

交通中等专业学校统编教材

船舶强度 与结构设计

(船舶制造与修理专业用)

(第二版)

程国平 主编
华乃导 主审

人民交通出版社



交通中等专业学校统编教材

Chuangbo Qiangdu Yu Jiegou Sheji

船舶强度与结构设计

(船舶制造与修理专业用)

(第二版)

程国平 主编

华乃导 主审

人民交通出版社

图书在版编目(CIP)数据

船舶强度与结构设计/程国平主编.-2版.-北京:人民交通出版社,1998.9

交通中等专业学校统编教材

ISBN 7-114-02912-8

I. 船… II. 程… III. ①船体强度-专业学校-教材②船体结构-结构设计-专业学校-教材 IV. U663
中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 04127 号

交通中等专业学校统编教材

船舶强度与结构设计

(船舶制造与修理专业用)

(第二版)

程国平 主编

华乃导 主审

版式设计:刘晓方 责任校对:杨杰

人民交通出版社出版

(100013 北京和平里东街 10 号)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

北京牛山世兴印刷厂印刷

开本:787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张:17.5 字数:435 千

1990 年 12 月 第 1 版

1998 年 6 月 第 2 版 第 1 次印刷 总计第 2 次印刷

印数:1651-4650 册 定价:22.00 元

ISBN 7-114-02912-8

U · 02079

前 言

本书在 1990 年第一版的基础上,根据 1997 年扬州会议审定的,与交通中专船舶制造与修理专业第三轮教学计划配套的《船舶强度与结构设计》教学大纲修订而成,计划学时为 96 学时。

本书编写过程中充分注意到中专教学的特点,突出了实用性,对于必不可少的基础理论知识,力求深入浅出,够用即止。

本书共分两篇:第一篇为船舶结构力学基础;第二篇为船体强度与结构设计。

在船舶结构力学基础篇中,以连续梁、刚架、板架和板这些船体结构的力学模型为线索,逐步引入结构力学的基本计算方法——力法、位移法等。

在船体强度与结构设计篇中,着重介绍船体总纵强度的计算以及局部强度的计算方法。叙述常规内河船舶的典型结构型式、构件布置原则和结构设计原则。通过对《钢质内河船舶入级与建造规范》(1996)的介绍,叙述船体结构规范设计的方法。

与第一版相比,变动较大的地方有:

1. 船舶结构力学部分作了较大的删减,降低了理论深度,以够用为度。
2. 在船体强度与结构设计中采用中国船级社 1996 年新颁布生效的《钢质内河船舶入级与建造规范》。

本教材各计量单位均采用国际单位制,部分传统计算表格中,在国际单位制单位后用括号附注上工程单位制单位。

本教材部分章节前有“*”号标记,该部分内容在大纲中未明确列出,使用过程中可根据大纲精神及各校的实际情况进行取舍。

本教材由交通部教学带头人、武汉水运工业学校高级讲师华乃导审定。

由于编者水平有限,本教材一定有不少缺点,希望读者和使用本教材的兄弟学校师生提出宝贵意见。

编 者

1997 年 6 月

内 容 简 介

本书主要叙述船舶结构力学、船体强度计算和船体结构设计的原理及基本计算方法。通过对本书的学习,可了解船舶结构力学的基本原理和初步掌握船舶结构力学的基本计算方法,能进行一般的船体总纵强度校核和部分局部强度校核,并能基本掌握船体结构规范设计的方法。

本书为中等专业学校船舶制造与修理专业教材,也可供从事船体结构计算和设计的工程技术人员使用和参考。

目 录

第一篇 船舶结构力学基础

第一章 绪论	1
§ 1-1 船舶强度与结构设计的内容及要求	1
§ 1-2 船体结构的力学模型	2
第二章 直梁的弯曲与稳定性	4
§ 2-1 单跨梁的弯曲	4
§ 2-2 单跨梁的静不定弯曲	17
§ 2-3 刚性支座上的连续梁	21
§ 2-4 船体结构中的弹性支座与弹性固定端	27
§ 2-5 弹性支座上的连续梁	29
§ 2-6 阶梯变断面梁	32
§ 2-7 梁的复杂弯曲	33
* § 2-8 弹性基础梁的弯曲	38
§ 2-9 压杆的稳定性	42
第三章 刚架	50
§ 3-1 不可动节点的简单刚架计算	51
§ 3-2 位移法解复杂刚架	53
§ 3-3 弯矩分配法解复杂刚架	66
第四章 板架	78
§ 4-1 节点数很少的板架	78
* § 4-2 具有多根相同主向梁和一根交叉构件的板架	80
第五章 板的弯曲与稳定性	85
§ 5-1 概述	85
§ 5-2 刚性板的筒形弯曲	86
§ 5-3 刚性板的一般弯曲	91
§ 5-4 板的稳定性	96

第二篇 船体强度与结构设计

第六章 引起船体总纵弯曲的外力计算	102
§ 6-1 静水弯矩的计算	102
§ 6-2 波浪附加弯矩计算	110
§ 6-3 总纵弯矩	116
§ 6-4 波长小于船长时的总纵弯矩计算	116

第七章 船体总纵强度计算	118
§ 7-1 船体总纵弯曲应力的第一次近似计算	118
§ 7-2 某些纵向构件的局部弯曲应力以及应力合成	120
§ 7-3 极限弯矩的概念	124
§ 7-4 许用应力	125
§ 7-5 《钢质内河船舶入级与建造规范》(1996)对船舶总纵强度的要求	126
第八章 船体局部强度计算	135
§ 8-1 甲板板架计算	136
§ 8-2 肋骨框架计算	137
§ 8-3 舱壁计算	138
§ 8-4 小骨材计算	141
第九章 船体结构设计	142
§ 9-1 概述	142
§ 9-2 结构规范设计的基本知识	144
§ 9-3 组合型材剖面设计	148
§ 9-4 船体外板设计	154
§ 9-5 甲板设计	160
§ 9-6 船底骨架设计	166
§ 9-7 船侧骨架设计	180
§ 9-8 甲板骨架设计	187
§ 9-9 支柱和桁架设计	197
* § 9-10 舱壁设计	205
* § 9-11 首尾部结构设计	211
§ 9-12 主机座设计	221
§ 9-13 舱口围板设计	222
§ 9-14 上层建筑及甲板室结构设计	224
§ 9-15 舷墙、栏杆及护舷材设计	229
附录	231
参考书目	272

第一篇 船舶结构力学基础

第一章 绪 论

§ 1-1 船舶强度与结构设计的内容及要求

船舶是一个复杂的水上工程建筑物,它担负着水上运输、生产、战斗等任务。为了保证船舶能很好地完成这些任务,除应具有良好的航行性能和工作性能外,还必须具有一定的强度。

船舶在正常航行状态下受到各种外力的作用,诸如重力、水的浮力、水动压力、冲击力以及船在运动中的惯性力等。船舶抵抗这些外力引起的破坏或过大变形的能力称之为船舶强度。显然,作用于船舶的外力是十分复杂的,这给船舶强度计算带来一定的困难。但是,人们通过长期的生产实践,分析了船体受力和变形的主要特征,认为在考虑民用船舶的强度问题中,最主要的是船舶及其载重、装备的重力以及水的静压力。

在考虑船舶强度时,首先把整个船作为一根梁来研究。这时将船静置于静水中或波浪上,计算船纵向分布的重力和浮力,然后用材料力学中梁的弯曲基本理论求出其弯曲变形及应力。这种将船作为一个整体来研究强度叫做船体的“总纵强度”或简称为“总强度”。人们在研究船体的总强度时,一般取两种典型的船与波浪的相对位置(图 1-1),图 1-1a)表示波峰位于船中,称为“中拱状态”;图 1-1b)表示波谷位于船中,称为“中垂状态”。当然,这种按简单梁的弯曲理论来研究总纵强度只是一种初步的计算。1874 年 10 月,内河船“玛丽(Mary)”号在横渡大西洋时折断沉没。1877 年威廉·约翰用上述方法对这条船进行了强度计算,按计算结果分析,该船不至于折断,而事实上船是破坏了,这是什么原因呢?通过进一步的分析研究,他第一次提出了对初步总强度计算方法修正的

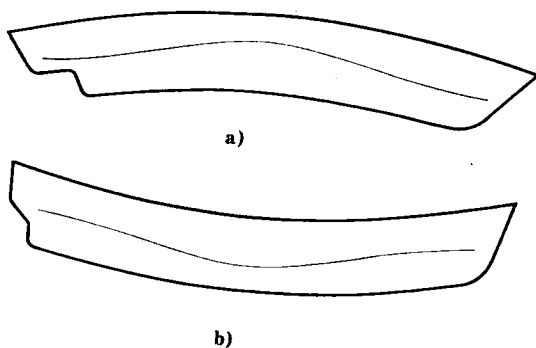


图 1-1

见解。考虑到某些船体板在船舶总纵弯曲时将会发生皱折(失稳),其有效截面积应该进行折减,这样,上述计算得到的总纵弯曲应力不能反映出船体构件中的真正应力,而必须在此基础上进行应力的重新分配。这种重新分配应力的过程即总纵弯曲应力计算逐步近似的过程。人们现在正是按这种方法来进行总纵强度计算的。长期以来,总强度一直是强度校核的主要方面。

其次,由于船体是由许多构件组合而成的,其中的横向构件(如横梁、肋骨、肋板等)及局部构件(如船底板,底纵桁等)在货载、水压力等载荷的作用下发生变形或受到破坏,因此必须考

虑它们的强度问题,这一类问题称之为“横向强度”或“局部强度”(图 1-2、图 1-3)。

随着实践经验的不断积累和理论研究的不断深入,形成了研究船体强度的专门学科,即“船体强度”。它研究船体受到的外力,将船体的复杂结构简化为便于计算的力学模型,并借助于结构力学方法求出构件内相应的内力,同时确定合适的许用应力,从而对船体的强度进行衡准。

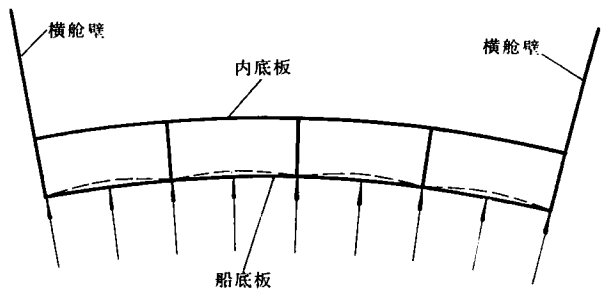


图 1-2

在已知外力的情况下,如何在给定的力学模型中求出内力及变形,这是“船舶结构力学”的

任务。船体是由众多的板与骨架构成的,因此也可以说,船舶结构力学是研究杆(梁)、杆系及板的内力的一门学科。其中杆及杆系的研究与材料力学有着密切的联系,但分工有所不同。材料力学着重研究单个杆件的变形、内力和稳定问题,而结构力学则着重研究由杆件构成的结构的计算问题。

有了结构力学及船体强度的知识将能对已知船舶进行一般的强度校核。然而,更重要的是如何在船舶的设计过程

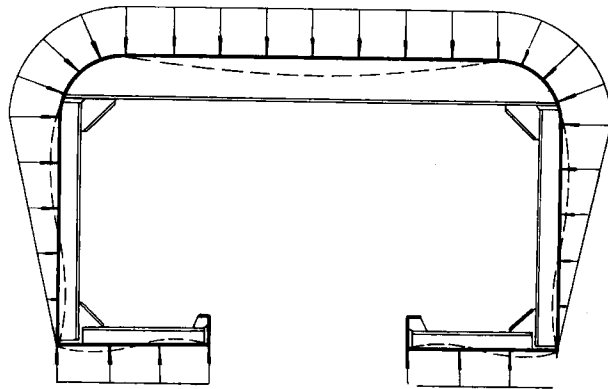


图 1-3

中将强度问题考虑进去,这实际上就是船舶结构设计任务,当然在结构设计中除了要考虑强度问题外,还必须考虑到工艺性等其它问题。

本书包含船舶结构力学、船体强度和船舶结构设计三个部分。通过本课程的学习,要达到下面的目的:

- 1)掌握船舶结构力学的基础知识和船体强度计算方法,能对已知结构进行一般的力学分析,能校核已知船舶的总纵强度及部分的局部构件强度。
- 2)能按规范进行船舶结构设计。

§ 1-2 船体结构的力学模型

船体是由大量的骨架和板组合而成的复杂结构,为便于进行力学计算,必须将复杂的结构进行简化。当然,这种简化应是合理的,也就是说简化后的结构在主要力学性能上能近似地代表原结构,同时又是比较简单的,便于进行力学计算的。简化后的结构称为原结构的“力学模型”,也可以称为“计算图形”或“计算模型”。力学模型的合理与否,要在实践中检验。

这里我们将船体结构的几个典型力学模型作一简单介绍。

1. 船体骨架

船体结构中有大量的骨架,这些骨架由纵向的及横向的构件组成,例如纵桁、纵骨、横梁、肋板等。这些构件往往是用型钢或组合型钢做成,其长度尺寸远较横断面尺寸大,它们在船体

结构中被称为“杆”或“梁”。由杆件相互连接而成的骨架称为“杆件系统”，简称“杆系”。船体结构中的杆系是复杂的，在实际计算中常将它简化成形状规则的，较简单的力学模型来考虑。

1) 连续梁

在船体结构中，有些断面尺寸较小的构件往往可以简化为具有中间支座的连续梁来考虑。例如，在纵骨架式的甲板结构中，甲板纵骨是小构件，它穿过强横梁直至横舱壁，保持着纵向连续。强横梁断面尺寸远较纵骨为大，因而具有足够的刚性，可以当作纵骨的中间刚性支座，横舱壁是横向的强力构件，可作为纵骨的刚性固定端。这样，两横舱壁之间的纵骨可看作两端刚性固定，中间有若干刚性支座的多跨连续梁(图 1-4)。同样的道理，横骨架式甲板结构中的横梁，可以看作两端弹性固定在舷侧，中间自由支持在刚性支座——

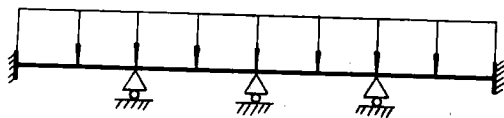


图 1-4

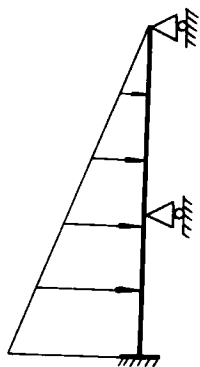


图 1-5

甲板纵桁上的多跨连续梁。而横骨架式舷侧结构中的普通肋骨，则可看作下端刚性固定在船底部，而在上端甲板处和中部舷侧纵桁处为自由支持在刚性支座上(图 1-5)。应该注意，以上的这些简化过程中，已忽略了甲板、舷侧处的形状曲度，从而使问题大为简单。

2) 刚架

船舶的甲板、舷侧、船底是互相关联的，它们的变形不可能孤立地存在，为了考虑各部分之间的相互影响，有时必须进行刚架计算。内河小型船舶大多采用横骨架式结构，在其肋位横剖面内，可以看到由甲板横梁、舷侧肋骨、船底肋板等构成了一个框架形式的杆系结构。它们受到该杆系平面内的载荷的作用。一般认为，该杆系中各杆在节点处刚性连接，这种杆系称之为“刚架”(图 1-6a)。它是船体横向强度和局部强度的研究对象。如果考虑到肋板的断面尺寸远较肋骨为大，则可认为肋骨的下端为刚性固定(图

1-6b)。

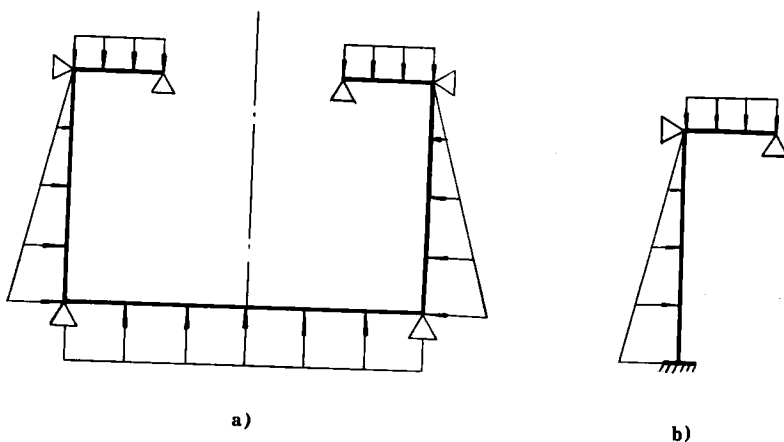


图 1-6

3) 板架

单底、横骨架式船底由内龙骨、肋板等构件组成。内龙骨、肋板相互交叉构成了一个平面杆系结构。该杆系结构受到垂直于杆系平面的载荷的作用。一般认为，该杆系中各杆在节点处刚性连接。内龙骨端部在横舱壁处刚性固定，肋板在舷侧处为自由支持在刚性支座上，这样的杆

系结构就是“板架”(图 1-7)。同样的道理,舷侧的纵桁与肋骨也构成板架。

2. 船体结构中的板

船体板是支持在船体纵、横骨架上的。船体板是连续的,具有复杂的形状。支承板的骨架往往相交成矩形。在船体结构计算中一般将板简化为支承在矩形周界上的平板,以此为研究对象,从而简化了板的计算。板除了受到横向荷重作用外,还会受到板平面内的力的作用(图 1-8)。

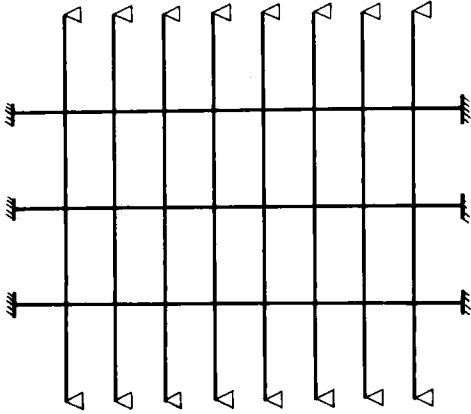


图 1-7

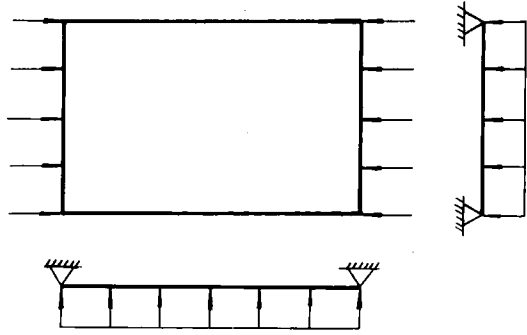


图 1-8

上述的连续梁、刚架、板架和矩形板为船体结构中几种典型的力学模型。本教材结构力学部分将以这几种力学模型为线索,介绍结构力学的基本原理和方法。

第二章 直梁的弯曲与稳定性

§ 2-1 单跨梁的弯曲

仅在两端有支座支持的梁称为单跨梁。单跨梁是杆系结构中的基本单元,因此对于单跨梁的研究有着重要的意义。单跨梁的弯曲研究是在已知梁的尺寸、支承情况及外载条件时,求出梁弯曲时的变形及应力。

1. 假设与规定

在研究直梁的弯曲时,为研究的方便,作出如下的假设与规定:

1) 平断面假设

梁在弯曲过程中,弯曲前垂直于梁轴线的平断面,在梁弯曲后仍为平面,且垂直于变形后的轴线(图 2-1)。

2) 服从虎克定律

假设梁为均质材料,且在弯曲时纵向纤维之间不相互挤压,仅受到轴向拉伸或压缩,于是每一纵向纤维都服从虎克定律:

$$\sigma = E\varepsilon$$

式中: σ ——正应力;

E ——材料的弹性模数;

ϵ ——轴向应变。

3) 小变形假设

梁弯曲时产生的变形较小,梁的挠度远小于梁的剖面高度。

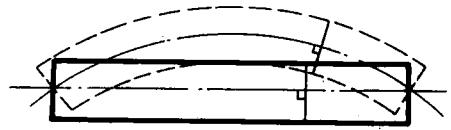


图 2-1

在研究梁的挠曲线 v 时,要涉及到其曲率 ρ ,由高等数学的知识知道:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

基于小变形假设,挠度 v 很小,因此 $\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 \ll 1$,曲率可表达成:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2}$$

这样,问题就大大简化了。实践证明,小变形假设是基本适合船体结构的实际情况的。

4) 假定所研究的梁,其剖面高度与跨度相比很小

实际的船舶结构中,一船的梁均是属于这种情况的。由材料力学的知识知道,只有纯弯曲梁才接近平断面假设,对于一般的梁,除了弯矩外还有切力的存在,这时不仅弯矩使梁挠曲,切力也会使梁产生一定程度的挠曲,平断面假设不再适用。如果梁的剖面高度远小于其跨度,则切力的影响甚微可以忽略不计,这时仍可以用平断面假设来研究一般的梁。

5) 坐标系

在结构力学中,研究梁的弯曲时,取如下的坐标系(图 2-2)。

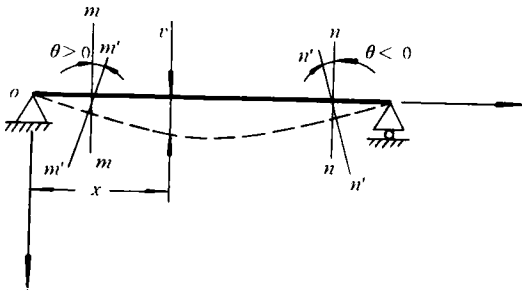


图 2-2

6) 挠度

梁弯曲时,梁上任意点的垂向位移称为该点的挠度,用字母 v 表示。并规定,挠度的方向与 y 轴正向一致时挠度为正,反之为负。如图 2-2 中,梁上 x 点处的挠度 v 为正,梁弯曲后,其轴线所成之曲线 $v(x)$ 称为梁的挠曲线。

7) 转角

梁上某平断面,在梁弯曲变形后仍为平断面,其转过之角度称为某断面之转角,并用字母 θ 表示。对于转角的正、负作如下规定:

梁弯曲时,断面作顺时针转动,则转角 θ 为正;

梁弯曲时,断面作逆时针转动,则转角 θ 为负。如图 2-2 中,梁左边断面 mm 顺时针转到 $m'm'$ 位置,转角为正;右边断面 nn 逆时针转到 $n'n'$ 位置,转角为负。

应当指出,在小变形假设下, $\text{tg}\theta \approx \theta$,也就是说,梁断面转角近似等于该点处的斜率。

8) 弯矩

用 M 表示弯矩,对弯矩的正、负作如下规定:

如断面弯矩使梁有上拱趋势,则弯矩为正;

如断面弯矩使梁有下弯趋势,则弯矩为负。按此规定,图 2-3a) 中弯矩为正,图 2-3b) 中弯矩为负。

9) 切力

用 N 表示切力, 对切力的正、负作如下规定:

左端断面切力向下为正, 向上为负;

右端断面切力向上为正, 向下为负。按此规定, 图 2-4a) 中切力为正, 图 2-4b) 中切力为负。

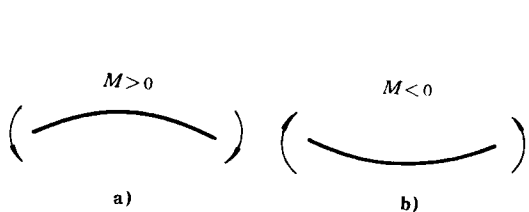


图 2-3

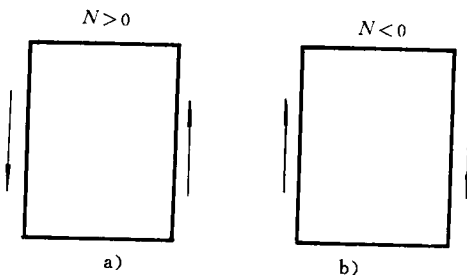


图 2-4

10) 外载荷

规定外载荷方向与 y 轴正向一致为正, 反之为负。

11) 支座反力

规定支座反力向上为正, 向下为负。

2. 梁弯曲时的正应力

某梁在外载荷作用下发生弯曲变形, 这里取梁上 $mppm$ 微段来研究(图 2-5)。该微段由两个垂直于梁轴线的平面截得。图中, 中心轴线 nn' 为梁中性面的投影。

距中心面 nn' 纵坐标值 y 处, 有纵向纤维 $11'$ 。梁弯曲变形后, 中性面的曲率半径为 ρ , 纤维 $11'$ 的曲率半径为 $\rho + y$, 这时纤维 $11'$ 的长度为:

$$(\rho + y)d\varphi$$

显然, 梁在变形之前纤维 $11'$ 的长度是

$$\rho d\varphi$$

因此变形后 $11'$ 纤维的伸长为

$$(\rho + y)d\varphi - \rho d\varphi = yd\varphi$$

其拉伸应变为

$$\epsilon = \frac{y}{\rho} \quad (2-1)$$

图中 $y < 0$, 挠曲线的二阶导数 $\frac{d^2v}{dx^2} > 0$ (图 2-5 所示挠曲线各点之斜率随着 x 值的增大而增大, 即挠曲线的一阶导数是递增的, 或者说一阶导数的变化率大于零, 因此有 $\frac{d^2v}{dx^2} > 0$), 由于 $\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2}$, 所以 $\rho > 0$, 而 $11'$ 纤维为拉伸应变, $\epsilon > 0$, 因此式(2-1)应改为

$$\epsilon = -\frac{y}{\rho} \quad (2-2)$$

根据虎克定律 $\sigma = E \cdot \epsilon$, 可求出其应力

$$\sigma = -\frac{Ey}{\rho} \quad (2-3)$$

由该式可以看出, 弯曲正应力 σ 与坐标值 y 成线性关系, 在中性面处 $y = 0, \sigma = 0$, 离中性面最

远处,弯曲正应力最大,其分布情况如图 2-6 所示。

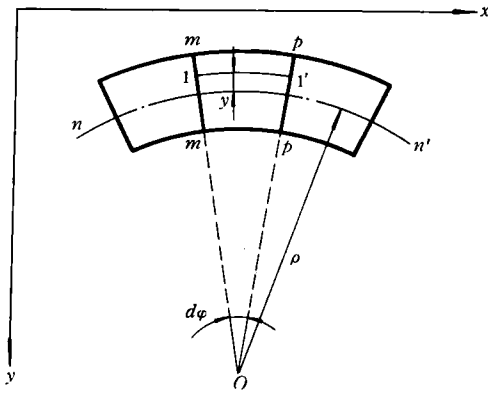


图 2-5

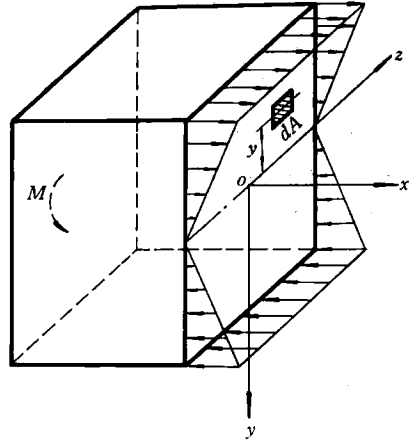


图 2-6

在图 2-6 中梁的断面上取微面积 dA , 则其所受的轴向力为

$$\sigma \cdot dA = -\frac{y}{\rho} E dA$$

整个断面上的轴向内力为

$$-\frac{E}{\rho} \int_A y dA$$

根据静力平衡条件

$$-\frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0$$

显然, 其中 $\frac{E}{\rho} \neq 0$, 因此

$$\int_A y dA = 0$$

$\int_A y dA$ 表示断面对 Z 轴之静矩, 由此可知, 中性轴一定通过截面的形心。

根据静力平衡条件还有

$$M - \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = 0$$

或写成

$$\frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = M$$

其中 $\int_A y^2 dA$ 称为断面对于 Z 轴之惯性矩, 以 I 表示之, 这样有

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (2-4)$$

或写成

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M \quad (2-5)$$

式中的 M 即梁断面上弯曲正应力的合力矩。由式(2-4)可知, 梁的弯曲曲率与弯矩 M 成正比, 与材料弹性模数和断面惯性矩的乘积 EI 成反比, 因此称 EI 为梁的抗弯刚度, 将式(2-4)代入

式(2-3)得梁弯曲正应力的计算公式

$$\sigma = -\frac{My}{I} \quad (2-6)$$

3. 梁的弯曲微分方程

1) 梁的弯曲微分方程的建立

为确定梁的弯曲要素之间及弯曲要素与载荷之间的基本关系,必须研究梁的弯曲微分方程。

现考虑图2-7的梁。在此梁上取 dx 微段来研究。梁上分布荷重集度为 q ,微段上的荷重为 qdx 。设微段左端处有剪力 N ,弯矩 M ,在微段的右端有剪力 $N+dN$,弯矩 $M+dM$,为研究的方便,剪力和弯矩都按规定的正方向(图2-8)。

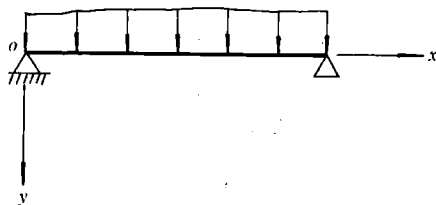


图 2-7

根据静力平衡条件

$$N + qdx = N + dN$$

$$M + dM = M + Ndx + \frac{1}{2}qdx^2$$

整理这两式,并略去高价无穷小量可得

$$q = \frac{dN}{dx} \quad (2-7)$$

$$N = \frac{dM}{dx} \quad (2-8)$$

将式(2-5)代入式(2-8),则有

$$\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2v}{dx^2} \right) = N$$

或写成

$$EI = \frac{d^3v}{dx^3} = N \quad (2-9)$$

将式(2-9)代入式(2-7),可得

$$\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^3v}{dx^3} \right) = q$$

或写成

$$EI \frac{d^4v}{dx^4} = q \quad (2-10)$$

式(2-10)就是梁的弯曲微分方程,它表达了梁的挠度与载荷间的关系。

上面的弯曲微分方程是从梁受分布载荷的情况出发而导得的,它对于其它载荷形式的梁是同样适用的。下面来讨论两种非分布载荷形式的梁。

(1) 梁上无载荷。这种情况下 $q=0$,于是 $dN=0$,即 $\frac{dN}{dx}=0$,显然它是 $q = \frac{dN}{dx}$ 当 $q=0$ 时的一种特殊情况,列出静平衡方程式

$$M + dM = M + Ndx$$

即

$$\frac{dM}{dx} = N$$

这就证明了,弯曲微分方程(2-10)完全适合梁上无外载的情况。

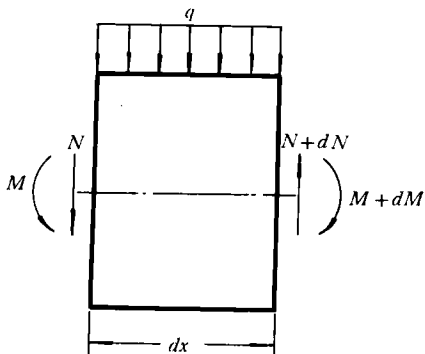


图 2-8

(2)梁上有集中载荷(图2-9),分二个部分来考虑。集中载荷 Q 作用点的左边部分梁,可视为无外载情况。在 Q 的作用点处取微段 dx 来考察(图2-10)。根据静力平衡条件,有

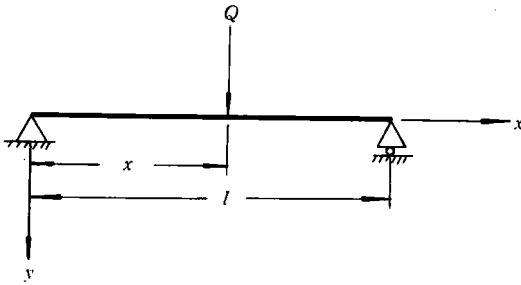


图 2-9

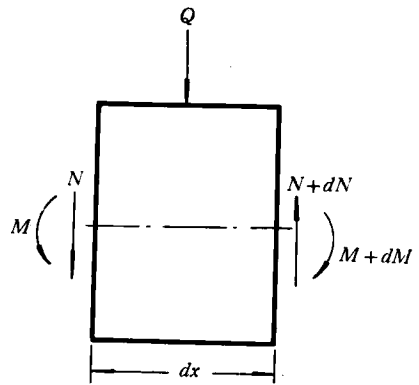


图 2-10

$$N+Q=N+dN$$

即

$$dN=Q$$

这就是说微段的左端与右端存在着剪力的突变,其改变量为 Q ,或者说在集中载荷作用点左边部分,梁断面内的剪力为 N ,而右边部分则为 $N+Q$ 。集中载荷作用点的右边部分同样为无外载的情况,所以仍可用左边部分所适用的微分方程来描述右段的情况,而仅仅是将式(2-8)写成下面的形式

$$(N+Q)=\frac{dM}{dx}$$

由此可见,前面导出的梁的弯曲微分方程对其它各种载荷形式都是适用的。

基于小变形假设,梁的断面转角近似等于挠曲线在该点的斜率,或写成

$$\theta=\frac{dv}{dx} \quad (2-11)$$

式(2-5),(2-9),(2-10),(2-11)给出了梁的弯矩、剪力、转角、载荷与梁的挠度之间的关系,这是在梁的弯曲微分方程导出过程中得到的非常重要的关系式。

2)梁的弯曲微分方程式的积分

在研究梁的弯曲时,希望能在已知梁的尺寸、支承情况、载荷情况下求出其各弯曲要素,这就需要求解弯曲微分方程。为书写的方便,将微分方程改写为

$$EIv'''=q \quad (2-12)$$

并将其逐次积分

积分一次

$$EIv''=\int_0^x qdx+A=N \quad (2-13)$$

式中: A ——积分常数。

积分二次

$$EIv'=\int_0^x \int_0^x qdx^2+Ax+B=M \quad (2-14)$$

式中: B ——积分常数。

积分三次

$$EIv' = \int_0^x \int_0^x \int_0^x q dx^3 + \frac{1}{2}Ax^2 + Bx + C' = EI\theta$$

式中: C' ——积分常数。

也可以将该式写成

$$v' = \frac{1}{EI} \int_0^x \int_0^x \int_0^x q dx^3 + \frac{Ax^2}{2EI} + \frac{Bx}{EI} + C = \theta \quad (2-15)$$

式中: C ——积分常数。

积分四次

$$v = \frac{1}{EI} \int_0^x \int_0^x \int_0^x \int_0^x q dx^4 + \frac{Ax^3}{6EI} + \frac{Bx^2}{2EI} + Cx + D \quad (2-16)$$

式中: D ——积分常数。

积分常数 A, B, C, D 与梁端的支承情况有关,并由边界条件来决定。现在假定边界条件为:当 $x=0$ 时, $N=N_0, M=M_0, \theta=\theta_0, v=v_0$, 则由方程式(2-13)–(2-16)可得

$$A=N_0, B=M_0, C=\theta_0, D=v_0$$

这样,梁的挠曲线方程式(2-16)可写成如下的形式

$$v = v_0 + \theta_0 x + \frac{M_0 x^2}{2EI} + \frac{N_0 x^3}{6EI} + \frac{1}{EI} \int_0^x \int_0^x \int_0^x q dx^4 \quad (2-17)$$

该式是梁的挠曲线方程,若已知外载荷及梁的边界条件,就可求出其挠度及其它各弯曲要素。

3) 梁的支座及边界条件

式(2-17)中的 v_0, θ_0, M_0, N_0 是梁起始端的各弯曲要素,也称为初参数,它们与梁端的支承情况有密切的关系。有必要在这里来讨论梁的各种支座及边界条件。

(1) 自由支持在刚性支座上。又称铰支端或简支端。

它不限制梁端的转动,但不允许梁端产生挠度。它的计算图形如图2-11。它的边界条件为



图 2-11

$$v=0 \text{ 及 } v''=0 \quad (2-18)$$

(2) 刚性固定在刚性支座上。即刚性固定端。它不允许梁端发生转角和挠度,其计算图形见图2-12。其边界条件为



$$v=0 \text{ 及 } v'=0 \quad (2-19)$$

(3) 弹性支座。当梁上有外载时,如果支座处产生一个正比于支座反力的挠度,那么这个支座就称为“弹性支座”。其计算图形见图2-13。

设梁受载荷作用后,支反力为 R , 支座处位移为 v (即梁端的挠度),按定义,有

$$v \propto R$$

或写成

$$v = AR \quad (2-20)$$

式中: A ——比例常数,称为弹性支座的柔性系数。若令 $A=1/K$ 则有

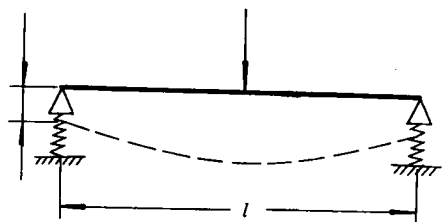


图 2-13

$$v = \frac{R}{K} \quad (2-21)$$