(x) = ax^2 - 1$ ($a \in \mathbf{R}$, $x \in \mathbf{R}$), 且 $A = B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

23. 拓展训练: 设全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \left\{ y \mid y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right), \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}$. 集合 $B = \{a \in \mathbf{R} \mid \text{关于 } x \text{ 的方程 } x^2 + ax + 1 = 0 \text{ 的根在 } (0, 1) \text{ 上, 另一根在 } (1, 2) \text{ 上}\}$, 求 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$.

单元测试 二:

集合与命题(B)

一、填空题

1. 用列举法表示集合 $A = \left\{ x \in \mathbf{Z} \mid \frac{8}{4-x} \in \mathbf{Z} \right\}$, 则 $A =$ _____.
2. 已知全集 $U = \{a, b, c, d\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{a\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{b\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{c\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
3. 集合 $A = \{-1, 3\}$, $B = \{x \mid kx + 1 = 0\}$ 且 B 是非空集合, $A \cup B = A$, 则实数 k 可以取值为 _____.
4. 非空集合 $A = \{x \mid a+1 \leq x < 2a-1\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, 若 $A \subseteq A \cap B$, 则 a 的取值范围是 _____.
5. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid |x-2| \leq 1\}$, 集合 $B = \{x \mid \lg(x^2+5) > \lg 6x\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.
6. 已知 $A = \{x \mid x^2 + (m+2)x + 1 = 0\}$, 若 $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是 _____.
7. 若集合 $M = \{y \mid y = 2^{-x}, x \in \mathbf{R}\}$, $P = \{y \mid y = \sqrt{x-1}\}$, 则 $M \cap P =$ _____.
8. 若 $r(x): \sin x + \cos x > m$, $s(x): x^2 + mx + 1 > 0$, 如果对任意 $x \in \mathbf{R}$, $r(x)$ 为假命题且 $s(x)$ 为真命题, 则 m 的取值范围是 _____.
9. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A < B$ ” 是 “ $\cos^2 A > \cos^2 B$ ” 的 _____ 条件.
10. 定义 $M - N = \{x \mid x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$, 若 $M = \{(x, y) \mid y = 3x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(x, y) \mid y = kx + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $M - N = \emptyset$, 则 $k =$ _____.
11. 设命题 $p: a \in \{y \mid y = \sqrt{-x^2 + 2x + 8}\}$, 命题 $q: \text{关于 } x \text{ 的方程 } x^2 + x - a = 0 \text{ 一个根大于 } 1, \text{ 另一个根小于 } 1$, 若命题 p 且 q 为假命题, p 或 q 为真命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.
12. 集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4\}$, $B = \{(x, y) \mid (x-3)^2 + (y-4)^2 = r^2\}$, 其中 $r > 0$, 若 $A \cap B$ 中有且只有一个元素, 则 r 的值是 _____.

二、选择题

13. 若非空集合 $M \subsetneq N$, 则 “ $a \in M$ 或 $a \in N$ ” 是 “ $a \in M \cap N$ ” 的 ().
 A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
 C. 非充分非必要条件 D. 充分且必要条件
14. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid x^2 - 5x - 6 > 0\}$, $B = \{x \mid |x-5| < a\}$ (a 为常数) 且 $11 \in B$, 则 ().
 A. $\complement_U A \cup B = \mathbf{R}$ B. $A \cup \complement_U B = \mathbf{R}$



C. $\complement_U A \cup \complement_U B = \mathbf{R}$

D. $A \cup B = \mathbf{R}$

15. 设原命题:若 $a+b \geq 2$, 则 a, b 中至少有一个不小于 1, 则原命题与其逆命题的真假情况是().

A. 原命题真, 逆命题假

B. 原命题假, 逆命题真

C. 原命题与逆命题均为真命题

D. 原命题与逆命题均为假命题

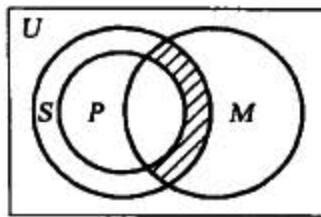
16. 已知 U 为全集, M, P, S 都是它的子集, 则图中阴影部分表示的集合是().

A. $M \cap (P \cup S)$

B. $M \cap (\complement_U P \cap S)$

C. $(\complement_U M \cap \complement_U P) \cap S$

D. $(M \cap P) \cup (M \cap S)$



第 16 题图

三、解答题

17. 已知集合 $A = \{x | x - a > 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax - 3a^2 < 0\}$, 求 $A \cap B$ 和 $A \cup B$.

18. 已知集合 $A = \left\{x \mid \frac{1+|x|}{|x|-1} \geq 3, x \in \mathbf{R}\right\}$, $B = \left\{y \mid y = a \sin x - 2 \left(\sin \frac{x}{2}\right)^2, x \in \mathbf{R}\right\}$, 求当 $A \subseteq B$, 实数 a 的取值范围.