



21世纪全国高等教育应用型精品课规划教材

# 应用力学

Yingyong Lixue

◇主 编 闫 华 巴斯德 王 茜 孟凡成  
◇副主编 马骊歌 张玉华  
◇主 审 朱伟民

 北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

21 世纪全国高等教育应用型精品课规划教材

# 应 用 力 学

主 编 闫 华 巴斯德 王 茜 孟凡成  
副主编 马骊歌 张玉华  
参 编 王雨楠 吕永鹏  
主 审 朱伟民



 北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书内容包含了教育部对高等教育力学课程教学基本要求的全部内容。

本书可作为高等院校学校土建类各专业的应用力学课程的教学和自学辅导用书,也可作为教师及有关工程技术人员参考书。

版权专有 侵权必究

---

### 图书在版编目(CIP)数据

应用力学:配习题指导/闫华等主编. —北京:北京理工大学出版社, 2010.2

ISBN 978 - 7 - 5640 - 2994 - 4

I. ①应… II. ①闫… III. ①应用力学 - 教材 IV. ①O39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 010100 号

---

---

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 保定市中华美凯印刷有限公司

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 23.75

字 数 / 557 千字

版 次 / 2010 年 2 月第 1 版 2010 年 2 月第 1 次印刷

印 数 / 1 ~ 2000 册

定 价 / 39.00 元

责任校对 / 陈玉梅

责任印制 / 边心超

---

图书出现印装质量问题,本社负责调换

# 前 言

应用力学是土建类专业的一门重要的技术基础课。为充分体现教育部对高校人才培养方案的要求,本书在内容编写方面力求突出高等院校的特点,对部分内容进行了整合,加强了基础理论的应用性,并注重实践能力、分析问题和解决问题能力的培养。本教材内容力求做到清晰、简练,避免不必要的烦琐论证和叙述,将静力学、材料力学和结构力学的内容有机地融合在一起,形成了简练而又相对完整的教学体系。

本教材的内容包括:应用力学概述、静力学基础、平面体系的几何组成分析、力矩和平面力偶系、平面力系的合成与平衡、空间力系与重心、轴向拉伸与压缩、剪切和圆轴扭转的实用计算、截面的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、组合变形、压杆稳定、静定结构的内力分析、静定结构的位移计算、影响线及其应用、力法、位移法及力矩分配法共计 18 章。

本教材还配有《应用力学学习指导》,供教师和学生选用。

其中第 2 章、第 4 章、第 5 章由张玉华编写;第 6 章、第 7 章、第 8 章由马骊歌编写;第 3 章、第 9 章由王茜编写;第 10 章、第 11 章由巴斯德编写;第 12 章、第 13 章由闫华编写;第 1 章、第 15 章由孟凡成编写;第 16 章、第 17 章、第 18 章由王雨楠编写;第 14 章由吕永鹏编写。

本书由吉林大学朱伟民教授审阅,并对此提出了很好的建议和意见,特此致谢。

由于编者水平有限,加之编写时间仓促,书中难免存在不妥之处,敬请广大读者及同行批评指正。

编 者

# 目 录

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 第 1 章 应用力学概述.....        | 1  |
| 1.1 应用力学的研究内容.....       | 1  |
| 1.2 刚体、变形固体及其基本假设.....   | 4  |
| 1.3 荷载及其分类.....          | 5  |
| 第 2 章 静力学基础.....         | 7  |
| 2.1 静力学的基本概念.....        | 7  |
| 2.2 静力学基本公理.....         | 8  |
| 2.3 约束与约束反力.....         | 10 |
| 2.4 结构的计算简图.....         | 13 |
| 2.5 受力图.....             | 16 |
| 第 3 章 平面体系的几何组成分析.....   | 20 |
| 3.1 概述.....              | 20 |
| 3.2 平面体系的计算自由度.....      | 22 |
| 3.3 几何不变体系的简单组成规则.....   | 24 |
| 3.4 体系的几何组成分析.....       | 27 |
| 第 4 章 力矩和平面力偶系.....      | 29 |
| 4.1 力对点的矩.....           | 29 |
| 4.2 力偶的概念及性质.....        | 30 |
| 4.3 平面力偶系的合成与平衡.....     | 32 |
| 第 5 章 平面力系的合成与平衡.....    | 35 |
| 5.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法..... | 35 |
| 5.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法..... | 36 |
| 5.3 平面任意力系的简化及结果分析.....  | 40 |
| 5.4 平面任意力系的平衡条件及其应用..... | 44 |
| 5.5 物体系统的平衡、静定与超静定.....  | 48 |
| 第 6 章 空间力系与重心.....       | 53 |
| 6.1 力在空间直角坐标轴上的投影.....   | 53 |
| 6.2 力对轴的矩.....           | 55 |
| 6.3 空间力系的平衡方程.....       | 57 |
| 6.4 物体的重心.....           | 59 |
| 第 7 章 轴向拉伸与压缩.....       | 64 |
| 7.1 轴向拉（压）杆的内力与内力图.....  | 64 |
| 7.2 轴向拉（压）杆横截面上的正应力..... | 68 |

|             |                     |            |
|-------------|---------------------|------------|
| 7.3         | 轴向拉(压)杆的变形计算        | 72         |
| 7.4         | 材料在轴向拉伸和压缩时的力学性能    | 74         |
| 7.5         | 许用应力与安全系数           | 78         |
| 7.6         | 轴向拉(压)杆的强度计算        | 78         |
| <b>第8章</b>  | <b>剪切和圆轴扭转的实用计算</b> | <b>81</b>  |
| 8.1         | 剪切和挤压的实用计算          | 81         |
| 8.2         | 剪切虎克定律与剪应力互等定理      | 83         |
| 8.3         | 扭转的概念               | 84         |
| 8.4         | 圆轴扭转时的内力            | 85         |
| 8.5         | 扭转强度计算              | 87         |
| 8.6         | 圆轴扭转时的变形及刚度条件       | 90         |
| <b>第9章</b>  | <b>截面的几何性质</b>      | <b>92</b>  |
| 9.1         | 静矩和形心               | 92         |
| 9.2         | 惯性矩、极惯性矩和惯性积        | 93         |
| 9.3         | 惯性矩的平行移轴公式          | 98         |
| 9.4         | 形心主惯性轴和形心主惯性矩的概念    | 101        |
| <b>第10章</b> | <b>弯曲内力</b>         | <b>103</b> |
| 10.1        | 概述                  | 103        |
| 10.2        | 梁的内力                | 104        |
| 10.3        | 梁的内力图               | 109        |
| 10.4        | 弯矩、剪力与荷载集度的微分关系     | 112        |
| 10.5        | 叠加法画弯矩图             | 117        |
| <b>第11章</b> | <b>弯曲应力</b>         | <b>119</b> |
| 11.1        | 纯弯曲梁横截面上的正应力        | 119        |
| 11.2        | 梁的正应力强度条件           | 124        |
| 11.3        | 梁的剪应力强度条件           | 127        |
| 11.4        | 提高梁弯曲强度的途径          | 131        |
| 11.5        | 梁的主应力和强度理论          | 134        |
| <b>第12章</b> | <b>组合变形</b>         | <b>141</b> |
| 12.1        | 概述                  | 141        |
| 12.2        | 斜弯曲                 | 142        |
| 12.3        | 偏心压缩(拉伸)            | 146        |
| <b>第13章</b> | <b>压杆稳定</b>         | <b>155</b> |
| 13.1        | 压杆稳定的概念             | 155        |
| 13.2        | 细长压杆临界力的欧拉公式        | 156        |
| 13.3        | 中长压杆的临界应力计算         | 159        |
| 13.4        | 压杆的稳定计算             | 160        |
| 13.5        | 提高压杆稳定性的措施          | 163        |

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 第 14 章 静定结构的内力分析          | 165 |
| 14.1 多跨静定梁                | 165 |
| 14.2 静定平面刚架               | 169 |
| 14.3 三铰拱                  | 175 |
| 14.4 静定平面桁架               | 182 |
| 14.5 组合结构                 | 188 |
| 第 15 章 静定结构的位移计算          | 191 |
| 15.1 概述                   | 191 |
| 15.2 虚功原理和位移计算的一般公式       | 192 |
| 15.3 静定结构在荷载作用下的位移计算      | 195 |
| 15.4 图乘法                  | 199 |
| 15.5 温度改变和支座移动引起的位移       | 204 |
| 15.6 弹性结构的互等定理            | 208 |
| 15.7 梁的刚度及提高弯曲刚度的措施       | 210 |
| 第 16 章 影响线及其应用            | 213 |
| 16.1 概述                   | 213 |
| 16.2 单跨静定梁的影响线            | 215 |
| 16.3 多跨静定梁的反力内力影响线        | 221 |
| 16.4 影响线的应用               | 222 |
| 16.5 简支梁的绝对最大弯矩和简支梁的内力包络图 | 231 |
| 第 17 章 力法                 | 235 |
| 17.1 超静定结构概述              | 235 |
| 17.2 力法原理及力法典型方程          | 238 |
| 17.3 力法计算步骤和示例            | 241 |
| 17.4 对称性的利用               | 248 |
| 17.5 弹性中心法计算对称无铰拱         | 254 |
| 第 18 章 位移法及力矩分配法          | 260 |
| 18.1 位移法的基本原理             | 260 |
| 18.2 位移法的基本未知量            | 261 |
| 18.3 等截面直杆的转角位移方程         | 263 |
| 18.4 力矩分配法                | 270 |
| 附录 型钢规格表                  | 276 |
| 参考文献                      | 288 |



# 第1章 应用力学概述

## 1.1 应用力学的研究内容

### 1.1.1 应用力学的研究对象

应用力学是一门紧密联系工程实际的技术基础课。主要包括静力学、材料力学和结构力学三大部分。

静力学主要研究力系的简化及物体在力系作用下的平衡规律。材料力学主要研究构件在外力作用下的强度、刚度和稳定性等的基本理论和计算方法。结构力学研究杆件结构强度、刚度、稳定性和合理组成的规律。这些理论将为工程的结构设计及解决工程实际问题提供必要的基本力学知识和计算方法，为今后学习专业课打下基础。

应用力学的研究对象是工程中的构件和杆件结构及结构强度、刚度、稳定性、合理组成问题。应用力学的内容十分丰富且涉及面广，本书重点讨论杆件及杆件结构。

### 1.1.2 应用力学的主要任务

应用力学研究结构和构件的强度、刚度和稳定性等问题，为结构设计提供了计算理论和方法，以解决安全适用与经济合理之间的矛盾。当荷载达到某一数值时，构件或结构就可能发生破坏（如吊索被拉断、钢梁断裂等）。如果构件或结构的变形过大，还会影响其正常工作。如楼板梁变形过大时，下面的抹灰层就会开裂、脱落；机床主轴变形过大时，将影响机床的加工精度等。此外，对于受压的细长直杆，两端的压力增大到某一数值后，杆会突然变弯，不能保持原状，这种现象称为失稳。

在工程中，为了保证每一个构件和结构始终能够正常工作而不致失效，在使用过程中，要求构件和结构的材料不发生破坏，即具有足够的强度（强度：构件抵抗破坏的能力）；要求构件和结构的变形在工程允许的范围内，即具有足够的刚度（刚度：构件抵抗变形的能力）；要求构件和结构维持其原有的平衡形式，即具有足够的稳定性（稳定性：构件保持直线平衡状态不变的能力）。

结构或构件的强度、刚度和稳定性与其本身截面的几何形状和尺寸、所用材料、受力情况、工作环境以及构造情况等有密切的关系。在结构和构件的设计中，首先要保证其具有足够的强度、刚度和稳定性。同时，还要尽可能地选用合适的材料和尽可能地少用材料，以节省资金或减轻自重，达到既安全、实用又经济的目的。

可见，为了使结构和构件能够安全正常地工作，必须为结构中的各个杆件确定出在技术和经济上都合理的断面形状、尺寸及材料，并使它们的几何组成合理，只有这样才有可能使整个结构安全正常地工作。本书将对杆件的强度、刚度和稳定性等方面的内容进行详细介绍，并讨论产生破坏的原因，为合理选择截面及材料提供必要的理论基础和计算方法。



综上所述,应用力学的主要任务是:研究结构的合理组成及材料在荷载作用下的力学性能以及结构和构件的承载能力,为结构和构件的设计提供必要的理论基础和计算方法。

### 1.1.3 结构及其分类

#### 1. 结构

结构是建筑物中由若干构件组成并用来支承荷载起骨架作用的部分,它是由若干构件按一定规律组合而成的。如工业厂房的基础、柱、屋架(梁)通过相互连接而构成厂房的骨架;公路与铁路工程中的桥梁以及挡土墙、水坝等,都是结构的实际例子。

#### 2. 结构的分类

结构按其几何特征可分为三大类。

(1) 杆件结构。由杆件组成的结构称为杆件结构。杆件的几何特征是它的截面尺寸远小于长度。梁、刚架、桁架都是杆件结构,分别如图 1-1 (a)、(b)、(c) 所示。

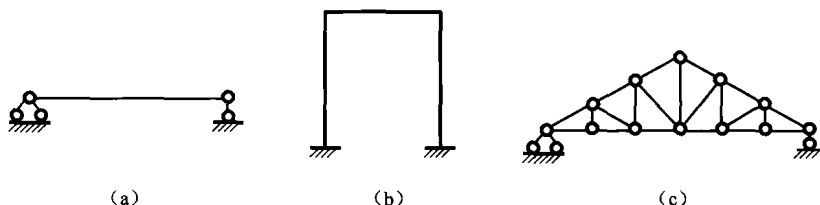


图 1-1 杆件结构

(a) 梁; (b) 刚架; (c) 桁架

(2) 薄壁板壳结构。由薄板或薄壳组成的结构称为薄壁板壳结构,分别如图 1-2 (a) 和 (b) 所示。薄壁板壳结构的几何特征是它的厚度远小于另两个方向尺寸。



图 1-2 薄壁板壳结构

(a) 薄板; (b) 薄壳

(3) 实体结构。长、宽、高三个方向的尺寸为同一量级的结构称为实体结构。例如桥墩、桥台、挡土墙等(如图 1-3 所示)。

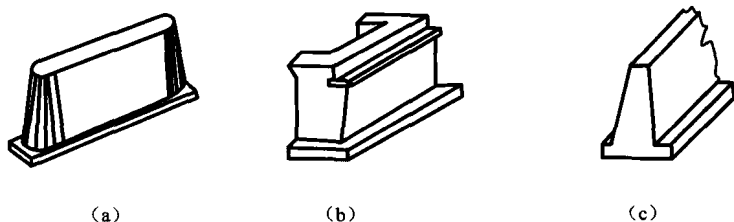


图 1-3 实体结构

(a) 桥墩; (b) 桥台; (c) 挡土墙

杆件结构可分为平面杆件结构和空间杆件结构两类。若组成结构的所有杆件的轴线和荷载都位于同一平面内,称为平面杆件结构,否则称为空间杆件结构。

平面杆件结构按其受力特性可分为以下几种。

① 梁。梁是一种以弯曲变形为主的构件,其轴线通常为直线。梁分为单跨梁(如图1-4(a)、(b)所示)和多跨梁(如图1-4(c)、(d)所示)两种。

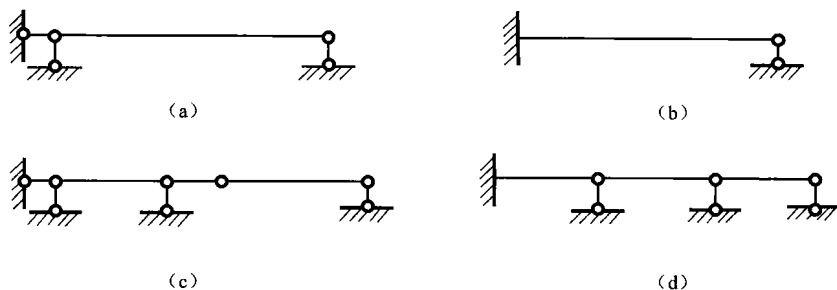


图1-4 梁

(a) 单跨梁一; (b) 单跨梁二; (c) 多跨梁一; (d) 多跨梁二

② 拱。拱是轴线为曲线并且在竖向荷载作用下能产生水平反力的结构(如图1-5所示)。

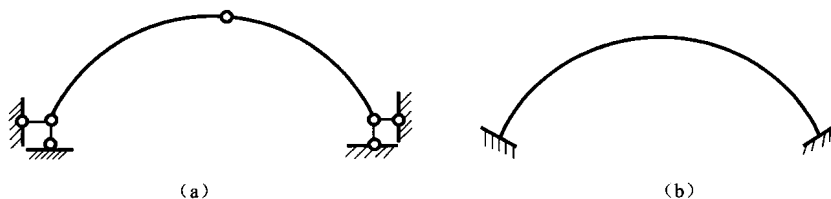


图1-5 拱

(a) 拱一; (b) 拱二

③ 刚架。由直杆组成并具有刚结点的结构(如图1-6所示)。

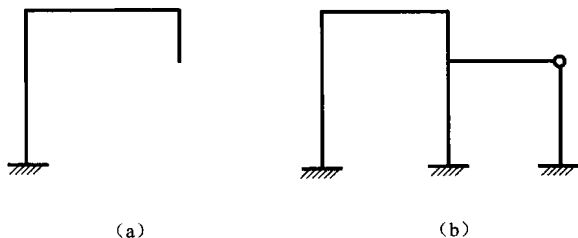


图1-6 刚架

(a) 刚架一; (b) 刚架二

④ 桁架。桁架是由直杆组成,且所有结点都是铰结点的结构。当只承受结点荷载作用时,各杆只产生轴力(如图1-7所示)。

⑤ 组合结构。组合结构是指由桁架和梁或刚架组合在一起的结构,其特点是存在组合结点(如图1-8所示)。

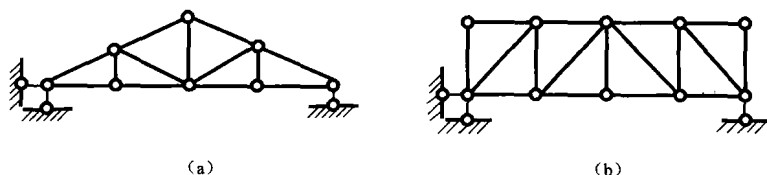


图 1-7 桁架

(a) 桁架一; (b) 桁架二

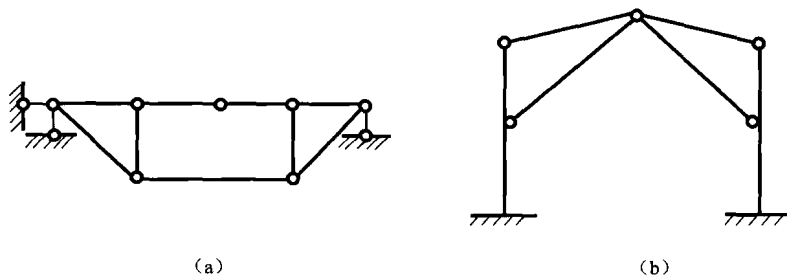


图 1-8 组合结构

(a) 组合结构一; (b) 组合结构二

## 1.2 刚体、变形固体及其基本假设

### 1.2.1 刚体

在静力学部分把所讨论的物体都看做是刚体。在任何外力作用下，大小和形状保持不变的物体，称为刚体。任何物体在力的作用下都将发生变形，但在工程实际中许多物体的变形都非常微小，对于讨论物体的平衡问题影响甚小，因此可将物体看成是不变形的刚体。刚体是一种理想的力学模型。

### 1.2.2 变形固体及其基本假设

当分析强度、刚度和稳定性问题时，变形成为一个主要的因素，此时应该将物体抽象为变形固体这一理想的力学模型。

变形固体在荷载作用下可发生弹性变形和塑性变形。载荷卸除后能消失的变形称为弹性变形；载荷卸除后不能消失的变形称为塑性变形。

材料力学研究的变形主要是构件发生在弹性变形范围之内的小变形。小变形是指构件的变形量远小于其原始尺寸的变形。因而在研究构件的平衡和运动时，可忽略变形量，仍按原始尺寸进行计算。

为了研究问题的方便，对变形固体作如下假设。

#### 1. 连续性假设

即认为构成变形固体的物质无空隙地充满了固体所占的几何空间。

#### 2. 均匀性假设

即认为变形固体内部各点处的力学性能完全相同。

### 3. 各向同性假设

即认为变形固体在任意一点处沿各个方向都具有相同的力学性能。

一般认为材料力学研究的变形固体是密实、无空隙的，各部分都有相同的物理特性，而且在不同的方向上这些物理特性亦相同。这样的变形固体，通常称为连续、均匀、各向同性的变形固体。

实践证明，对于大多数常用的结构材料，如钢铁、混凝土、砖石等，上述假设是合理的，符合工程实际情况。

### 1.2.3 杆件变形的的基本形式

工程实际中，构件及结构在载荷作用下，其几何形状和尺寸都要发生一定程度的改变，这种改变称为变形。杆件在外力的作用下有以下五种基本变形。

#### 1. 轴向拉伸或压缩

杆在两端受到大小相等、方向相反、合力作用线与轴线重合的一对力的作用时，杆将发生轴向伸长或缩短，使杆长度发生改变，如图 1-9 (a)、(b) 所示。

#### 2. 剪切

在一对大小相等、方向相反、作用线相距很近的横向外力作用下，杆件的横截面将沿外力作用方向发生相对错动，如图 1-9 (c) 所示。

#### 3. 扭转

当杆件两端受到一对大小相等、转向相反、作用面垂直于杆轴的两个外力偶作用时，杆件任意两个横截面间将发生相对转动，如图 1-9 (d) 所示。

#### 4. 弯曲

在一对大小相等、方向相反、作用在杆件的纵向对称面内的力偶作用下，杆的轴线由直线弯曲成曲线，如图 1-9 (e) 所示。

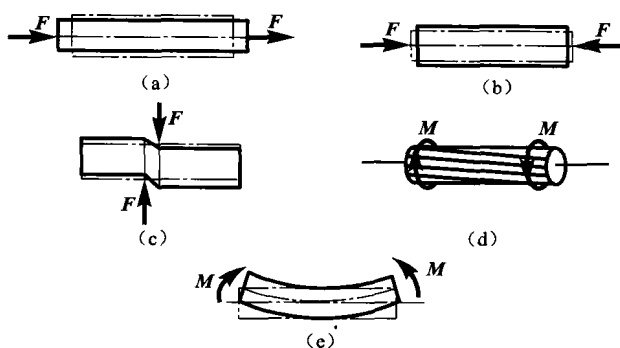


图 1-9 杆件的五种基本变形

(a) 拉伸；(b) 压缩；(c) 剪切；(d) 扭转；(e) 弯曲

## 1.3 荷载及其分类

### 1.3.1 荷载

工程结构和构件在使用过程中均受到各种荷载的作用，把主动使物体产生运动或运动趋势的力称为主动力。如结构的自重、水压力、土压力等。而作用于结构上的主动力，称为荷载。此外，还有温度变化、基础沉陷、材料收缩等，这些因素也可以引起结构的内力和变形，从广义上来说，也可以称为荷载。

### 1.3.2 荷载的分类

荷载按照不同的作用性质可分为以下几类：

#### 1. 分布荷载与集中荷载

根据荷载作用区域的大小，可分为分布荷载与集中荷载。均布荷载是分布荷载为常量时

的特例。集中荷载是当荷载作用区域很小时的近似简化。

## 2. 恒载与活载

根据荷载作用时间的长短，可分为恒载与活载。恒载是长期作用在结构上的不变荷载，如结构自重、土压力等。活载是暂时作用于结构上可能存在的可变荷载，如施工时的吊车荷载及结构所承受的列车、人群、风、雪等荷载。

## 3. 固定荷载与移动荷载

根据荷载作用位置有无变化，可分为固定荷载和移动荷载。固定荷载在结构上的作用位置是不变的，如恒载及某些活载（如结构自重、风、雪等）。移动荷载的作用位置是移动的，如行驶的汽车、移动的人群等。

## 4. 静力荷载和动力荷载

根据荷载对结构所产生的动力效应大小，可分为静力荷载和动力荷载。静力荷载是指其大小、方向和位置不随时间变化或变化很缓慢的荷载，它不会使结构产生显著的加速度，因而可以略去惯性力的影响。动力荷载是指随时间迅速变化的荷载，它将引起结构振动，使结构产生不容忽视的加速度，因此必须考虑惯性力的影响。

车辆荷载、风荷载和地震荷载通常在设计中简化为静力荷载，但在特殊情况下要按动力荷载考虑。

## 第2章 静力学基础

### 2.1 静力学的基本概念

#### 2.1.1 力的概念

##### 1. 力的概念

力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。物体受力后将产生两种效应，一种是运动状态的改变，称为力对物体的外效应；另一种是物体形状的改变，称为力对物体的内效应。在静力学中，由于把物体抽象为刚体，因此只研究对物体的外效应。

##### 2. 力的三要素

力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点，也称为力的三要素。三要素中任何一个发生变化，将都会引起力的效应的改变。

由力的三要素可知，力是矢量。通常用有方向的线段来表示，如图 2-1 所示。线段的长度（按选定的比例尺）等于力的大小，箭头代表力的方向， $A$  点代表力的作用点，通过力的作用点并沿着力的方向的直线称为力的作用线。

本书中力矢量用黑体字如  $\boldsymbol{F}$ 、 $\boldsymbol{R}$  等表示， $F$ 、 $R$  等则表示力的大小。

国际单位制中，力的单位为牛顿（N）或千牛顿（kN）。

##### 3. 力系

通常情况下，把作用在物体上的一群力称为力系。

用简单的力系来代替复杂力系的过程，称为力系的简化或力系的合成。而对物体作用效果相同的力系，称为等效力系。如果一个力与一个力系等效，则这个力就称为该力系的合力，而力系中的各个力都称为合力的分力，如图 2-2 所示。

合力对物体的作用效果等于各分力对物体作用效果的总和。

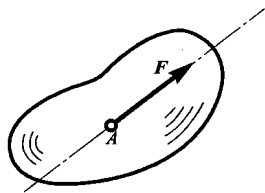


图 2-1 力

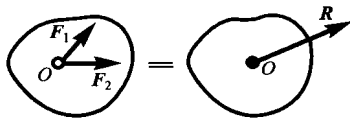


图 2-2 力系

#### 2.1.2 平衡的概念

##### 1. 平衡

物体相对于地球保持静止或做匀速直线运动，称为平衡。例如，房屋、水坝、桥梁相对

于地球是保持静止的；沿直线匀速起吊的构件相对于地球做匀速直线运动，这些都是平衡的实例。它们的共同特点就是运动状态没有变化。

在一般情况下，物体受到力系的作用，会使运动状态发生变化，只有当力系满足某些条件时，才能使物体处于平衡状态。如起吊构件时，绳索的拉力大于或小于构件的重力时，构件就加速直线上升或减速直线上升。只有当拉力与重力相等时，构件才会处于平衡状态。要使物体处于平衡状态，就必须使作用于物体上的力系满足一定的条件，这些条件叫做力系的平衡条件。物体在各种力系作用下的平衡条件，在建筑、桥梁工程中有着十分重要的意义，是设计结构、构件时进行静力计算的基础。

## 2. 平衡力系

作用在物体上而使物体保持平衡的力系称为平衡力系。平衡力系的合力为零。

## 2.2 静力学基本公理

公理是人类经过长期观察和经验积累而得到的结论，它的正确性已经在实践中得到验证而为大家所公认。静力学公理是人们对于力的基本性质的概括和总结，它们是静力学的理论基础。

### 2.2.1 公理一（二力平衡公理）

作用于同一刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要与充分条件是：此两力的大小相等、方向相反且作用在同一直线上。

此公理说明作用在物体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件，如图 2-3 所示，可表示为  $F_1 = -F_2'$

工程中将只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件（如图 2-4 所示），当构件为直杆时称为二力杆。由二力平衡公理可知，无论二力构件的形状如何，其所受的二力必沿两个力作用点的连线且等值反向。在对实际结构进行受力分析时，正确判断出其中的二力构件是十分重要的。

二力平衡公理只适用于刚体而不适用于变形体。例如，图 2-5 所示为两根软绳受到两个等值反向的对立作用可以平衡，而当受到两个等值反向压力作用将不再保持平衡。

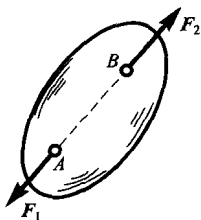


图 2-3 力系平衡

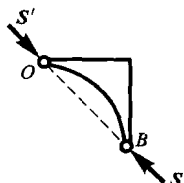


图 2-4 二力构件



图 2-5 二力平衡

### 2.2.2 公理二（加减平衡力系公理）

在作用于刚体的力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

应用加减平衡力系公理，可以对力系进行简化，同时，此公理也是研究力系等效变换的重要依据。



根据上述公理可以导出**推论**：作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内的任一点，而不改变该力对刚体的作用效果，称为**力的可传性原理**。

**证明**：设力  $F$  作用在刚体上的  $A$  点，如图 2-6 (a) 所示。根据加减平衡力系公理，在力的作用线上任取一点  $B$ ，加上一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ，并使  $F = F_1 = -F_2$ ，如图 2-6 (b) 所示。由于力  $F$  和  $F_2$  也是一对平衡力，故可减去，这样只剩下一个作用于  $B$  点的力  $F_1$ 。因力  $F_1$  与力  $F$  等效，即相当于原来作用于  $A$  点的力  $F$  沿其作用线移到了  $B$  点，如图 2-6 (c) 所示。

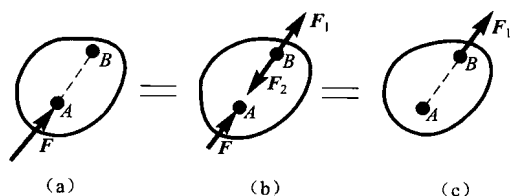


图 2-6 力的可传性

由力的可传性原理可知，作用于刚体上的力的三要素为力的大小、方向及作用线。由于力可沿其作用线在刚体内滑动，因此力也称为滑动矢量。

应用力的传性原理需注意以下两点。

- (1) 力只能在所作用的同一刚体内进行滑动，而不能移到刚体外的其他物体上。
- (2) 力的可传性原理只适用于刚体而不适用于变形体。

### 2.2.3 公理三（力的平行四边形法则）

作用于刚体上同一点的两个力可以合成为一个合力，合力的作用点也作用于该点，合力的大小及方向可由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。此种求合力的方法称为力的平行四边形法则。

如图 2-7 所示，矢量表达式为

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

即合力  $\mathbf{R}$  等于两分力  $\mathbf{F}_1$  与  $\mathbf{F}_2$  的矢量和。

力的平行四边形法则是力系简化的重要依据。

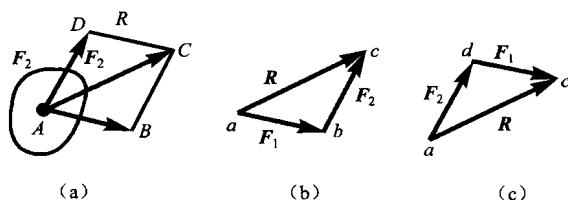


图 2-7 矢量和

为了方便起见，也可从任意点  $a$  作力  $\mathbf{F}_1$ ，在其末端  $b$  作力  $\mathbf{F}_2$ ，则  $ac$  即表示合力  $\mathbf{R}$ ，如图 2-7 (b) 所示。三角形  $abc$  称为力的三角形，此种求合力的方法称为力的三角形法则。

同理，也可自  $a$  点作力  $\mathbf{F}_2$ ，在其末端  $c$  点作力  $\mathbf{F}_1$ ，则  $ac$  为合力  $\mathbf{R}$ 。此合力  $\mathbf{R}$  的作用点仍为刚体上的  $A$  点。

### 2.2.4 公理四（作用力与反作用力公理）

两物体间相互作用的力总是同时存在，且大小相等、方向相反、沿同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。

如将相互作用力之一视为作用力，而另一力即为反作用力。用  $\mathbf{F}'$  表示力  $\mathbf{F}$  的反作用力。

作用力与反作用力公理概括了自然界中物体间相互作用的关系，没有作用力也就没有反作用力，它是分析物体受力时必须遵循的原则，为研究由一个物体过渡到多个物体组成的物体系统提供了基础。

例如，地面上有一个物体处于静止状态（如图 2-8 所示），物体对地面有一个作用力  $\mathbf{N}'$  作用在地面上，而地面对物体也有一个反作用力  $\mathbf{N}$  作用在物体上，力  $\mathbf{N}'$  和  $\mathbf{N}$  大小相等，方

向相反,沿同一条直线分别作用在地面和物体上,是一对作用力和反作用力。物体上作用的两个力  $G$  和  $N$  处于平衡,因此力  $G$  和  $N$  是一对平衡力。

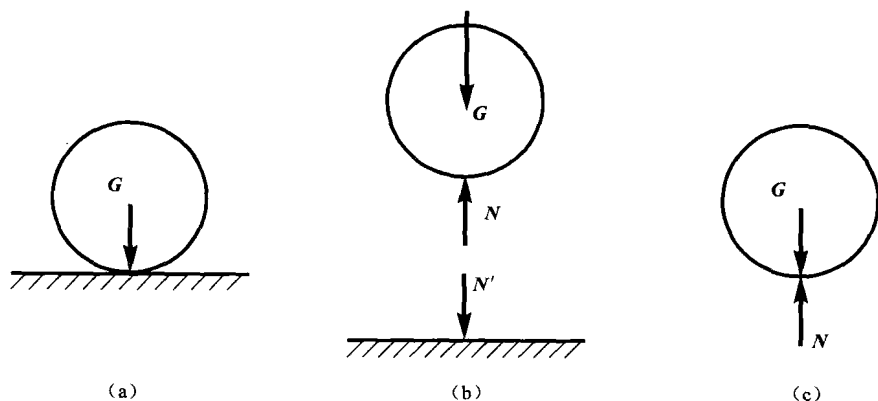


图 2-8 作用力与反作用力

必须注意,作用力与反作用力是分别作用在两个相互作用的物体上的,不能错误地与二力平衡公理混同起来。

## 2.3 约束与约束反力

### 2.3.1 约束的概念

#### 1. 约束

如果一个物体在空间的位移不受任何限制,可以自由运动,则此物体称为**自由体**。如卫星、行星、飞行中的飞机等。反之,当一个物体在空间的位移受到一定的限制,使其沿某些方向的运动成为不可能,则此物体称为**非自由体**。如沿铁轨行驶的火车、桥梁、建筑物等。

在力学中,把限制物体运动的其他物体称为**约束**。工程结构如没有约束,将不能承受荷载以满足各种需要。约束是以物体相互接触的方式构成的。如支座是桥梁的约束,基础是柱子的约束,柱子是大梁的约束。

#### 2. 约束反力

工程上物体受到的力一般可分为两类:主动力和约束反力。

主动力的大小通常情况下是已知的如重力、风力、水压力、土压力、顶板压力等。

除荷载外,约束阻碍限制了被约束物体的自由运动,从而改变了被约束物体的运动状态。这种约束对被约束物体的运动或运动趋势起限制作用称为**约束反力**,简称为**反力**。在应用力学中约束反力是未知的。

#### 3. 约束反力方向的确定原则

约束反力取决于约束本身的性质、主动力和物体的运动状态。约束反力阻止物体运动的作用是通过约束与被约束物体间的相互接触来实现的,它的作用点应在相互接触处。因此,约束反力的方向总是与约束体所能阻碍物体的运动方向相反,这是**确定约束反力方向的原则**。至于它的大小,在静力学中将由平衡条件求出。