

广州市中学课本

# 数 学

SHUXUE

初 中 三 年 级

# 第一章 指数和常用对数

## 第一节 指数概念的推广

我们知道，正整数指数幂的运算规律有：

- (1) 同底数的幂相乘  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ;
- (2) 同底数的幂相除  $a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m > n)$ ;
- (3) 幂的乘方  $(a^m)^n = a^{mn}$ ;
- (4) 积的乘方  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ;
- (5) 商的乘方  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} (b \neq 0)$ .

上述运算规律中的  $m$  和  $n$  都限于正整数，而运算规律 (2) 的  $m$  和  $n$  还受到  $m > n$  的限制，但在实际中，我们还会遇到指数  $m$  和  $n$  不合乎上述限制的情况。为了解决这样的矛盾，就要把正整数指数幂的概念进行推广。

### 1.1 零指数

我们知道：

$$a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = 1 (a \neq 0),$$

如果去掉正整数指数幂的运算规律 (2) 中  $m > n$  的限制，那么，

$$a^3 \div a^3 = a^{3-3} = a^0 (a \neq 0).$$

这就出现了零指数。

比较上面两式，我们规定：

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0).$$

即不等于零的数的零次幂等于1。

例如  $3^0 = 1$ ； $\left(-\frac{4}{5}\right)^0 = 1$ ； $(a\sqrt{2})^0 = 1 (a \neq 0)$ 。

注意：零的零次幂没有意义。

例1：计算下列各式：

(1)  $2^5 \div 2^5$ ； (2)  $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5^5}{3^4}$ 。

解：(1)  $2^5 \div 2^5 = 2^{5-5} = 2^0 = 1$ ；

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{2^5 \times 3^4 \times 5^5}{3^4} &= (2 \times 5)^5 \times 3^{4-4} \\ &= 10^5 \times 3^0 \\ &= 100000. \end{aligned}$$

例2：计算  $\frac{1 + 1.5^2 \times 4^2 - (\sqrt{3})^0}{0.2^2}$ 。

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad \frac{1 + 1.5^2 \times 4^2 - (\sqrt{3})^0}{0.2^2} &= \frac{1 + (1.5 \times 4)^2 - 1}{0.2^2} \\ &= \frac{6^2}{0.2^2} \\ &= \left(\frac{60}{2}\right)^2 \\ &= 30^2 \\ &= 900. \end{aligned}$$

## 练 习 一

1. 计算下列各式:

$$(1) 3.4^7 + 3.4^7; \quad (2) (5^2 \times 4)^2 + (2^3 \times 5^4);$$

$$(3) \frac{1.5^2 \times 2.3^2 \times 2^2}{2.3^2}.$$

2. 计算下列各式:

$$(1) 3.2^2 \div 1.6^2 - (\sqrt{3})^0; \quad (2) |-5.3| - |5.3|^0;$$

$$(3) \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 2^3 \times (-4)^0 - \frac{3}{4}}{(-2)^0 + 2^2};$$

$$(4) \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^5 \times \left(\frac{2a}{b}\right)^5 \div \left(\frac{a}{2b}\right)^0}{2^{18} \times \left[2 \times \left(\frac{a}{b}\right)^0 - \left(\frac{a}{b}\right)^0\right]}.$$

3. (1) 把10000000写成 $10^n$ 的形式;

(2) 光速为每秒300000公里,即每秒300000000米。试把这两个数写成 $3 \times 10^n$ 的形式;

(3) 地球的质量约是59800000000000亿吨。试把这个数写成 $5.98 \times 10^n$ 的形式。

### 1.2 负整数指数

我们知道:

$$a^3 \div a^5 = \frac{a^3}{a^5} = \frac{1}{a^2} (a \neq 0),$$

如果去掉正整数指数幂的运算规律(2)中 $m > n$ 的限制,那么,

$$a^3 + a^5 = a^{3-5} = a^{-2} (a \neq 0).$$

这就出现了负整数指数。

比较上面两式，我们规定：

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2} (a \neq 0).$$

一般地，当  $a \neq 0$ ， $m$  是正整数时，我们规定：

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} (a \neq 0, m \text{ 是正整数}).$$

即不等于零的数的负整数  $(-m)$  次幂，等于这个数的正整数  $(m)$  次幂的倒数。

$$\text{例如 } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}, \quad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8},$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a} (a \neq 0), \quad a^{-7} = \frac{1}{a^7} (a \neq 0).$$

注意：零的负整数次幂没有意义。

例 1： 用小数表示下列各数：

$$(1) 10^{-1}, (2) 10^{-2}, (3) 10^{-3}.$$

$$\text{解： } (1) 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1,$$

$$(2) 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0.01,$$

$$(3) 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0.001.$$

由例 1 可知， $10^{-n} = \underbrace{0.00 \dots 01}_{n \text{ 个 } 0} (n \text{ 是正整数}).$

例 2：氢原子的直径约是 0.00000001 厘米，氢原子的质



和二次方根的概念相似，如果  $x^n = a$  ( $n$  是正整数)，那么  $x$  叫做  $a$  的  $n$  次方根。求  $a$  的  $n$  次方根的运算叫做把  $a$  开  $n$  次方。例如： $(\pm 3)^4 = 81$ ， $\pm 3$  就叫做 81 的 4 次方根，记为  $\pm \sqrt[4]{81} = \pm 3$ ； $2^5 = 32$ ，2 就叫做 32 的 5 次方根，记为  $\sqrt[5]{32} = 2$ 。

一般地，任意实数  $a$  的奇次方根只有一个实数，可用符号  $\sqrt[n]{a}$  表示；任意正数的偶次方根是绝对值相等、符号相反的两个实数，可用符号  $\pm \sqrt[n]{a}$  表示；零的奇次和偶次方根都为零。

我们把正数  $a$  的正的  $n$  次方根叫做  $a$  的  $n$  次算术根，记为  $\sqrt[n]{a}$  ( $a \geq 0$ )，零的  $n$  次算术根是零。

当式子  $\sqrt[n]{a}$  在实数范围内有意义时，我们把它叫做  $n$  次根式。

很明显，当  $a \geq 0$  时，有

$$(1) \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a \quad (n \text{ 为正整数})$$

$$(2) \sqrt[n]{a^n} = a \quad (n \text{ 为正整数})$$

例 1：求下列各式的值：

$$(1) \left(\sqrt[3]{2}\right)^3; \quad (2) \left(\sqrt[4]{0.5}\right)^4; \quad (3) \sqrt[4]{3^4};$$

$$(4) \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5}; \quad (5) \sqrt[3]{7^6}; \quad (6) \left(\sqrt[5]{0.1}\right)^{10}.$$

解：(1)  $\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 = 2;$

$$(2) \left( \sqrt[4]{0.5} \right)^4 = 0.5,$$

$$(3) \sqrt[4]{3^4} = 3,$$

$$(4) \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{2},$$

$$(5) \sqrt[8]{7^8} = \sqrt[3]{(7^2)^3} = 7^2 = 49,$$

$$(6) \left( \sqrt[5]{0.1} \right)^{10} = \left[ \left( \sqrt[5]{0.1} \right)^5 \right]^2 = 0.1^2 = 0.01.$$

从例 1 (5)、(6) 可以看到, 根式  $\sqrt[n]{a^m}$  或  $(\sqrt[n]{a})^m$ , 当  $m$  是  $n$  的整数倍时, 便有

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}} (a \geq 0).$$

例如  $\sqrt[3]{3^9} = 3^{\frac{9}{3}} = 3^3 = 27,$

$$\left( \sqrt[4]{\frac{2}{3}} \right)^8 = \left( \frac{2}{3} \right)^{\frac{8}{4}} = \left( \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9},$$

$$\sqrt[3]{0.06^6} = 0.06^{\frac{6}{3}} = 0.06^2 = 0.0036.$$

这样, 当指数  $m$  是根指数  $n$  的整数倍时, 我们可以把开方运算与乘方运算都转化为幂的运算, 换句话说, 开方运算与乘方运算可以用幂的形式统一起来, 为了使这种转化在指数  $m$  不是根指数  $n$  的整数倍时也能进行, 我们规定:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a \geq 0, m, n \text{ 是正整数}),$$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a > 0, m, n \text{ 是正整数}).$$

即正数的正分数 $\left(\frac{m}{n}\right)$ 次幂等于这个正数的 $m$ 次幂的 $n$ 次算术根；正数的负分数 $\left(-\frac{m}{n}\right)$ 次幂等于这个正数的正分数 $\left(\frac{m}{n}\right)$ 次幂的倒数；零的正分数次幂是零。

注意：零的负分数次幂没有意义。

$$\text{例如：} 2^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5]{8}, \quad 3^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}, \quad 0^{\frac{3}{7}} = 0.$$

例2：用分数指数幂表示下列各根式：

$$(1) \sqrt[3]{5}, (2) \sqrt[5]{2^3}, (3) \frac{1}{\sqrt[4]{2}}, (4) \frac{2}{\sqrt[3]{\frac{8}{9}}}.$$

$$\text{解：} (1) \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}},$$

$$(2) \sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}},$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{4}}} = 2^{-\frac{1}{4}},$$

$$\begin{aligned} (4) \frac{2}{\sqrt[3]{\frac{8}{9}}} &= \frac{2}{\left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{1}{3}}} = 2 \times \left(\frac{8}{9}\right)^{-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{2 \times 9^{\frac{1}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}} = 9^{\frac{1}{3}}. \end{aligned}$$

$$\text{或 } \frac{2}{\sqrt{\frac{8}{9}}} = \frac{2}{\left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{\frac{2}{9^{\frac{1}{2}}}} = 9^{\frac{1}{2}}.$$

### 练 习 三

1. 计算下列根式的值:

$$\sqrt[3]{27}; \sqrt[4]{16}; \sqrt[5]{-32}; \sqrt[3]{-64}; \sqrt[4]{81}; \sqrt[3]{0.001}.$$

2. 化简下列各根式(式中 $a > 0$ ):

$$(\sqrt[5]{a})^5; \sqrt[3]{a^3}; (\sqrt[3]{a})^6; \sqrt[3]{a^{12}};$$

$$(\sqrt[3]{a^2})^3; (\sqrt{a^5})^2; \sqrt[3]{(4a)^{14}}.$$

3. 把下列根式写成分数指数幂的形式:

$$\sqrt{7^3}; -\sqrt[3]{2^2}; \frac{1}{\sqrt[4]{5}}; -\frac{1}{\sqrt[3]{4}};$$

$$\sqrt[4]{(a+b)^3} \quad (a+b > 0).$$

4. 把下列分数指数幂写成根式后化简:

$$100^{\frac{1}{2}}; 10^{-\frac{1}{2}}; \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}};$$

$$\left(\frac{9}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}; 27^{-\frac{2}{3}}; (0.064)^{-\frac{2}{3}}.$$

### 1.4 有理数指数幂的运算

规定了零指数幂、负整数指数幂和分数指数幂的意义后,就把正整数指数概念推广到有理数指数概念.同时,关于幂的运算规律就可以取消对指数的限制.也就是说,正整数指数幂的运算规律对于有理数指数幂同样适用.

在有理数指数幂的意义下,幂和根式可以相互转化,乘

法和除法，乘方和开方都可以在幂的形式下统一起来。至于用幂来运算，就更进步得多了。计算方法的一切固定的差别都消失了，一切都可以用相反的形式表示出来。

例1：化简下列各式：

$$(1) \frac{a^2bx^3y \cdot abx^2}{a^3x^4}; \quad (2) \frac{(a^{2n}b^m)^2}{b^{2m}}.$$

$$\begin{aligned} \text{解：} (1) \frac{a^2bx^3y \cdot abx^2}{a^3x^4} &= a^{2+1-3} b^{1+1} x^{3+2-4} y \\ &= a^0 b^2 xy = b^2 xy, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \frac{(a^{2n}b^m)^2}{b^{2m}} &= \frac{a^{4n}b^{2m}}{b^{2m}} = a^{4n} b^{2m-2m} \\ &= a^{4n}. \end{aligned}$$

例2：计算下列各题：

$$(1) 0.8^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times 5^{-2},$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} + 2 \times 0.02^0 - \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^0.$$

$$\begin{aligned} \text{解：} (1) 0.8^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times 5^{-2} \\ &= \left(\frac{8}{10}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times 5^{-2} = \frac{10}{8} + 1^{-2} \\ &= 1\frac{1}{4} + 1 = 2\frac{1}{4}, \\ (2) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} + 2 \times 0.02^0 - \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^0 \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{9}{2} + 2 - 1 = \frac{1}{9} \times \frac{9}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

对于根式的简化和运算，一般可以先将根式化为分数指数幂，利用幂来运算，当化简后还含分数指数幂，就用根式表示。

例 3：计算：

$$(1) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}, \quad (2) \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x}}$$

$$\text{解：}(1) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$$

$$= 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

$$= 2^{\frac{6+4+3}{12}} = 2^{\frac{13}{12}}$$

$$= 2^{1 + \frac{1}{12}} = 2 \times 2^{\frac{1}{12}}$$

$$= 2\sqrt[12]{2};$$

$$(2) \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x}} = \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{5}}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}}$$

$$= x^{\frac{6+9-4-2}{12}} = x^{\frac{9}{12}} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}.$$

例 4：化简：

$$(1) 2a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} a^{-\frac{4}{3}} b^{\frac{1}{4}} \div (-2ab^{-\frac{3}{4}});$$

$$(2) \sqrt{\frac{3}{a^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{27y^6}{x^{12}}}.$$

$$\text{解：}(1) 2a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} a^{-\frac{4}{3}} b^{\frac{1}{4}} \div (-2ab^{-\frac{3}{4}})$$

$$= -2^{1-1-1} a^{\frac{2}{3}-\frac{4}{3}-1} b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-(-\frac{3}{4})}$$

$$= -\frac{1}{2} a^{-\frac{5}{3}} b^{\frac{3}{2}};$$

$$(2) \sqrt{\frac{3}{a^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{27y^6}{x^{12}}} = \left[ 3 a^{-2} (27 x^{-12} y^6)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 3^{\frac{1}{2}} a^{-2 \times \frac{1}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} x^{-12 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} y^{6 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}$$

$$= 3 a^{-1} x^{-2} y$$

$$= \frac{3y}{ax^2}.$$

顺便指出，如果  $a > 0$ ， $\alpha$  是一个无理数，那么  $a^\alpha$  就是无理数指数幂，它也是一个实数。

例如  $10^{\sqrt{2}}$ ， $3^\pi$  都分别是一个实数。

如果分别取  $\sqrt{2}$  的不足近似值 1、1.4、1.41、……作指数，那么

$$10 < 10^{1.4} < 10^{1.41} < \dots < 10^{\sqrt{2}}.$$

如果分别取  $\sqrt{2}$  的过剩近似值 2、1.5、1.42、……作指数，那么

$$10^{\sqrt{2}} < \dots < 10^{1.42} < 10^{1.5} < 100.$$

所以，实数  $10^{\sqrt{2}}$  大于所有以 10 为底以  $\sqrt{2}$  的不足近似值为指数的幂而小于所有以 10 为底以  $\sqrt{2}$  的过剩近似值为指

数的幂。

同理

$$3^3 < 3^{3.1} < 3^{3.14} < \dots < 3^\pi < \dots < 3^{3.15} < 3^{3.2} < 3^4.$$

所以，实数  $3^\pi$  大于所有以 3 为底，以  $\pi$  的不足近似值为指数的幂而小于所有以 3 为底，以  $\pi$  的过剩近似值为指数的幂。

有理数指数幂的运算规律同样适用于无理数指数幂。这样，我们就把指数概念推广到全体实数。

## 练 习 四

1. 化简：

$$(1) \frac{a^3 b^2 c x \cdot a b x^3 y^5}{b^3 x^2 y^3}, \quad (2) \frac{x^{4n} \cdot y^{6n}}{x^{2n}},$$

$$(3) (a^2 x)^m \cdot (b y^2)^m + a^{2m} b^m x^m y^{2m},$$

$$(4) (a^{-2} b)^2 \cdot (a b^{-1})^2,$$

$$(5) (-2a^2 b^{-1})^{-2} + (a^{-4} b^2)^{-2}.$$

2. 计算：

$$(1) \frac{10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4}{10^3},$$

$$(2) \frac{2\pi \times 1000 \times 10^3 \times 0.1 \times 0.001}{2 \times 50},$$

$$(3) \left(1 \frac{2}{3}\right)^{-1} + 0.1^{-2} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-2},$$

$$(4) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2,$$

$$(5) \quad |-10^2| - |10|^2 \times 10^{-3} + |-10|^0.$$

3. 化简:

$$(1) \quad 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{9},$$

$$(2) \quad (0.00001)^{\frac{3}{5}},$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x^2 \cdot \sqrt[6]{x}},$$

$$(4) \quad 3^{\frac{4}{3}} \cdot 9^2 \cdot 3^{-\frac{3}{2}},$$

$$(5) \quad 2^{-1} \cdot 64^{\frac{2}{3}},$$

$$(6) \quad a^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{4}} \cdot ab^{\frac{1}{2}},$$

$$(7) \quad a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \div a^{\frac{1}{2}},$$

$$(8) \quad \frac{-5a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}}{35a^{-\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}},$$

$$(9) \quad x \cdot \sqrt{3x} \cdot \sqrt[4]{3x} \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{3x^3},$$

$$(10) \quad (\sqrt[4]{8} - 6\sqrt[3]{2}) \div \sqrt{2}.$$

4. (1) 已知  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ;

求  $\left[ a^{-\frac{3}{2}} b (ab^{-2})^{-\frac{1}{2}} \cdot (a^{-1})^{-\frac{2}{3}} \right]^3$  的值;

(2) 已知  $x = (2 + \sqrt{3})^{-1}$ ,  $y = (2 - \sqrt{3})^{-1}$ ,

求  $(x+1)^{-1} + (y+1)^{-1}$  的值.

## 习 题 一

1. (1) 把下列各数写成  $A \times 10^n$  ( $1 \leq A < 10$ ,  $n$  为整数) 的形式:

0.00785; 0.0000516; 0.00075; 30401000000.

- (2) 把下列各数写成  $A \times 10^n$  ( $1 \leq |A| < 10$ ,  $n$  为整数) 的形式:

-4300; -537.8; -0.00023; -0.000000098.

2. 把下列根式写成分数指数幂的形式:

$$\sqrt[4]{a^3}, \sqrt[3]{a^5}, \sqrt[3]{x^2y}, \sqrt[3]{5ax^3y^2}, \frac{1}{\sqrt[3]{ab^2}}, \sqrt[3]{\frac{xy^2}{a^2b}}.$$

3. 计算:

$$(1) \left(2\frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + 0.1^{-2} + \left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}},$$

$$(2) \frac{\sqrt[3]{3^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}}{(\sqrt{3}-1)^2},$$

$$(3) \left[ (4^{-\frac{3}{2}} \times 2^2)^{-1} \cdot (4 \times 2^{-3})^{\frac{1}{2}} \cdot (2^{\frac{1}{2}})^7 \right]^{\frac{1}{3}},$$

$$(4) \left[ (0.64)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times 5^{-2} \right] \\ + \left[ \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} \times \left(\frac{3}{8}\right)^{-2} \right],$$

$$(5) \left[ \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^4} \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} + 2\sqrt[3]{0.02^0} \right]$$

$$\times \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt[8]{\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}},$$

$$(6) \left[ 125^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 343^{\frac{1}{3}} \right]^{0.5}$$

$$\times \left[ \left(\frac{4}{9}\right)^{0.5} + (-5.6)^0 - \left(2\frac{10}{27}\right)^{\frac{2}{3}} + 0.125^{-\frac{1}{3}} \right].$$

4. 解放前，贫农王大叔被逼向地主借谷 100 斤，年利率是 100%，并且利上滚利，借谷后无法交还，问三年后地主逼王大叔交多少阎王债？以后每隔半年地主来逼债一次，问三年半后，四年后，四年半后的阎王债各为多少？

## 第二节 常用对数

### 1.5 对数的概念

大港油田1975年的原油产量相当于1970年的 4.5 倍。下面来求大港油田在1970年到1975年间原油产量的每年平均增长率。

设大港油田在1970年到1975年间原油产量的每年平均增长率为  $x$ ，那么，1971年的产量为1970年的产量的  $(1+x)$  倍，1972年的产量为1970年的产量的  $(1+x)(1+x)$  倍，即  $(1+x)^2$  倍，……1975年的产量为1970年的  $(1+x)^5$  倍，这样，便可列出方程：

$$(1+x)^5 = 4.5.$$

两边开 5 次方，得

$$1+x = \sqrt[5]{4.5},$$