全国课改实验区

全国新课标实验区特级教师及研究专家联袂编写

三练一测大联盟

★Sanlianyicedalianmeng★

构建新理念◎迈进新课堂
领跑新课标◎共赢新高考

数学 选修1-1

（北师大版）

江西科学技术出版社

全国新课标实验区特级教师及研究专家联袂编写

三练一测大联盟

★ Sanlianyicedalianmeng ★

本册主编◎王佩其
副主编◎饶新明

构建新理念◎迈进新课堂
领跑新课标◎共赢新高考

数学选修1-1

（北师大版）

江西科学技术出版社

图书在版编目（CIP）数据

三练一测大联盟：数学. 1-1：选修. 北师大版 / 王佩其主编. —南昌：江西科学技术出版社，2009. 8

ISBN 978-7-5390-3496-6

Ⅰ. 三…　Ⅱ. 王…　Ⅲ. 数学课 - 高中 - 习题　Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 106009 号

国际互联网（Internet）地址：
http: // www. jxkjcbs. com
选题序号：ZK2009031
图书代码：J09022-101

三练一测大联盟：数学.1-1：选修.北师大版　王佩其主编

出版发行	江西科学技术出版社
社址	南昌市蓼洲街2号附1号
	邮编：330009　电话：(0791)6623491　6639342(传真)
印刷	江西新华印刷厂
经销	各地新华书店
开本	880mm×1230mm　1/16
印张	7.5
版次	2009年8月第1版　2009年8月第1次印刷
书号	ISBN　978-7-5390-3496-6
定价	18.80元

前言

当前，教育改革如火如荼，教材的多元化、高考的多样化、选拔的能力化是社会发展的必然趋势，科学、经济、文化等各个领域正相互融合、相互借鉴、相互推动。了解新课程教材的特色，把握新教改的方向，是所有教育工作者共同关注的重大课题，也牵动着广大学生和亿万家长的心。

伴随着新课程理念的逐渐深入和新课改试验区的不断扩大，如何应对课改与高考结合的严峻现实？如何将“一切为了学生终身发展”的新课改理念领悟透彻，落到实处，产生实效？如何解决学生学习费时多而收效微的现实状况？……带着这些疑虑与困惑、深思与期待，我们深入研究新课改精神和高考动态，借鉴并吸收了课改一线最新的教研成果，精心策划、用心编写、倾心推出了这套《**三练一测大联盟**》系列丛书。该丛书着力在以下两个方面推陈出新：一是编写理念新——在策划编排上最大程度地体现新课程改革标准的精神，突出基础知识的丰富性和基本技能的创新性，确保编写内容既符合新课标的理念，又符合学生备考的要求；既是对教材内容的巩固与提高，又是对教材外延知识的补充和升华。二是呈现方式新——在编写内容上最大限度地体现素质教育的精神，除确保具体内容和选题范畴源于新教材、符合新课改的精神外，同时确保辅导的要点、选题的解答思路扣准新高考的方向；既体现现代教学灵活新颖的呈现形式，强调学生思维创新，又总结传统教育中合理的应试技能，将两者有机地融为一体。

呈现在您面前的这套新课标丛书《**三练一测大联盟**》的数学 1－1·选修分册，共分设四大板块：

【课标导思】该栏目分为“情景导思”、“课标要求”两个部分：“情景导思”注重用生活中的情景素材来引出问题，让学生带着问题去学习，从而启迪学生思维；“课标要求”部分则简要提示本节的重点、难点和要点，从而让学生掌握相关知识点的等级要求。

【自主探究】针对本节教材中的基础知识、基本数学思想灵活设空，简明扼要，言简意赅，让学生做到有的放矢，从而进行科学的自主探究，提高自身自主学习的能力和效果。

【课堂互动】针对本课时的核心内容，扣准考试的高频考点，瞄准自我突破的关键环节。针对本课时的重难点，步步为营，化整为零；各个击破，逐层提高。对每一考点知识进行条分缕析，意在培养学生科学的探究能力和自主的创新意识，让学生在学习中建立起一套科学、完整的数学思想体系，提高学生分析、解决问题的能力，让学生的综合知能得到迅速攀升。

【题型探究】依据考试的最新命题角度，把握科学的解题规律，总结解题要点，归纳方法规律。通过有机的讲练结合，促使学生把所学知识转化为解题能力，使得学生在学习中实现角色转换，让学生真正成为学习的主人。

另外，我们这套丛书还配有对应的活页练、单元水平测试卷和阶段水平测试卷。测试卷紧扣所学知识点，着重考查学生对所学知识的掌握程度，训练学生的解题能力，增强学生的学习信心，培养学生的实战能力。

此外，相应的教师用书还配有详尽的解析和参考答案，以供教师更好地驾驭课堂。

参与本书编写的教师，有名师王佩其等，编写阵容堪称强大。愿本书能切实帮助学生学好数学 1－1・选修，进一步帮助学生培养数学素养、提高自主探究能力，形成良好的科学文化素养，从而为自己的个性发展和终身学习奠定坚实的基础。

战国时期著名思想家、教育家荀子说：“假舆马者，非利足也，而致千里。假舟楫者，非能水也，而绝江河。君子生非异也，善假于物也。”一个人的成功，不但需要自己的努力，也需要借助他物来帮助自己，才能“致千里”，“绝江河”。最后衷心希望我们的辛勤汗水能够为同学们助上一臂之力，做到事半功倍！

目录 Contents

第一章 常用逻辑用语

§1.1 命题 …… 2

§1.2 充分条件与必要条件 …… 4

§1.3 全称量词与存在量词 …… 7

§1.4 逻辑联结词“且”“或”“非” …… 9

本章概结 …… 12

第二章 圆锥曲线与方程

§2.1 椭　圆 …… 16

第 1 课时 椭圆及其标准方程 …… 16

第 2 课时 椭圆的简单性质 …… 19

§2.2 抛物线 …… 21

第 1 课时 抛物线及其标准方程 …… 21

第 2 课时 抛物线的简单性质 …… 24

§2.3 双曲线 …… 27

第 1 课时 双曲线及其标准方程 …… 27

第 2 课时 双曲线的简单性质 …… 30

直线与圆锥曲线的位置关系(拓展) …… 33

本章概结 …… 37

目录 Contents

第三章及第四章　变化率与导数及导数应用

§3.1　变化的快慢与变化率 …… 44
§3.2　导数的概念及其几何意义 …… 46
§3.3　计算导数 …… 48
§3.4　导数的四则运算 …… 50
§4.1　导数的单调性与极值 …… 53
§4.2　导数在实际问题中的应用 …… 56
本章概结 …… 59

答案·练习·试卷

参考答案 …… 65
活页练 …… 71
水平测试卷 …… 105

第一章 常用逻辑用语

生活离不开语言，富于哲理的语言叫格言，自相矛盾的语言叫谎言.

在日常生活和数学学习中，同学们一定遇到过这样的表述：

明天我们将春游，除非天下雨；

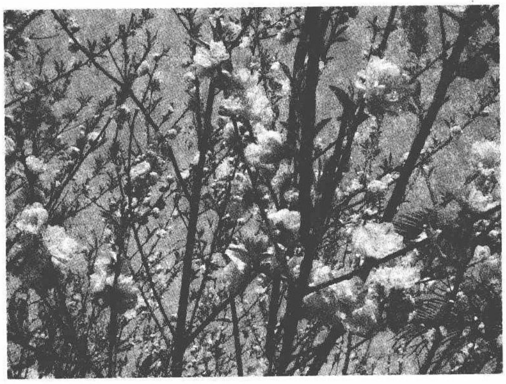
假如你上课不认真听讲，你的学习成绩一定会下滑；

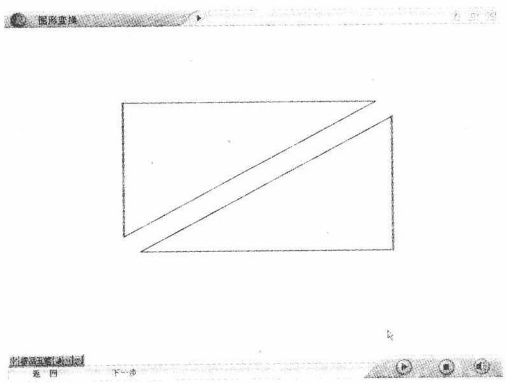
如果两个三角形全等，那么它们的面积一定相等；

对于所有的实数 a，都有 $a^2 \geqslant 0$.

上述表述中都使用了逻辑语言.

在本章中，我们将研究：如何用逻辑语言准确地表达数学内容？





先知先觉

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科，基本的逻辑知识是认识问题研究问题不可缺少的工具，因此也是高考的知识点之一. 本章的核心概念是常用逻辑用语，主要学习的内容是命题及其关系，简单的逻辑联结词、全称量词和存在量词，重点研究四种命题、充分条件和必要条件、“或”、“且”、“非”、量词、含有一个量词的命题的否定等内容，通过学习，体会和感受逻辑用语在生活和语言交流中的价值和作用.

§1.1　命题

课标导思

情景导思

孙膑是中国古代著名的军事学家，他的兵法众人皆知．一天，大王决定要考一考孙膑的才能，便对孙膑说："请你用计让我走下我的宝座．"一旁的庞涓争着说："我把大王拖下来！"大王对他的答案立即给予否定："这不是用计！"庞涓又说："那我用火烧！"大王也不以为然，这时孙膑说："大王，要你走下宝座确实不易，但如果你来到宝座下面的话，我可以用计让你走回去！"大王一心要试一试孙膑的智力，毫不犹豫地走了下来等待孙膑用计，这时孙膑说："大王，我已经成功了！"大伙儿一时都糊涂了，这是怎么回事呢？

其实这是孙膑给大王设下了一个"二难"的格局，如果大王不下宝座，则孙膑的前提"如果你来到宝座下面"不成立，这样我的智力无法表现出来了，而如果大王走下宝座，则"我已经让你走下了宝座"．因此，无论大王怎么样动作，孙膑都能够保证自己至少不输！

课标要求

1. 了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题．
2. 明白四种命题之间的关系．
3. 会利用两个命题互为逆否命题的关系判别命题的真假．

自主探究

一、命题

1. 命题的定义：我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的________叫做命题．其中判断为真的语句叫做________，判断为假的语句叫做________．
2. 命题的结构：在数学中，具有"若 p 则 q"这种形式的命题是较为常见的，我们把这种形式的的命题中的 p 叫做________，q 叫做________．

二、四种命题及其相互关系

3. 四种命题的概念：一般地，用 p 和 q 分别表示原命题的条件和结论，用 $\neg p$ 和 $\neg q$ 分别表示 p 和 q 的否定，于是四种命题的形式就是：

原命题：若则；逆命题：________；否命题：________；逆否命题：________．

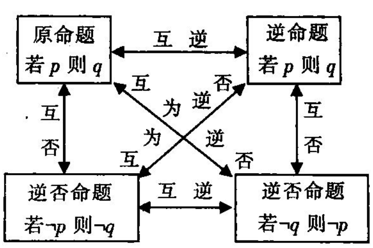
关于逆命题、否命题与逆否命题，也可以如下表述：

(1)交换原命题的条件和结论，所得的命题是原命题的________；

(2)同时否定原命题的条件和结论，所得的命题是原命题的________；

(3)交换原命题的条件和结论，同时进行否定，所得的命题是原命题的________．

4. 四种命题之间的关系四种命题之间的相互关系如下图所示：



由上图知逆命题与否命题也互为逆否命题，因此这四种命题的真假之间的关系如下：

(1)两个命题互为逆否命题，它们具有相同的________；

(2)两个命题为互逆命题或互否命题，它们的真假性________．

5. 反证法

由于原命题与它的逆否命题具有相同的真假性，所以我们在直接证明某一命题有困难时，可以通过证明________，来间接地证明原命题为真命题，这种证明的方法，称作是________．用反证法证明的步骤如下：

(1)________，即假设结论的反面成立；

(2)从________出发，经过推理论证得出矛盾；

(3)由矛盾判定假设不正确，________．

课堂互动

互动一　命题的概念与命题的真假

【例 1】判断下列语句是不是命题，若是，判断出其真假．若不是，说明理由．

(1)矩形难道不是平行四边形吗？

(2)垂直于同一条直线的两条直线必平行吗？

(3)求证：$x\in\mathbf{R}$，方程 $x^2+x+1=0$ 无实根．

(4)$x>5$．

(5)人类在 2020 年登上火星．

【讲解】对于判断是否是命题的问题，主要根据命题的定义加以判断．命题的定义是"可以判断真假的陈述句"，因此说，要想判断一个语句是否是命题，主要判断两个方面：一是所给出的语句是否能判断真假，另一方面，是要看这个语句是不是陈述句．而对于(1)中的反意疑问句，如果将它转化为陈述句即为"矩形是平行四边形"，是可以判断真假的，从而是命题；(2)这是疑问句，题设条件没有对语句的真假作出判断，不是命题；(3)是祈使句；(4)是开语句；(5)这是一种特殊的陈述句，但是目前为止无法判断真假，但是随着科学技术的发展与时间的推移，总能确定它的真假，所以也是命题．

于是，(1)是命题，且是真命题；(2)不是命题，这是疑问句，没有对垂直于同一条直线的两直线是否平行作出判断；(3)不是命题，是祈使句；(4)是开语句，不是命题；(5)是命题．但目前无法判断真假．

【探究发现】并不是任何语句都是命题，只有那些可以判断真假的陈述句才是命题，一般来说，疑问句、祈使句、感叹句等都不是命题；在数学与其它科学技术中，还有一些陈述句也经常出现，如"我明天去看电影"，"每一个不小于 6 的偶数都是两个奇素数之和"(歌德巴赫猜想)等，虽然目前还不能确定这些语句的真假，但是随着科学技术的发展与时间的推移，总能确定它们的真假，人们把这一类猜想也算做是命题．

【随堂巩固 1】判断下列语句是不是命题，如果是，请判断它们的真假，如果不是，请说明理由．

(1)$2+2\sqrt{2}$是有理数；(2)$1+1>2$；(3)非典型性肺炎是怎样传播的？(4)$x\leqslant 100$；(5)没有一个无理数不是实数．

互动二　四种命题之间的关系

【例 2】写出"若 $x=2$ 或 $x=3$，则 $x^2-5x+6=0$"的逆命题、否命题、逆否命题及命题的否定，并判断其真假．

【讲解】由定义分别写出其逆命题、否命题、逆否命题与命题的否定，然后判断其真假；也可利用命题间的等价性来判断．

逆命题：若 $x^2-5x+6=0$，则 $x=2$ 或 $x=3$，是真命题；

否命题：若 $x\neq 2$ 且 $x\neq 3$，则 $x^2-5x+6\neq 0$，是真命题；

逆否命题：若 $x^2-5x+6\neq 0$，则 $x\neq 2$ 且 $x\neq 3$，是真命题．

命题的否定：若 $x=2$ 或 $x=3$，则 $x^2-5x+6\neq 0$，是假命题．

【探究发现】否命题与命题否定是两种不同的命题．否命题是同时否定命题的条件和结论所得到的新命题，而命题的否定是否定命题的的结论后所得到的新命题．此外，我们还应注意一些常用的正面叙述词语和它的否定词语的关系(如下表)：

正面词语	等于(=)	大于(>)	小于(<)	有	是	都是	全是
否定词语	不等于(≠)	不大于(≤)	不小于(≥)	无	不是	不都是	不全是

正面词语	任意的	任意两个	至少有一个	至多有一个	所有的	至多有 n 个	或
否定词语	某个	某两个	一个也没有	至少有两个	某些	至少有 $n+1$ 个	且

【随堂巩固 2】写出命题"若 a,b 都是偶数，则 $a+b$ 是偶数"的逆命题，否命题，逆否命题，并判断它们的真假．

题型探究

题型一　判断并证明四种命题的真假

【例 1】写出命题"若 $m>0$，则方程 $x^2+x-m=0$ 有实数根"的逆否命题，判断其真假，并加以证明．

【解析】根据逆否命题定义，将条件和结论先否定，再互换．

原命题的逆否命题是："若方程 $x^2+x-m=0$ 没有实数根，则 $m\leqslant 0$"．它是真命题．

证明：∵方程 $x^2+x-m=0$ 没有实数根，

$\therefore \Delta=1+4m<0$，$\therefore m<-\dfrac{1}{4}$，

$\therefore m\leqslant 0$ 成立．(也可以证明原命题正确)

【真知灼见】判断四种命题真假的常用途径：一是先分别写出四种命题，再分别判断每个命题的真假；二是利用互为逆否命题是等价命题这一关系来判断它的逆否命题的真假，这种方法有时能够简化解题过程．

【类题活用 1】有下列四个命题：①"若 $x+y=0$，则 x,y 互为相反数"的逆命题；②"全等三角形的面积相等"的否命题；③"若 $q\leqslant 1$，则 $x^2+2x+q=0$ 有实根"的逆否命题；④"不等边三角形的三个内角相等"逆命题．其中真命题为（　　）

A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ③④

题型二　反证法的应用

【例 2】已知 $a,b,c\in(0,1)$，求证：$(1-a)b,(1-b)c,(1-c)a$ 三式中至少有一个不大于$\dfrac{1}{4}$．

【解析】本题若从正面入手，难以找到思路，故可以采用反证法．

若$(1-a)b,(1-b)c,(1-c)a$ 三式中都大于$\dfrac{1}{4}$．则有

$$\sqrt{(1-a)b}+\sqrt{(1-b)c}+\sqrt{(1-c)a}>\frac{3}{2}\qquad(*)$$

而 $\sqrt{(1-a)b}\leqslant\dfrac{(1-a)+b}{2}$，$\sqrt{(1-b)c}\leqslant\dfrac{(1-b)+c}{2}$，$\sqrt{(1-c)a}$

$\leqslant\frac{(1-c)+a}{2}$，三式相加得 $\sqrt{(1-a)b}+\sqrt{(1-b)c}+\sqrt{(1-c)a}\leqslant\frac{3}{2}$，此与（＊）式矛盾，故假设错误，从而原命题成立.

【真知灼见】当利用直接证法或分析法证明命题较为困难时，可以从命题的反面出发，利用“反证法”探求解题思路.

【类题活用 2】用反证法证明：已知 $x,y\in\mathbf{R}$，且 $x+y>2$，则 x,y 中至少有一个大于1.

§1.2　充分条件与必要条件

课标导思

情景导思

同学们，当某一天你和你的妈妈在街上遇到老师的时候，你向老师介绍你的妈妈说：“这是我的妈妈”. 那么，大家想一想这个时候你的妈妈还会不会补充说：“你是她的孩子”呢？不会了！为什么呢？因为前面你所介绍的她是你的妈妈就足以保证你是她的孩子. 那么，这在数学中是一层什么样的关系呢？今天我们就来学习这个有意义的课题——充分条件与必要条件.

课标要求

1. 正确理解充分条件、必要条件和充要条件的意义；
2. 会结合具体命题，分析四种命题的相互关系；
3. 培养学生的逻辑思维能力及归纳总结能力.

自主探究

一、充分条件与必要条件

1. 若 $p\Rightarrow q$，则 p 叫做 q 的_______条件，则 q 叫做 p 的_______条件；若 $p\Leftrightarrow$，则 p 叫做 q 的_______条件，简称为_______条件.
2. 如果 $p\Rightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，我们称 p 为 q 的_______条件，如果 $p\nRightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，则我们称 p 为 q 的_______条件.

二、判断充要条件的方法

1. 命题判断法

设“若 p 则 q”为原命题，那么：

(1)原命题为真，逆命题为假时，则 p 是 q 的_______条件；

(2)原命题为假，逆命题为真时，则 p 是 q 的_______条件；

(3)原命题与逆命题都为真时，则 p 是 q 的_______条件；

(4)原命题与逆命题都为假时，p 是 q 的_______条件.

2. 集合判断法

从集合的观点看，建立命题 p,q 相应的集合：$p:A=\{x\mid p(x)$ 成立$\}$，$q:B=\{x\mid q(x)$ 成立$\}$，那么：

(1)若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的_______条件，若 $A\subsetneqq$ 时，则 p 是 q 的_______条件；

(2)若 $B\subseteq A$，则 p 是 q 的_______条件，若 $B\subsetneqq A$ 时，则 p 是 q 的_______条件；

(3)若 $A=B$，则 p 是 q 的_______条件，若 $A\not\subseteq B$ 且 $B\not\subseteq A$ 时，则 p 是 q 的_______条件.

课堂互动

互动一　充分条件与必要条件的意义

【例 1】“x 是6的倍数”是“是2的倍数”的什么条件？

“x 是2的倍数”是“x 是6的倍数”的什么条件？

“x 是2的倍数也是3的倍数”是“x 是6的倍数”的什么条件？

“x 是4的倍数”是“x 是6的倍数”的什么条件？

【讲解】若 $p\Rightarrow q$ 但 $p\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分而不必要条件；若 $p\Rightarrow p$ 但 $p\nRightarrow q$，则 p 是 q 的必要而不充分条件；若 $q\Rightarrow p$ 且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充要条件；若 $p\nRightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的既不充分又不必要条件. 根据上述充分条件与必要条件的意义知：

“x 是6的倍数”是“x 是2的倍数”的充分而不必要条件；

“x 是2的倍数”是“x 是6的倍数”的必要而不充分条件；

“x 是2的倍数也是3的倍数”是“x 是6的倍数”的充要条件；

“x 是4的倍数”是“x 是6的倍数”的既不充分也不必要条件.

【探究发现】(1)充分条件：要使 q 成立，具备就足够了，但无 p，q 未必不成立，因为 $p\Rightarrow q$ 与 $\neg q$ 则 $\neg p$ 互为逆否命题，概括为：有之必然，无之未必然；(2)必要条件：q 不具备，那么 p 就不成立；要使 p 成立必须具备 q，但是具备 q，p 也未必成立. 概括为：有之未必然，无之必不然；(3)充要条件：有 p,q 必成立；无 p,q 必不成立. 概括为：有之必然，无之必不然.

【随堂巩固 1】A 是 B 的什么条件：

题号	A	B	答案
1	$a^2=16$	$\|a\|=4$	
2	两个三角形相似	两个三角形面积相等	
3	$x^2-5x-6=0$	$x=-1$	
4	m,n 为奇数	$m+n$ 为奇数	
5	$b^2-4ac\geqslant 0$	$ax^2+bx+c=0$ 有实根($a\neq 0$)	
6	$x^2+y^2=0$	$xy=0$	
7	$a+b>0,ab>0$	$a>0,b>0$	
8	$a+b>4,ab>4$	$a>2,b>2$	
9	$\|x\|<1$ 或 $\|y\|<1$	$0<xy<1$	
10	$c=0$	$y=ax^2+bx+c$ 过原点	
11	a,b 为无理数	$a+b$ 是无理数	

互动二　四类条件的判断方法

【例 2】(定义法)若 A、B 都是 C 的充要条件,D 是 A 的必要条件,B 是 D 的必要条件,则 D 是 C 的　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【讲解】由四类条件的意义知:由已知 $A\Leftrightarrow CA\Rightarrow D,D\Rightarrow B$,即有如下关系式:$A\Leftrightarrow C\Leftrightarrow B$ 且 $A\Rightarrow D\Rightarrow B$

由传递性,知 $D\Rightarrow C$ 且 $C\Rightarrow D$,于是 $D\Leftrightarrow C$,故选 C.

【探究发现】充分条件具有传递性:若 $A_1\Rightarrow A_2\Rightarrow A_3\Rightarrow\cdots\Rightarrow A_{n-1}\Rightarrow A_n$,则 $A_1\Rightarrow A_n$. 必要条件也有传递性:若 $A_1\Leftarrow A_2\Leftarrow A_3\Leftarrow\cdots A_{n-1}\Leftarrow A_n$,则 $A_n\Rightarrow A_1$.

【随堂巩固 2】已知 p,q 都是 r 的必要条件,s 是 r 的充分条件,q 是 s 的充分条件,那么 s 是 q 的________条件;r 是 q 的________条件;p 是 q 的________条件.

【例 3】(等价命题法)命题甲:$x\neq 2$ 或 $y\neq 3$;命题乙:$x+y\neq 5$,则　(　　)

A. 甲是乙的充分非必要条件

B. 甲是乙的必要非充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件.

【讲解】为了进行判断,首先需要构造两个命题:甲$\Rightarrow$乙;乙$\Rightarrow$甲. 但是,这两个命题都是否定性的命题,正面入手较为困难. 考虑到原命题与逆否命题的等价性,可以转化为判断其逆否命题是否正确.

"甲$\Rightarrow$乙",即"$x\neq 2$ 或 $y\neq 3$"$\Rightarrow$"$x+y\neq 5$",其逆否命题为:"$x+y=5$"$\Rightarrow$"$x=2$ 且 $y=3$",显然不正确. 同理,可判断命题"乙$\Rightarrow$甲"为真命题. 故选择 B.

【探究发现】当某一命题不易直接判断条件与结论的充要关系(特别是对于否定形式或"$\neq$"形式的命题)时,可利用原命题与其逆否命题等价性来解决,即等价转化为判断其逆否命题.

【随堂巩固 3】"圆的两条不是直径的相交弦不能互相平分"的等价命题是________________________.

【例 4】(集合法)指出下列各组命题中,p 是 q 的什么条件(充分而不必要条件,必要而不充分条件,充要条件,既不充分也不必要条件):

(1)$p:(x-1)(y-2)=0$　$q:(x-1)^2+(y-2)^2=0$.　(2)P:$a^2+b^2>2ab$　$q:|a+b|<|a|+|b|$.

【解析】本题如果从命题的条件和结论之间的逻辑关系判断颇感困难,不妨从集合的观点探讨.

(1)$(x-1)(y-2)=0\Leftrightarrow x=1$ 或 $y=2$,$(x-1)^2+(y-2)^2=0\Leftrightarrow x=1$ 且 $y=2$.

设 $A=\{x|x=1\}\cup\{y|y=2\}$,$B=\{x|x=1\}\cap\{y|y=2\}$,则 $B\subsetneqq A$,故 p 是 q 的必要而不充分条件.

(2)设 $A=\{(a,b)|a^2+b^2>2ab\}=\{(a,b)|a\neq b\}$,$B=\{(a,b)|\,|a+b|=|a|+|b|\}=\{(a,b)|ab\geqslant 0\}$,由于 $A\not\subseteq B$ 且 $B\not\subseteq A$,故 p 是 q 的既不充分也不必要的条件.

【探究发现】涉及解集与点集的充分条件,必要条件,充要条件的逻辑判断问题,不妨从集合角度入手,另辟蹊径,化繁为简. 若将命题 p、q 看成集合,当 $p\subseteq q$ 时,p 是 q 的充分条件,q 是 p 的必要条件,即 $p\Rightarrow q$. 这可以用"小范围推出大范围"帮助记忆. 当 $p=q$ 时,则 p、q 互为充要条件.

【随堂巩固 4】集合 $M=\{x|x>2\}$,$P=\{x|x<3\}$,那么"$x\in M$,或 $x\in P$"是"$x\in M\cap P$"的　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

题型探究

题型一　四类条件的判断

【例 1】设 p,q 是两个命题:$p:\log_{\frac{1}{2}}(|x|-3)>0$,$q:x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}>0$,则 p 是 q 的　(　　)

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解析】化简命题 $p:0<|x|-3<2\Rightarrow -4<x<-3$ 或 $4<x<3$,化简命题 $q:x<\frac{1}{3}$ 或 $x>\frac{1}{2}$.

于是,命题 $p\Rightarrow$命题 q,但命题 $q\nRightarrow$命题 p,p 是 q 充分而不必要条件,故选(A).

【真知灼见】在判断充分条件与必要条件时,可充分利用推出符号"$\Rightarrow$(或$\nRightarrow$)"表示出几个命题间的关系,然后依据所求命题间是否存在推出关系来解答.

【类题活用 1】"$\alpha\neq\beta$"是"$\cos\alpha\neq\cos\beta$"的　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

题型二　充要条件的论证

【例 2】已知数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$、$\{c_n\}$，其中$\{a_n\}$、$\{b_n\}$是等比数列．对于任意正整数n，a_n、b_n、c_n都成等差数列，且$c_1\neq0$．试证明："数列$\{c_n\}$成等比数列"的充要条件是"数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$公比相等"．

【解析】本题的条件是"数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$公比相等"，结论是"数列$\{c_n\}$成等比数列"，所以证明必要性即证明"若数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$公比相等，则数列$\{c_n\}$成等比数列"，充分性即证明"若数列$\{c_n\}$成等比数列，则数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$公比相等"．证明如下：

充分性：设数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的公比都是q，则$a_n=a_1q^{n-1}$，$b_n=b_1q^{n-1}$，而$c_n=\frac{1}{2}(a_n+b_n)=\frac{1}{2}(a_1+b_1)q^{n-1}=c_1q^{n-1}$，又$c_1\neq0$，故$\{c_n\}$是公比为$q$的等比数列．充分性得证．

必要性：若数列$\{c_n\}$是等比数列，设数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$的公比分别为p,q,r，

则$\begin{cases}2c_1=a_1+b_1 & ①\\ 2c_1r=a_1p+b_1q & ②,\\ 2c_1r^2=a_1p^2+b_1q^2 & ③\end{cases}$

由①③得：$4c_1^2r^2=a_1^2p^2+a_1b_1(p^2+q^2)+b_1^2q^2$　④

将②的两边平方得$4c_1^2r^2=a_1^2p^2+2a_1b_1pq+b_1^2q^2$　⑤

比较④⑤两式得$p^2+q^2=2pq$，故$p=q$，即数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$公比相等．必要性得证．

【真知灼见】一般来说，证明"p是q的充要条件"时，充分性应证$p\Rightarrow q$，必要性应证$q\Rightarrow p$；而证明"p的充要条件是q"时，充分性应证$q\Rightarrow p$，必要性应证明$p\Rightarrow q$．这是充要条件证明问题中最常见的两种情形，要仔细把握两者的区别与联系．

【类题活用 2】证明三直线$l_1:mx-y+n=0$，$l_2:2x-3y-3=0$，$l_3:x-5y+2=0$共点的充要条件是$3m+n-1=0$．

题型三　充要条件的探求

【例 3】求关于x的方程$x^2+(2k-1)x+k^2=0$的两个实根都大于1的充要条件．

【解析】有的同学认为首先方程应该有两个根，亦即$\Delta\geqslant0$，那么再由根与系数的关系可得：

$$\begin{cases}(2k-1)^2-4k^2\geqslant0\\ -(2k-1)>2\\ k^2>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k\leqslant\frac{1}{4}\\ k<-\frac{1}{2}\\ k>1\text{ 或 }k<-1\end{cases}\Rightarrow k<-1.$$

其实这种作法是错误的，产生错误的主要原因是利用了"必要不充分条件"代替了"充要条件"，这是因为$\begin{cases}x_1>1\\ x_2>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2>1\\ x_1x_2>1\end{cases}$，但是$\begin{cases}x_1+x_2>1\\ x_1x_2>1\end{cases}\nRightarrow\begin{cases}x_1>1\\ x_2>1\end{cases}$．例如：对本题来说，若取$k=-2$时，$x^2-5x+4=0$的两根为$x_1=1$，$x_2=4$不是所求的充要条件．

解法1：设方程的两个根为x_1，x_2，则

$$\begin{cases}\Delta\geqslant0\\ x_1>1\\ x_2>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\geqslant0\\ x_1-1>0\\ x_2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\Leftrightarrow0\\ (x_1-1)+(x_2-1)>0\\ (x_1-1)(x_2-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\Leftrightarrow0\\ x_1+x_2>2\\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0\end{cases}$$

解得$k<-2$，故所求的充要条件是$k<-2$．

解法2：记$f(x)=x^2+(2k-1)x+k^2$，故所求的充要条件是：

$$\begin{cases}\Delta\geqslant0\\ -\frac{2k-1}{2}>1\\ f(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2k-1)^2-4k^2\geqslant0\\ k<-\frac{1}{2}\\ 1+2k-1+k^2>0\end{cases}$$

解得$k<-2$，故所求的充要条件是$k<-2$．

【真知灼见】有关充要条件探求的问题中，易犯的错误是用"必要条件(或充分条件)"去代替"充要条件"．由此要进一步理解学习充要条件的目的，即准确把握"若p则q"的命题中条件与结论的逻辑关系，提高正确进行数学判断的能力．

【类题活用 3】设$a\in\mathbf{R}$，求关于x的方程$(1-a)x^2+(a+2)x-4=0$有两个正根的充要条件．

题型四　四类条件下的参数问题

【例 4】已知集合$M=\{x|x<3\text{ 或 }x>5\}$，$P=\{x|(x-a)(x-8)\leqslant0\}$．

(1)求实数a的取值范围，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的充要条件；

(2)求实数a的一个值，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个充分但不必要条件；

(3)求实数a的取值范围，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个必要但不充分条件．

【解析】本题可采用集合法来解．

(1)由$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$，得$-3\leqslant a\leqslant5$，因此$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的充要条件是$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$；

(2)求实数的一个值，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个充分但不必要条件，就是在集合$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$中取一个值，如取$a=0$，此时必有$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$；反之，$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$未必有$a=0$，故$a=0$是所求的一个充分而不必要条件；

(3)求实数的取值范围，使它成为$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个必要但不充分条件就是另求一个集合，故$\{a|-3\leqslant a\leqslant5\}$是它的一个真子集．如果$\{a|a\leqslant5\}$时，未必有$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$，但是$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$时，必有$a\leqslant5$，故$\{a|a\leqslant5\}$是所求的一个必要而不充分条件．

【真知灼见】本例是典型的借助集合观点理解充要条件的题目，设实数a的取值范围是Q，则$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的充要条件是$Q=M\cap P$；而$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个充分但不必要条件是$Q$为$M\cap P$的一个真子集；$M\cap P=\{x|5<x\leqslant8\}$的一个必要但不充分条件是求一个集合$S$，使得$Q$是$S$的真子集；本题的(2)(3)小题的答案不唯一．如第(2)小题的答案还可以是$-2,1,2,1,5$等无数多个值；第(3)小题的答案还可以是$[-3,+\infty)$，$[-4,5]$等．

【类题活用 4】设命题$p:|4x-3|>1$；命题$q:x^2-(2a+1)x+a(a+1)<0$，若p是q的必要不充分条件，求实数a的取值范围．

§1.3 全称量词与存在量词

课标导思

情景导思

德国著名的数学家哥德巴赫提出这样一个问题"任意取一个奇数,可以把它写成三个质数之和,比如77,"77=53+17+7",同年欧拉首先肯定了哥德巴赫猜想的正确,并且认为:每一个偶数都是两个质数之和,虽然通过大量检验这个命题是正确的,但是还需要证明.这也就是当今人们称之为哥德巴赫猜想,并誉为数学皇冠上的明珠.200多年来我国著名数学家陈景润才证明了"1+2"即:凡是比某一个正整数大的任何偶数,都能表示成一个质数加上两个质数相乘,或者表示成一个质数加上一个质数,从陈景润的"1+2"到"1+1"似乎仅一步之遥.它是一个迄今为止仍然是一个没有得到正面证明也没有被推翻的命题.

在我们的日常生活中,我们常常遇到这样的命题:

(1)所有中国公民的合法权利都受到中华人民共和国宪法的保护;

(2)对任意实数 x,都有 $x^2\geqslant0$;

(3)存在有理数 x,使 $x^2-2=0$.

那么,这些命题具有什么特征呢?

课标要求

1.通过生活和数学中的丰富实例,理解全称量词与存在量词的意义;

2.能准确地利用全称量词与存在量词叙述数学内容.

自主探究

1.全称量词:短语______、______在逻辑中通常叫做全称量词,用符号______来表示;含有全称量词的命题,叫做______.

全称命题"对 M 中任意一个,有 $p(x)$ 成立"可用符号简记为______.

2.存在量词:短语______、______在逻辑中通常叫做存在量词,用符号______来表示;含有存在量词的命题,叫做______.存在命题"存在 M 中一个 x,使 $p(x)$ 成立"可用符号简记为______.

3.含有一个量词的命题的否定:含有一个量词的全称命题的否定,有以下结论:

全称命题 $p:\forall x\in M,p(x)$,它的否定 $\neg p$:______;即全称命题的否定是______.

含有一个量词的特称命题的否定,有以下结论:

存在命题 $p:\exists x\in M,p(x)$,它的否定 $\neg p$:______;即存在命题的否定是______.

4.对于命题 $p:\exists x\in\mathbf{R}$,使得 $x^2+x+1<0$,则 $\neg p$:______.

5.给出以下命题:① $\forall x\in\mathbf{R}$,有 $x^4>x^2$;② $\exists\alpha\in\mathbf{R}$,使得 $\sin3\alpha=3\sin\alpha$;③ $\exists\alpha\in\mathbf{R}$,对 $\forall x\in\mathbf{R}$,使 $x^2+2x+a<0$.其中的假命题是______.

课堂互动

互动一 全称命题和特称命题的判断

【例1】判断下列命题是全称命题还是特称命题.

(1)每个人的潜力都是无穷的.(2)一切三角形都是相似的.

(3)所有自然数的平方是正数.(4)有些一元二次方程没有实根.

(5)存在有理数 x,使 $x^2+2=0$.

【讲解】"所有"、"任意"、"每一个"等表示全体的量词在逻辑中称为全称量词,含有全称量词的命题称为全称命题."有一个"、"有些"、"存在一个"等表示部分的量词在逻辑中称为存在量词.含有存在量词的命题称为特称命题.对照上述定义,命题(1)、(2)、(3)是全称命题,(4)、(5)是特称命题.

【探究发现】判断一个命题是全称命题还是存在命题,主要看命题中是否含有全称量词或存在量词,对于有的题目隐含了全称量词或存在量词,要注意对其进行改写来找到.

【随堂巩固1】判断下列命题是全称命题还是特称命题,并找出其中的量词:

(1)任意实数的平方都是正数____________;

(2)有些三角形是轴对称图形____________;

(3)任何一个实数都有相反数____________.

互动二 全称命题和特称命题的否定

【例2】对于下列命题：

(1)所有的人都喝水，

(2)存在有理数 x，使 $x^2-2=0$；

(3)对所有实数 a，都有 $|a|\geq 0$.

上述命题属什么命题？试对上述命题进行否定.

【讲解】命题(1)的否定为："并非所有的人都喝水"，换言之，"有的人不喝水"命题否定后全称量词变为存在量词，"肯定"变为"否定".

命题(2)的否定为"并非存在有理数 x，使 $x^2-2=0$"，即对所有的有理数"x，$x^2-2\neq0$"命题否定后，存在量词变为全称量词，"肯定"变为"否定".

命题(3)的否定为："并非对所有的实数 a，都有 $|a|\geq0$"即"存在实数 a，使 $|a|<0$".

【探究发现】一般地："$\forall x\in M,P(x)$"的否定为"$\exists x\in M,\neg P(x)$"，"$\exists x\in M,P(x)$"的否定为"$\forall x\in M,\neg P(x)$". 对表面上不含有量词的命题的否定，应首先根据命题中所叙述的对象的特征，挖掘其隐含的量词，确定是全称命题还是特称命题.

【随堂巩固2】写出下列命题的否定：(1)所有质数都是奇数.

(2) $\exists x\in\mathbf{R},x^2-1=0$.

题型探究

题型一 判断命题的真假

【例1】写出下列命题的否定，并判断真假.

(1)所有的矩形都是平行四边形；(2)每一个素数都是奇数；

【解析】对于(1)来说，其否命题是："并非所有的矩形都是平行四边形"，也就是"存在一个矩形不是平行四边形"，它与"所有的矩形都不是平行四边形"有区别，前者是指"存在一个矩形不是平行四边形"，并不排除有其它的矩形是平行四边形的可能. 于是(1)存在一个矩形不是平行四边形；假命题；对于(2)来说，其否命题是：存在一个素数不是奇数；因为2既是素数，又是偶数，所以它是真命题.

【真知灼见】(1)要判断一个全称命题"$\forall x\in M,P(x)$"是真命题，需要对限定集合 M 中的每一个元素 x 证明 $p(x)$ 成立；如果在集合 M 中找到一个元素 x_0，使得 $p(x_0)$ 不成立，那么这个全称命题就是假命题(即通常所说的举出一个反例)；(2)要判定一个特称命题"$\exists x\in M,P(x)$"是真命题. 只要在限定的集合 M 中至少找到一个 $x=x_0$，使 $p(x_0)$ 成立即可；否则这一特称命题就是假命题.

【类题活用1】判断下列命题是全称命题还是特称命题，并判断其真假.

(1)对数函数都是单调函数；(2)至少有一个整数，它既能被2整除，又能被5整除；

(3) $\forall x\in\{x|x$ 是无理数$\}$，x^2 是无理数；(4) $\exists x\in\{x|x\in\mathbf{Z}\}$ $\log_2x>0$.

题型二 求命题中的参数

【例2】若 $r(x)$：$\sin x+\cos x>m$，$s(x)$：$x^2+mx+1>1$，如果对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，$r(x)$为假命题且 $s(x)$为真命题，求实数 m 的取值范围.

【解析】对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，$r(x)$为假命题，即对 $\forall x\in\mathbf{R}$，不等式 $\sin x+\cos x>m$ 恒不成立；而对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，$s(x)$为真命题，即对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，不等式 $x^2+mx+1>0$ 恒成立，从而求出相应的 m 的取值范围.

由于 $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$，所以如果对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，$r(x)$为假命题，即对 $\forall x\in\mathbf{R}$，不等式 $\sin x+\cos x>m$ 恒不成立，则 $m\geq\sqrt{2}$；

又对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，$s(x)$为真命题，即对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，不等式 $x^2+mx+1>0$ 恒成立，所以 $\Delta=m^2-4<0$，即 $-2<m<2$；

故对于 $\forall x\in\mathbf{R}$，$r(x)$为假命题且 $s(x)$为真命题，应有 $\sqrt{2}\leq m<2$.

【真知灼见】所谓全称量词，就是在命题中用来表示完全概括的逻辑用语，用符号 $\forall$ 表示，含有全称量词的命题叫做全称命题，全称命题可转化为恒成立或恒不成立问题；所谓的存在量词，就是用来表示部分概括的逻辑用语，用符号 $\exists$ 表示，含有存在量词的命题叫做特称命题，特称命题可转化为不恒成立问题.

【类题活用2】已知 $p(x)$：$x^2+2x-m>0$，如果 $p(1)$是假命题，$p(2)$是真命题，则实数 m 的取值范围是________.

§1.4 逻辑联结词"且""或""非"

课标导思

情景导思

生活中,我们要经常用到许多有自动控制功能的电器.例如,洗衣机在甩干时,如果"到达预定的时间"或"机盖被打开",就会停机.即当两个条件至少有一个满足时,就会停机.与此对应的电路,就叫或门电路.又如,电子保险门在"钥匙插入"且"密码正确"两个条件都满足时,才会开启.与此对应的电路,就叫与门电路.随着高科技的发展,诸多科学领域均离不开类似以上的逻辑问题.因此,我们有必要对简易逻辑加以研究.

课标要求:

1. 理解逻辑联结词"或"、"且"、"非"的含义,了解"或"、"且"、"非"的复合命题的构成.
2. 能熟练判断一些复合命题的真假性.
3. 通过逻辑联结词的学习,初步体会数学语言的严密性,准确性,并在今后数学学习和交流中,能够准确运用逻辑联结词.

自主探究

1. 逻辑联结词:在数学中,有时会使用一些联结词,如________.
2. "p且q"记作________;"p或q"记作________;"非p"记作________.
3. 命题$p\wedge q$,$p\vee q$和$\neg p$的真假判断
   (1)当p,q都是真命题时,$p\wedge q$为________;$p\vee q$为________;$\neg p$为________.
   (2)当p,q有一个是真命题时,$p\wedge q$为________;$p\vee q$为________.
   (3)当p,q都是假命题时,$p\wedge q$为________;$p\vee q$为________;$\neg p$为________.

上述语句可以描述为:对于$p\wedge q$而言"一假必假";对于$p\vee q$而言"一真必真";对于$\neg p$而言"真假相反".可以用下表来判断:(即真值表)

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

4. 对逻辑联结词"或""且""非"的理解
   (1)对于逻辑用语"或"的理解我们可以借助于集合中的________的概念:在$A\cup B=\{x|\in A$或$x\in B\}$中的"或"是指"$x\in A$"与"$x\in B$"中至少有一个成立,可以是"________且$x\notin B$",也可以是"________且$x\in B$",也可以是"________且$x\in B$",逻辑用语中的"或"与并集中的"或"的含义是一样的;
   (2)对"且"的理解,可以联想到集合中的________的概念:在$A\cap B=\{x|x\in A$且$x\in B\}$的"且"是指"$x\in A$"、"$x\in B$"都要满足的意思,即既要属于集合A,又要属于集合B,逻辑用语中的"且"与并集中的"且"的含义是一样的;
   (3)对"非"的理解,可以联想到集合中的________的概念:"非"有否定的意思,一个命题p经过使用逻辑联结词"非"构成一个复合命题"非p",当p为真时,非p为________,当p为假时,非p为________.若将命题p对应集合p,则命题非p就对应着集合p在全集U中的补集________.

课堂互动

互动一 逻辑联结词与复合命题的概念

【例1】分别指出下列复合命题的形式及构成它的简单命题:
(1)抛物线没有对称中心;
(2)728既能被7整除,又能被8整除;
(3)张小莉参加数学课外活动小组,或参加英语课外活动

小组.

【讲解】(1)为否定句，这个命题是非 p 的形式，其中 p：抛物线有对称中心.

(2)两者"同时满足"，故这个命题是"p 且 q"的形式，其中 p：728 能被 7 整除，q：728 能被 8 整除.

(3)含有逻辑联结词"或"，因此这个命题是："p 或 q"的形式，其中 p：张小莉参加数学课外活动小组；q：张小莉参加英语课外活动小组.

【探究发现】(1)"或"、"且"、"非"这些词叫做逻辑联结词；(2)不含有逻辑联结词的命题是简单命题；由简单命题和逻辑联结词"或"、"且"、"非"构成的命题是复合命题；(3)有些命题，没有明显的"或"，"且"，"非"这些逻辑联结词，需要"具体分析其内在含意"，方能判断.

【随堂巩固 1】(1)命题：方程 $x^2-1=0$ 的解是 $x=\pm1$，使用逻辑联结词的情况是　　(　　)

A. 没有使用逻辑联结词　　B. 使用逻辑联结词"且"

C. 使用逻辑联结词"或"　　D. 使用逻辑联结词"非"

(2)命题"$\sqrt{10}\geqslant\pi$"是由哪两个 p 与 q 构成的什么形式的复合命题？判定此命题的真假.

互动二　如何判断复合命题真假

【例 2】判断下列命题的构成形式及其真假：

(1)6 是自然数且是偶数；

(2)方程 $x^2-3x-4=0$ 的判别式大于或等于零.

【讲解】①先找出组成命题 $p\wedge q$ 及命题 $p\wedge q$ 的命题 p,q；②再通过命题 p,q 的真假，判断命题 $p\wedge q$ 及命题 $p\vee q$ 的真假.

(1)命题"6 是自然数且是偶数"是由命题 p：6 是自然数，和命题 q：6 是偶数，以"且"联结后构成的新命题，即 $p\wedge q$.

因为 p 是真命题，q 也是真命题，所以 $p\wedge q$ 是真命题，即"6 是自然数且是偶数"是真命题.

(2)命题"方程 $x^2-3x-4=0$ 的判别式大于或等于零"是由命题 p：方程 $x^2-3x-4=0$ 的判别式大于零，和命题 q：方程 $x^2-3x-4=0$ 的判别式等于零，以"或"联结后构成的新命题，即 $p\vee q$.

由于判别式 $\Delta=(-3)^2-4\times(-4)=25>0$，因此命题 p 是真命题，命题 q 是假命题，所以 $p\vee q$ 是真命题.

因此，方程 $x^2-3x-4=0$ 的判别式大于或等于零是真命题.

【探究发现】准确判断简单命题的真假，是判断复合命题真假的关键. 先分别判断 p、q 的真假，然后利用"真值表"作答. 对于 $p\wedge q$ 而言"一假必假"；对于 $p\vee q$ 而言"一真必真"；对于 $\neg p$ 而言"真假相反".

【随堂巩固 2】分别指出由下列各组命题构成的"p 或 q"，"p 且 q"，"非 p"命题的真假.

(1)p：正多边形有一个内切圆；q：正多边形有一个外接圆.

(2)p：线段中垂线上的点到线段的两端点等距离；q：角平分线上的点到角两边距离不相等.

(3)p：$1\in\{2,3\}$；q：$\{矩形\}\cap\{菱形\}=\{正方形\}$.

(4)p：正六边形的对角线都相等；q：凡是偶数都是 4 的倍数.

互动三　如何书写复合命题的非命题

【例 3】对于命题"$\triangle ABC$ 是直角三角形或等腰三角形".

(1)指出它是那种形式的复合命题，并说明构成它的简单命题.

(2)写出上述复合命题的否定.

【讲解】(1)"$\triangle ABC$ 是直角三角形或等腰三角形"是"p 或 q"的形式，其中：p：$\triangle ABC$ 是直角三角形；q：$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

(2)"p 或 q"的否定形式为"非 p"且"非 q"，故命题"$\triangle ABC$ 是直角三角形或等腰三角形"否定形式是："$\triangle ABC$ 既不是直角三角形又不是等腰三角形".

【探究发现】一般地，对复合命题的否定，有如下逻辑表达式：(1)非(p 或 q)$\cup$(非 p)且(非 q)；(2)非(p 且 q)$\cup$(非 p)或(非 q).

【随堂巩固 3】命题"菱形的对角线相等且互相平分"的否定是________.

题型探究

题型一　用联结词表示命题

【例 1】在一次模拟射击游戏中，小李连续射击了两次，设命题 p_1："第一次射击中靶"，命题 p_2："第二次射击中靶"，试用 p_1，p_2 及逻辑联结词"或""且""非"表示下列命题：

(1)两次射击均中靶；

(2)两次射击均未中靶；

(3)两次射击恰好有一次中靶；

(4)两次射击至少有一次中靶.

【解析】此题目是判断复合命题的形式，仔细分析命题的构成是解决此类题目的关键.

(1)因为"两次射击均中靶"的意思是"第一次中靶"、"第二次中靶"同时发生了，所以需用逻辑联结词"且"，应为："p_1 且 p_2"；

(2)"两次射击均未中靶"说明"第一次射击中靶"这件事情没有发生，也就是 $\neg p_1$ 发生了，且"第二次射击中靶"这件事情也没有发生，也就是 $\neg p_2$ 发生了，并且是 $\neg p_1$ 与 $\neg p_2$ 同时发生的，故用逻辑联结词联结应为："$\neg p_1$ 且 $\neg p_2$"；

(3)"两次射击恰好有一次中靶"有可能是"第一次中靶而第二次未中"，即"p_1 且 $\neg p_2$"；也有可能是"第一次未中，而第二次射中"即"$\neg p_1$ 且 p_2"；从而原命题用逻辑联结词联结应为："p_1 且 $\neg p_2$，或 $\neg p_1$ 且 p_2"；

(4)"两次射击至少有一次中靶"即"第一次射中"或"第二次射中"应为"p_1 或 p_2".

【真知灼见】逻辑联结词是用来联结命题的，利用逻辑联结词可以将几个简单命题组合成较为复杂的命题.

【类题活用 1】写出由下述各命题构成的"p 或 q"，"p 且 q"，"非 p"形式的复合命题，并指出所构成的这些复合命题的真假.

(1)p：9 是 144 的约数，q：9 是 225 的约数.

(2)p：方程 $x^2-1=0$ 的解是 $x=1$，q：方程 $x^2-1=0$ 的解是 $x=-1$，