

# 控制系統之 分析與設計

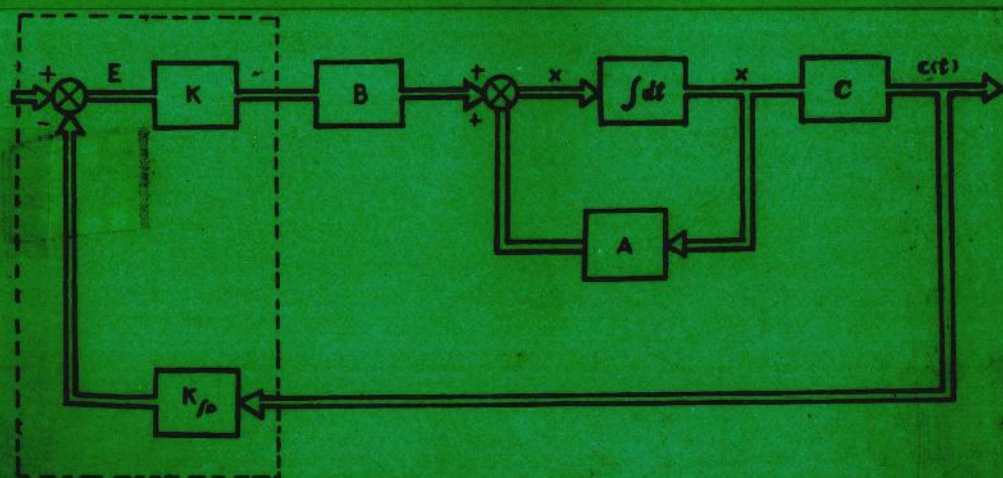
Introduction

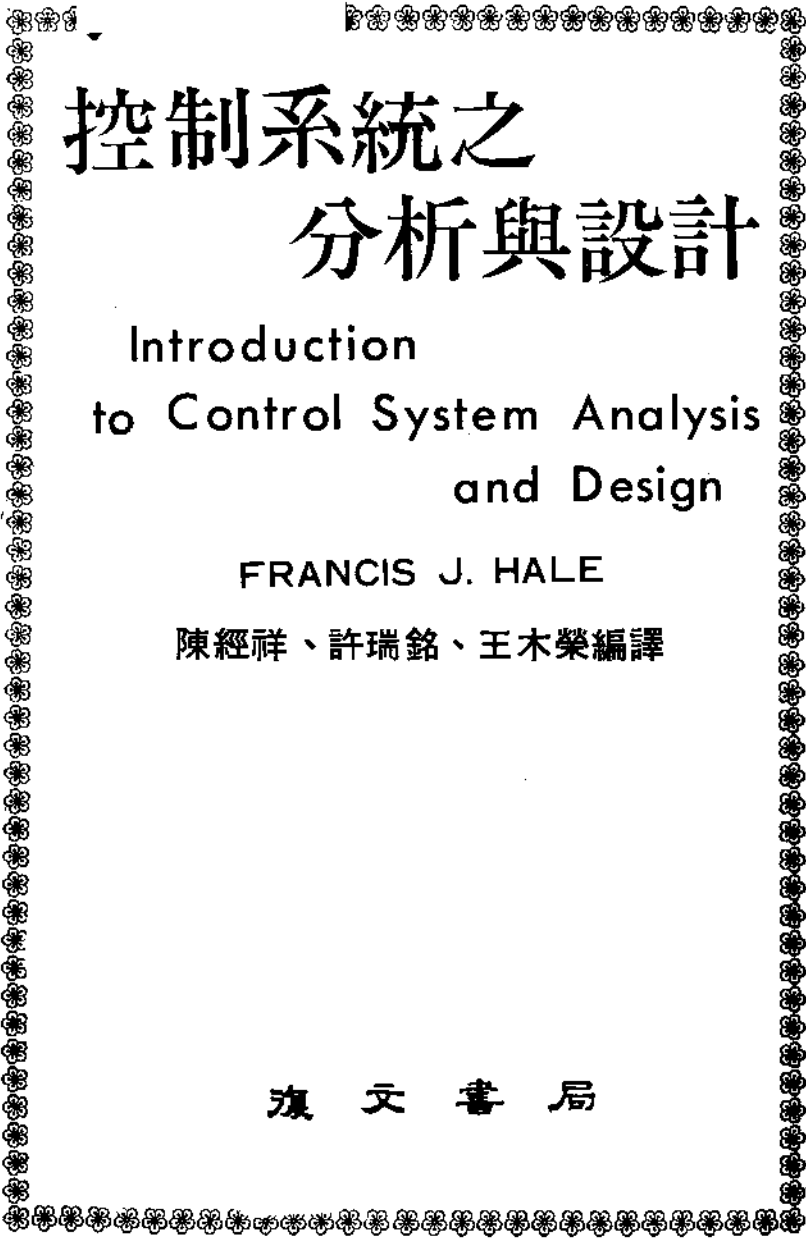
to Control System Analysis

and Design

FRANCIS J. HALE

陳經祥、許瑞銘、王木榮 編譯





# 控制系統之 分析與設計

Introduction  
to Control System Analysis  
and Design

FRANCIS J. HALE

陳經祥、許瑞銘、王木榮編譯

復文書局

# 控制系統之 分析與設計

版權所有



翻印必究

中華民國七十二年七月再版

455 復文 平裝 106 元 精裝 146 元

著 者 者： FRANCIS J. HALE

編 譯 者： 陳經祥、許瑞銘、王木榮

發 行 者： 吳 主 和

發 行 所： 復 文 書 局

地址：臺南市東門路421巷28號

門市部地址：台南市林森路二段 63 號

電話：(062)370003 · 386937

郵政劃撥帳戶 32104 號

No.28. LANE421 DONG-MEN  
ROAD TAINA TAIWAN REPUBLIC  
OF CHINA

TEL：(062)370003 · 386937

行政院新聞局登記證局版台業字第 0 3 7 0 號

# 目 錄

第一章 緒論 Introduction .....	1
1-1 控制的世界.....	1
1-2 控制系統之型式.....	3
1-3 轉換函數之觀念.....	7
1-4 方塊圖.....	10
1-5 穩定度的概念.....	14
1-6 性能及設計準則.....	16
1-7 計算機及其應用.....	20
1-8 設計程序.....	22
習題.....	23
第二章 線性化與拉氏轉換 Linearization and the Laplace Transformation 28	
2-1 緒論 .....	28
2-2 以微擾原理線性化.....	29
2-3 拉氏轉換.....	36
2-4 逆轉換.....	43
2-5 初始條件不為 0 之情形.....	49
習題.....	51
第三章 轉換函數 Transfer Functions .....	55
3-1 緒論.....	55
3-2 簡單的機械系統.....	55
3-3 無源電子網路.....	61
3-4 放大器.....	66
3-5 電子馬達.....	68
3-6 其他的系統.....	71
3-7 注意事項 .....	73

習題	75
----	----

## 第四章 穩定性和時間響應

Stability and the Time Response	81
---------------------------------	----

4-1 緒論	81
4-2 特性方程式	81
4-3 牢士赫未茲準則	84
4-4 一次系統	91
4-5 二次系統	95
4-6 高二次系統	102
習題	105

## 第五章 穩態 The Steady-State 110

5-1 定態方程式	110
5-2 定態誤差	113
5-3 誤差常數和係數	117
5-4 干擾誤差	125
5-5 準確度和頻率響應	127
5-6 靈敏度函數	130
習題	134

## 第六章 根跡 The Root Locus 139

6-1 緒論	139
6-2 角和大小準則	139
6-3 根跡略圖繪製	142
6-4 根跡略圖實例	151
6-5 政饋或負參數	159
6-6 反根跡	161
習題	165

## 第七章 頻率響應：倪奎士圖

	<b>The Frequency Response: Nyquist Diagrams</b>	<b>172</b>
7-1	緒論	172
7-2	頻率轉換函數	173
7-3	倪奎士穩定準則	176
7-4	倪奎士準則圖	180
7-5	增益邊限與相位邊限	188
	習題	194

## 第八章 頻率響應：波德圖

	<b>The Frequency Response: Bode Plots</b>	<b>198</b>
8-1	緒論	198
8-2	波德圖的繪製	201
8-3	波德圖和穩定性	208
8-4	實驗的轉換函數	213
8-5	系統暫態和頻率響應	214
	習題	222

## 第九章 系統補償及設計

	<b>System Compensation and Design</b>	<b>226</b>
9-1	緒論	226
9-2	被動的串列補償	228
9-3	主動的串列補償	237
9-4	並列及內環補償	243
9-5	輸送落後	247
	習題	253

## 第十章 非線性控制系統

	<b>Nonlinear Control Systems</b>	<b>256</b>
10-1	緒論	256
10-2	相位面	256
10-3	非線性控制器	262

10 - 4	描述的函數.....	267
	習題.....	274

## 第十一章 現代控制理論的簡介

### An Introduction to Modern Control Theory 277

11 - 1	緒論.....	277
11 - 2	狀態變數的表示.....	278
11 - 3	線性解答.....	285
11 - 4	可控制度，可觀察度，及穩定度.....	292

## 第十二章 某些其他的控制系統

### Some Other Control Systems..... 300

12 - 1	抽樣數據系統.....	300
12 - 2	最佳的控制系統.....	309
12 - 3	隨機控制系統.....	315
附錄 A	複變數.....	317
附錄 B	多項式因素.....	322
附錄 C	矩陣及行列式.....	325
參考資料	.....	329
索引	.....	331

# 第一章 緒論

## Introduction

### § 1-1 控制的世界 (THE WORLD OF CONTROL)

控制理論所處理的是一系統受到指令或干擾所發生的動態響應之問題。對於穩定系統來說，此系統最後終會定於一穩態或平衡狀態，而在系統定於穩態以前之作用情形稱為暫態響應。對於非穩定系統來說，則為另一種情形，永遠不會穩定下來。從純數學的觀點來看，一系統之暫態響應將一直繼續進行以至於無窮，若從物理上之觀點來看，此狀態之進行將一直繼續，直至為某些物理極限或系統本身之損傷或毀壞所限。物理極限，例如：擴大器或馬達之飽和狀態。

自然定律是如此的：在已知的宇宙中，每樣事務都是受控制的，只是其受控制的程度差別很大罷了。（試比較人體溫度與大氣溫度之調整）無論如何，人總是把自然界想成非管制性的，這種自我本位主義顯示出的是把“控制”這一個字視為只不過是人類使用的敘述而已。作進一步的區別，手工控制 (manual control) 是把人的操作當作系統中之一要素，自動控制 (automatic control) 則沒有人與機器間之明顯關係。

試考慮一典型的城市中交通上的流量。在沒有警察及交通號誌燈時，縱然有各街道上車子之密度、型式及速度、交叉線及小巷之數目，司機之禮讓及訓練等因素之固有控制，此種交通仍視為非管制性的。若在十字路口置一警察則交通就為人所控制了。把警察改為紅綠燈則此種控制又稱為自動控制了。若紅綠燈之作用次序是按照某一交通情形而計劃或定時間的，則此控制稱為開迴路 (open loop) 因為它並沒有考慮實際上之交通狀況。比如說，越過一城鎮可能在十字路口被擋駕，縱然在主幹道上沒有汽車。但若換成警察，則他將視此實際情況允許車子繼續通行而不必叫它停止。此種型式之控制為閉迴路控制 (closed-loop control) 之一例。閉迴路控制中，將系統實際的響應與所期望的響應



相比較然後才採取適當的控制行動。若加上信號檢測器及計算裝置，則可以將使用紅綠燈的自動控制從開迴路變成閉迴路，當然此種改變，顯然地增加了費用和複雜性。

我談到一些術語——雖然有時是討厭的但對任何領域或訓練的工作知識卻都是必須的。設備(plant)是將受控制的任何事物，在交通的例子中，設備則為公路網以及車子，設備參數(plant parameter)為交叉道數目，速率限制，交通密度等因素。控制系統或系統指設備及所有控制所必需的要素，包括所有的輸入及騷擾。在人工交通控制中，系統則為設備加上警察。

控制量為吾人所慾控制設備之一特性，在前面所舉的例子中，控制量可以為每小時通過此設備之車子數，亦即為每小時進入此城鎮地區之車子數。輸出(output)與控制量經常可交換使用，雖然輸出不一定可以直接控制。

副系統(subsystem)為包含在大系統中之一系統，在交通控制系統中，單獨的一輛車子就可以視為一副系統，車子本身為設備，車子上加司機為副系統，而汽車速率則為控制量。

設備可以為適當的數學模型所得到的任何事物，可能為一物質上之副系統，如飛機、追蹤雷達、磨床、衣服乾燥機或一爐子；可以為一過程，如一化學或核子反應，結晶化、水淨化或熱傳導。可能是生物學的、生態學的、或人口學的；人體中血液之流動，美國懷俄明州之麋鹿群，或未開發國家之人口成長率。甚至也許是政治的、社會的、經濟的，或由此而得之各種組合：美國南部各州之政治態度、三十歲以下人民之道德觀念，或美國之福利系統。

控制理論之應用主要有二方面：動態分析與控制系統設計。分析方面是有關設備受到指令、騷擾和設備變換的改變所引起響應之決定。若動態響應滿意則不需第二方面之工作。若此響應不滿意且設備的修改也是不可接受的，那必須在設計方面選擇將動態性能改善到可接受程度之控制裝置。值得注意的是在很多方面控制可能很昂貴，故必須小心，明智地增加控制裝置，為了控制而控制或為產生令人難忘的技藝學偶像而控制均不允許。

人們使用控制系統以擴張他的體能，彌補他身體上的極限，解除他

的例行公作或令人厭的工作，或爲了省錢。例如在現代的航空器中，動力推動控制裝置將飛行員所施之力放大，以反抗巨大的氣體動力推動控制面。自動駕駛系統使飛行員不必連續地操縱控制器以維持所要的方向、高度、飛行姿勢。由於不必作這些例行公作，故飛行員可以自由自在地去做其他工作，例如航行或通訊等，因此可以減少機上工作人員，而減少飛機操作費用。

控制理論有二種：古典控制理論起源於二次大戰期間，其特點爲轉換函數 (transfer function) 之觀念，而主要用於拉氏及頻率域之分析及設計。現近控制理論掘起於高速數字計算機之出現，其特點爲勢態變數 (state variables) 之觀念，特別強調矩陣代數，而主要用於在時間域 (time domain) 之分析及設計。當然每一種方法均有其優點亦有其缺點，作爲一個控制系統設計者必須對兩種方法均熟悉，以便在作分析、設計時能利用每種方法之優點，可以單獨使用某種方法，或兩者並用。

若與現代控制理論相比，古典的方法有較不著重數學技巧而注重物理意義的了解之優點，甚且，有許多設計情況，古典方法不但簡單而且完全合適，對於較複雜之情況，古典方法之解答可以幫助現代方法之使用，亦可以對更完全的設計提供一項檢驗。因此，本書之主要部分在於研究古典的方法。

## § 1-2 控制系統之型式

### (TYPES OF CONTROL SYSTEMS)

控制系統依描述系統本身或其變數項目而分類。這些描述的項目主要爲“不是……就是……”之型式，例如交通控制系統，不是開迴路，就是閉迴路系統。

(圖 1-2-1a) 爲開迴路系統，其輸入直接進入控制元件內，毫不受輸出之影響。輸出與輸入之間的關係只受設備或控制元件之特性左右。(圖 1-2-1b) 爲閉迴路系統，其輸入在進入控制元件以前先經實際之輸出加以修正。因爲輸出以函數形式回授 (此函數由回授元件 [feedback elements] 之性質決定)，然後從輸入中減去，故閉迴路系統經常稱爲負回授系統 (negative feedback system) 或徑稱之爲回授系統。

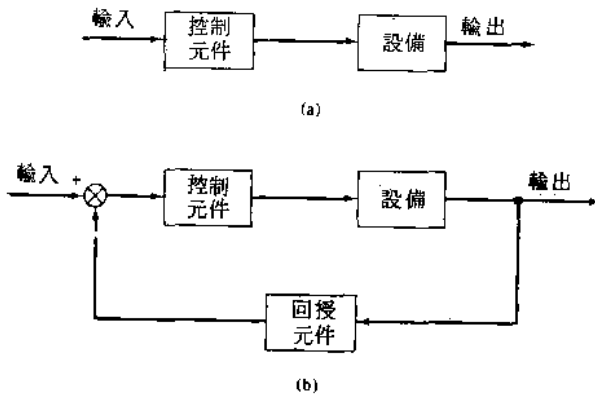


圖 1-2-1 控制系統(a)開迴路，(b)閉迴路

若一系統之所有元件均為線性的，則此系統就是線性系統。若有一元件為非線性的，則此系統就是非線性系統。吾人將於 2-1 節中定義並討論線性及非線性。

離散參數系統 (lumped parameter system) 假設物理特性集中在一“團”或更多“團” (lumps) 中，而與空間分佈無關。事實上物體均設為剛體而當作點質量 (point masses) 看待；彈簧視為無質量，電線視為無電阻，或對系統之質量，電阻作適當修正；溫度視為均勻分佈等。分佈參數系統 (distributed parameter system) 必須考慮物理特性在空間之連續性分配。此時物體須視為彈性體，彈簧有分佈性的質量，電線有分佈性的電阻，溫度通過物體時會變化。離散參數系統以常微分方程式來描述，分佈參數系統則以偏微分方程式來描述。

靜態或非時變 (time-invariant) 系統之參數不隨時間而變 (stationary)，其輸出亦不隨時間而變，而其微分方程式之係數為常數。非靜態或時變系統中有一個或多個參數隨時間而變。輸入作用之時間必須知道才能決定輸出，其微分方程式之係數為時間之函數。

若系統或變數之未來行為是可預測的並在合理的界限內重覆出現，此系統或變數為確定性的 (deterministic)。否則，此系統或變數稱為隨機的 (stochastic or random)。分析隨機系統或輸入為隨機之確定性系統，必須依據或然率的原理。

單變數系統 (single variable system) 為對於一個指令輸入只

有一個輸出之系統，又稱為“單輸入-單輸出”系統 (single input-single output system) 簡寫為 SISO 系統。多變數系統 (MIMO 系統) 則有多個輸入及輸出。處理線性多變數系統可以將其視為單變數系統之重疊。

連續變數系統 (continuous variable system) 如 (圖 1-2-2) 所示，所有變數均為時間之連續函數，可以微分方程式描述此系統

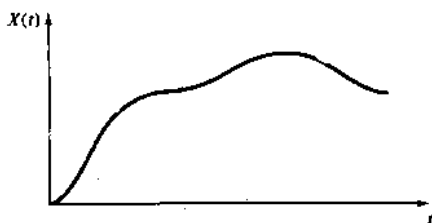


圖 1-2-2 連續變數圖

。離散變數系統 (discrete variable system) 則有一個或多個變數如 (圖 1-2-3) 所示，只有在某些瞬時有值。其方程式為差分方程式 (difference equation)，若時間之區間可以控制，則此系統稱為取樣數據系統 (sampled-data system)。離散變數之發生是很自然的，如從每次掃描得位置資料之掃描雷達，或輪流著傳遞許多件資料的資

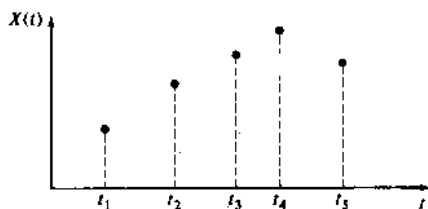


圖 1-2-3 離散變數

料管 (data channel)；有時其發生是有意的，如數學計算機只能接受離散數據，故吾人給它的輸入便只好是離散數據。很顯然的，若將所取數據間之間隔減少，則離散變數就與連續變數愈接近。如 (圖 1-2-4) 所示，為不連續變數 (discontinuous variables)，發生於開閉控制系統 (on-off control system) 或嚙-嚙控制系統 (bang-bang control system)，將於以後加以討論。

古典方法之技巧只對具有下列特性之系統可直接使用：

1. 閉迴路 (closed-loop)
2. 線性 (Linear)
3. 離散參數 (Lumped parameter)
4. 靜態的 (stationary)
5. 確定性的 (deterministic)
6. 單變數 (single variable)
7. 連續變數 (continuous variable)

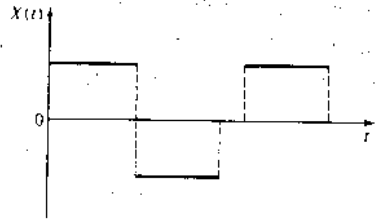


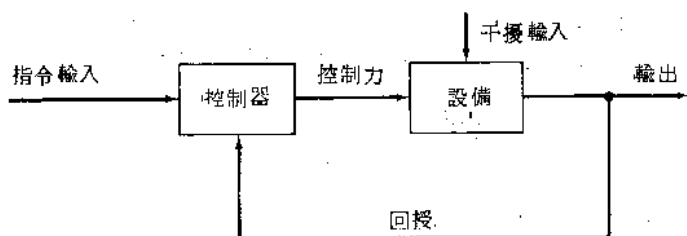
圖 1-2-4 不連續變數

本書前九章均討論此種系統，通常稱為伺服機構 (servomechanisms)，第十章至第十二章簡要地討論一些其他型式的系統。

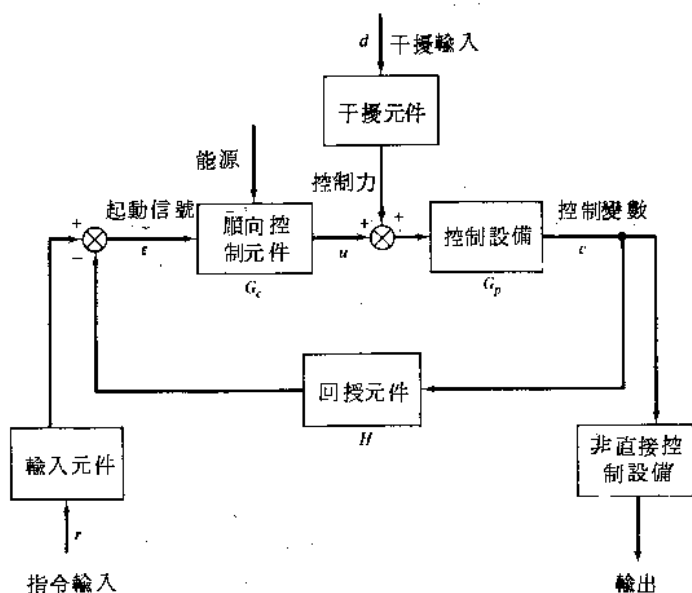
閉迴路控制系統之基本元件如 (圖 1-2-5a) 所示，更詳細的表現出來如 (圖 1-2-5b) 所示，其中並示各元件之符號。

設備 (plant) 與控制器 (controller) 之分別不一定很明顯，例如追蹤天線的驅動馬達是設備之一部分呢？還是控制器之一部分？將其分開是為了強調干擾輸入 (disturbance input) 主要影響設備而可以在指令輸入 (command input) 以外之各點進入系統。受控制變數及輸出經常是相同的。中央暖氣系統只在恆溫器 (thermostat) 控制溫度，而其輸出目標則為控制整個建築物之溫度。輸入元件將指令輸入轉變成適當形式進入此系統，舉個最簡單的例子，輸入元件可能是電位計 (potentiometer)，可以將機械之轉動變成電壓。

控制系統亦可能稱為最佳控制 (optimal control)，適應控制 (adaptive control)，自動適應控制 (self-adaptive control) 或程序控制 (process control)。這是一般性描述，而各種系統又為以上各段中所述各種類之不同組合。最佳控制系統之設計乃為求某操作指標之極大、極小。最佳設計與現代控制其論實際上是相似的。適應控制系統是非靜態系統，其控制參數是變化的，此種變化可為連續的亦可為離散的，以便維持此系統輸出之適當控制。若此系統自己檢測出設備參數之改變而能在控制器作適當改變則此系統稱為自動適應系統。程序控制是一種化學上或相似的物理程序之控制。



(a)



(b)

圖 1-2-5 開迴路系統之圖示：(a)概括性的圖示(b)詳細的圖示

## § 1-3 轉換函數之觀念

### (THE TRANSFER FUNCTION CONCEPT)

若(圖 1-3-1 a)中線性系統之輸入-輸出關係知道,則此系統本身的特性亦可知。在拉氏域(Laplace domain)中,輸入與輸出之關

係稱為轉換函數 (transfer function)。根據定義，系與之轉換函數 (TF) 為已經轉換至拉氏域之輸出與輸入之比，即

$$TF(s) = \frac{\text{輸出}(s)}{\text{輸入}(s)} = \frac{c(s)}{r(s)} \quad (1-3-1)$$

此關係式如 (圖 1-3-1 b) 所示。

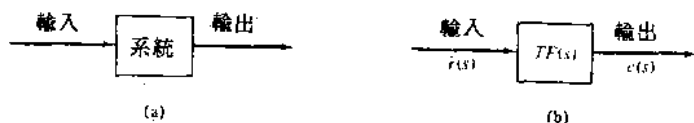


圖 1-3-1 輸入與輸出之關係：(a)一般(b)以轉換函數表示

據此轉換函數之定義，此系統必須為線性且靜態的，其變數為連續變數，初始條件 (initial condition) 為 0。轉換函數在系統為離散參數及沒有 (或可忽略) 滯定時間 (transport lags) 時最有用。在這些條件下，轉換函數可表為拉氏複變數 (complex Laplace variable)  $s$  之二個多項式之比，即

$$TF(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (1-3-2)$$

實際的系統， $N(s)$  之次數比  $D(s)$  低，因為其性質為積分而非微分。以後吾人可談到頻率轉換函數 (Frequency Transfer function, 簡寫為 FTF) 使用於頻率域中 (frequency domain)，在轉換函數中將拉氏變數  $s$  以  $j\omega$  代入，即可得之。

在 (1-3-2) 式中，分母  $D(s)$  稱為特性函數 (characteristic function)，因為它包括此系統之所有物理特性。而令  $D(s)$  等於 0 即得特性方程式。特性方程式之根可決定此系統對任何輸入之穩定性及暫態響應之一般性質。分子  $N(s)$  為輸入之函數，因此， $N(s)$  不影響絕對穩定性或暫態型式 (transient modes) 之數目及性質，當然對於某特定輸入， $N(s)$  決定了各暫態型式之大小及符號之正負，也因此確定了暫態響應之形狀及輸出之穩態值 (steady-state value)。

轉換函數可由許多方法得到：

一、 純數學的方法：

對代表此系統之微分方程式作拉氏轉換 ( Laplace transformation )，然後解其轉換函數，若有非零之初始條件，則將之當作額外之輸入處理。

二、 實驗的方法：

輸入已知，將其作用於系統，而測量其輸出，從這些數據中可定出轉換函數。

三、 從第二種方法變化而來，其轉換函數從操作數據及曲線得到。副系統或整個系統之轉換函數經常可由個別元件之已知轉換函數適當地結合而成，此種結合或簡化過程稱為方塊圖代數 ( block diagram algebra )，將於下節討論之。

多變數系統之轉換函數，可以寫成各輸入 - 輸出之結合。如 ( 圖 1-3-2 ) 所示，輸入有  $m$  個，輸出  $n$  個，每個輸入均影響輸出，故需要  $mn$  個轉換函數來描述此系統。這些轉換函數之分母均相同，故特性方程式及暫態型式亦相同，分子則均不同，因此，暫態型式之大小亦不同，穩態值亦然。

若輸入及輸出之數目很大而其間之交互作用很強，則使用單一轉換矩陣 ( matrix ) 比用許多個單一輸入 - 單一輸出轉換函數更加方便。轉換矩陣之使用可以將轉換函數之使用技巧加以推廣使用，或以現代控制理論的技巧去處理而改變成狀態 - 間隔 ( state-space ) 模型。在那一點應該從轉換函數變成轉換矩陣，或從轉換矩陣換成狀態變數隨判斷及個人喜好而定。通常利用各方法之優點而用二種或更多的方法。

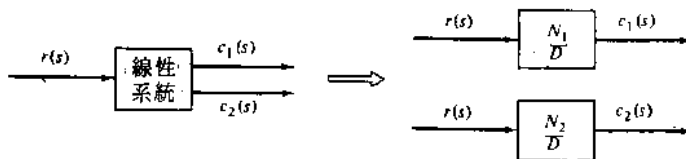


圖 1-3-2 多變數系統之轉換函數表示法



## § 1-4 方塊圖 (THE BLOCK DIAGRAM)

轉換函數觀念的優點之一是可以單一方塊或箱子來表示一線性系統，如(圖 1-4-1)所示。往箭頭所示之方向移動表示相乘，故

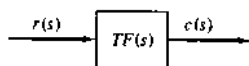


圖 1-4-1 線性元件或系統之方塊圖

$$c(s) = TF(s) \cdot r(s) \quad (1-4-1)$$

與箭頭相反之移動表示相除，即

$$r(s) = \frac{c(s)}{TF(s)} \quad (1-4-2)$$

若二線性元件串聯在一起，第一元件之輸出變成第二元件之輸入如(圖 1-4-2)所示，其個別方塊圖表示下面之方程式：

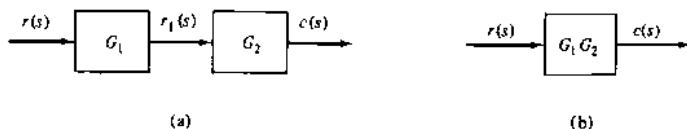


圖 1-4-2 二線性元件串聯：(a) 二方塊 (b) 以單一方塊表示

$$r_1 = G_1 r \quad , \quad c = G_2 r_1 \quad (1-4-3)$$

其中  $G_1$  ,  $G_2$  為各個轉換函數\*

從(1-4-3)式，吾人又可得：

$$c = G_1 G_2 r \quad (1-4-4)$$

此方程式表示輸入  $r$ ，而輸出  $c$  時之轉換函數為  $G_1 \cdot G_2$ ，個別轉換函數之乘積。因此串聯之二方塊可以(圖 1-4-2b)之單一方塊表示。推而廣之，任何數目之方塊串聯均可以相同的方法簡化成單一方塊。

\* 在不混淆不清的情況下，可將  $S$  略去。