

高等学校试用教材

工 程 力 学

主 编 吴永桥

副主编 杨兴和

魏丽娜

武汉工业大学出版社

高等学校试用教材

工 程 力 学

吴永桥 主编

杨兴和 魏丽娜 副主编

武汉工业大学出版社

.....

内 容 提 要

本书根据国家教委 1995 年修订的工科《工程力学》(静力学和材料力学)课程基本要求编写。

全书包括静力学和材料力学两大部分,共有十四章和两个附录。为了适应不同专业的需要,有些章节编入了一些扩大深度和广度的内容(带有“*”号的章、节)供选用。

本书可作为高等工业学校机电、电子、管理、化工、环保、采矿、轻工等专业的教材。也可供工程技术人员和自学者参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/吴永桥主编.—武汉:武汉工业大学出版社, 1996.7

ISBN 7—5629—1102—9

I. I … II. 吴 … III. 工程力学 IV. TB12

武汉工业大学出版社出版发行

武汉汽车工业大学印刷厂印刷

*

开本: 787 × 1092 1/16 字数: 350 千字 印张: 14.25

1996 年 7 月第一版 1996 年 7 月第一次印刷

印数: 1—5 000 册

定价: 13.00 元

序

《工程力学》(静力学和材料力学)是高等工业院校工艺类各专业开设的技术基础课。本书是根据国家教委 1995 年修订的工科《工程力学》(静力学和材料力学)课程的基本要求编写的。

全书分静力学和材料力学两大部分,共十四章和两个附录。主要内容为静力学的基本概念和公理、基本力系、平面一般力系、空间一般力系、轴向拉伸与压缩、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、能量法、应力状态与强度理论、组合变形、动载荷及交变应力、压杆稳定以及截面的几何性质。

有些章、节编入了一些扩大深度和广度的内容(带有“*”号的章、节),这些内容可根据专业特点选择讲授,也可作为自学阅读材料。

每章末都编入了一定数量的思考题和习题,全部习题答案附在书末。

书内所有插图中构件的尺寸,凡是用毫米(mm)作单位的,一般不注明单位;如用其它单位,如厘米(cm)或米(m)时,则将单位注出。

本书由吴永桥主编,杨兴和、魏丽娜副主编。参加编写工作的有湖北工学院方放(第一章、第二章)、魏丽娜(第三章、第四章)、朱若燕(第十三章、第十四章)、武汉汽车工业大学杨兴和(第七章、第八章、第九章)、吴永桥(第五章、第六章、第十章、第十一章、第十二章、附录)。

本书由武汉汽车工业大学黄燕教授、董北川副教授主审。武汉汽车工业大学余小华、曾翠林绘制了书中插图。

在本书的编写工作中得到了武汉汽车工业大学和湖北工学院领导和力学教研室各位老师的支持和协助,在本书的出版过程中得到了武汉汽车工业大学黄新民、胡昌老师的指导和帮助,在编写中参考了已出版的一些教材并选用了某些插图和习题,在此表示感谢。

由于编者水平所限,书中错误、不妥之处在所难免,恳请批评指正。

编者

1996.6.

目 录

第 I 篇 静力学

第一章 静力学的基本概念和公理	1
§ 1.1 静力学基本概念	1
§ 1.2 静力学公理	2
§ 1.3 约束与约束反力	5
§ 1.4 物体的受力分析及受力图	8
思 考 题	9
习 题	9
第二章 基本力系	11
§ 2.1 汇交力系的简化与平衡条件	11
§ 2.2 力偶与力偶系	14
思 考 题	18
习 题	19
第三章 平面一般力系	21
§ 3.1 工程中的平面一般力系问题	21
§ 3.2 力的平移定理	22
§ 3.3 平面一般力系的简化	21
§ 3.4 平面一般力系的平衡条件和平衡方程	25
§ 3.5 刚体系统的平衡问题	27
思 考 题	31
习 题	32
第四章 空间一般力系	36
§ 4.1 力对轴之矩	36
§ 4.2 力对点之矩和力对轴之矩的关系	36
§ 4.3 空间一般力系的简化	37
§ 4.4 空间一般力系的平衡方程	38
§ 4.5 重心和形心	40
思 考 题	42
习 题	42

第 II 篇 材料力学

第五章 轴向拉伸与压缩	45
§ 5.1 拉伸与压缩时的内力、应力	45
§ 5.2 拉伸与压缩时的强度计算	48
§ 5.3 拉伸与压缩的变形计算	50
§ 5.4 材料在拉伸与压缩时的机械性质	51

§ 5.5	应力集中的概念	54
§ 5.6	拉伸与压缩时的静不定问题	54
§ 5.7	联接件的实用计算	58
思 考 题		60
习 题		61
第六章 扭 转		65
§ 6.1	外力偶矩 扭矩与扭矩图	65
§ 6.2	薄壁圆筒的扭转	67
§ 6.3	圆轴扭转时的应力与变形	68
§ 6.4	圆轴扭转时的强度和刚度计算	71
思 考 题		74
习 题		74
第七章 弯曲内力		77
§ 7.1	平面弯曲的概念及实例	77
§ 7.2	梁的计算简图	78
§ 7.3	弯曲内力—剪力和弯矩	79
§ 7.4	剪力图和弯矩图	82
* § 7.5	载荷集度、剪力和弯矩间的微分关系	85
* § 7.6	用迭加法作弯矩图	87
思 考 题		88
习 题		89
第八章 弯曲应力		93
§ 8.1	纯弯曲时梁横截面上的正应力	93
§ 8.2	弯曲正应力的强度条件	98
§ 8.3	弯曲剪应力简介	102
§ 8.4	提高弯曲强度的主要措施	104
思 考 题		107
习 题		107
第九章 弯曲变形		111
§ 9.1	工程中的弯曲变形问题	111
§ 9.2	挠曲线的近似微分方程	111
§ 9.3	用积分法求梁的变形	113
§ 9.4	用叠加法求梁的变形	119
§ 9.5	梁的刚度计算	120
§ 9.6	提高弯曲刚度的主要措施	121
思 考 题		123
习 题		123
*第十章 能量法		127
§ 10.1	外力功与应变能计算	127

§ 10.2	莫尔定理	130
§ 10.3	卡氏定理	133
§ 10.4	用力法解静不定问题	136
思 考 题		139
习 题		139
第十一章	应力状态与强度理论	142
§ 11.1	应力状态的概念	142
§ 11.2	二向应力状态分析	144
§ 11.3	三向应力状态的最大应力	149
§ 11.4	广义虎克定律	150
§ 11.5	强度理论	152
思 考 题		156
习 题		156
第十二章	组合变形	159
§ 12.1	组合变形的概念	159
§ 12.2	弯曲与拉伸(压缩)的组合	159
§ 12.3	弯曲与扭转的组合	163
思 考 题		166
习 题		167
*第十三章	动载荷及交变应力	170
§ 13.1	动载荷问题的概念	170
§ 13.2	匀加速运动构件的应力计算	170
§ 13.3	冲击应力的计算	172
§ 13.4	交变应力下材料的破坏	174
§ 13.5	交变应力的循环及材料的疲劳极限	176
§ 13.6	影响构件疲劳极限的因素	177
§ 13.7	构件的疲劳强度校核	180
思 考 题		181
习 题		181
第十四章	压杆稳定	183
§ 14.1	压杆稳定的概念	183
§ 14.2	细长压杆的临界压力	184
§ 14.3	欧拉公式的适用范围	187
§ 14.4	压杆稳定计算	191
§ 14.5	提高压杆稳定性的措施	193
思 考 题		195
习 题		195
附录 I	截面的几何性质	198
§ I.1	静矩和形心	198

§1.2	惯性矩和惯性半径、主轴的概念	200
§1.3	主轴的概念	201
§1.4	平行移轴公式	202
思 考 题		203
习 题		204
附录 II	型钢表	205
习 题 答 案		214

第 I 篇 静 力 学

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。

静力学主要研究两个问题，即作用在刚体上的力系的简化和刚体在力系作用下的平衡条件。

1. 力系的简化 作用在物体上的一群力，称为力系。若作用在刚体上的一力系可用另一力系来代替而不改变它对刚体的作用效应，则称这两个力系为等效力系或互等力系。所谓力系的简化，就是用一个简单的等效力系，来代替作用在刚体上的一个复杂力系。研究力系简化的目的，是为了简化刚体的受力情况，以便于进一步分析和研究刚体在力系作用下的平衡条件或运动规律。

2. 刚体的平衡条件 刚体的平衡条件是指刚体处于平衡状态时作用于刚体上的力系应满足的条件。根据平衡条件，可以求出作用在平衡刚体上的某些未知力。

第一章 静力学的基本概念和公理

§ 1.1 静力学基本概念

一、力的概念

力是人们在长期的生产和生活实践中，通过反复观察、实验和分析而逐渐形成的抽象概念。力是物体间的相互机械作用，其结果是使物体的机械运动状态发生变化或使物体产生变形。即物体受力后产生的效应有两种：一种是机械运动状态的变化，称之为力对物体的外效应或运动效应。如原来静止的物体，在力的作用下将由静止开始运动；另一种是变形，称之为力对物体的内效应或变形效应，如弹簧受力会伸长。静力学只研究力的外效应。

实践证明，力对物体的作用效应取决于力的基本要素，即力的大小、方向、作用点，简称为力的三要素。

力的大小表示物体之间机械作用的强弱，在国际单位制(SI)中，以牛顿(牛，N)作为力的单位。

力的方向表示物体的机械作用具有方向性。力的方向包括力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向。

力的作用点是力作用在物体上的部位。实际上，当两个物体相互作用时，力总是分布地作用在一定的面积上的。如果力作用的面积很大，就称之为分布力，例如图 1.1a 所示的管子受均匀分布的内压力作用，其单位面积上的压力为 p 。如果力的作用面积很小，可近似地看成作用在一个点上，这种力称之为集中力，该点称为力的作用点，例如图 1.1b 所示作用在重物上的绳索的拉力 T 。

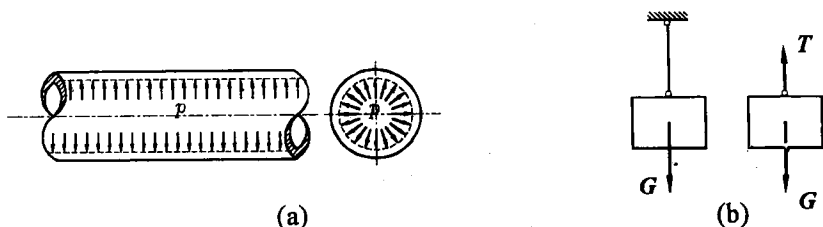


图 1.1

力的三要素表明：力是一个矢量，它可用一具有方向的线段来表示(图 1.2)。有向线段的起点(或终点)表示力的作用点；有向线段的方位和箭头指向表示力的方向；线段的长度(按一定的比例尺)表示力的大小。通过力的作用点沿力的方向的直线，称为力的作用线。在静力学中，用粗体字母如 $\mathbf{F}$ 表示力矢量，而用普通字母 F 表示力的大小。

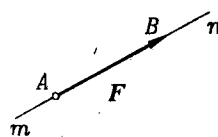


图 1.2

二、刚体的概念

工程中常用的材料，如钢、铸铁、混凝土、木材等，在制成机器零件或设备部件后，通常都有足够的抵抗变形的能力。如一般机械中的轴，其最大挠度都在轴承间距的万分之五以下。又如，当两个人用直杆抬重物时，直杆微小的弯曲变形对两人所受压力的分配影响极小，在计算每人所受压力时，可忽略直杆的变形。在研究物体的受力情况时，为了使问题简化，可以忽略物体的变形，即将原物体用一理想化的模型——刚体来代替。所谓刚体，是指在力的作用下不发生变形的物体。刚体是一抽象化的概念，这样的抽象，不仅是解决实际工程问题所允许的，也是认识力学规律所必需的。这样做，就是先撇开所研究问题的次要因素而抓住其主要因素。长期的实践证明，引用刚体这一概念在许多情况下得到的结果是足够精确的。但应指出，采用刚体这一模型时，要注意研究问题的条件和范围，如果条件改变了或研究范围扩大了，必须将模型作相应的改变。例如三人抬一根钢管，尽管钢管的变形很小，但三人所受压力的分配却与之有关。因此，在分析各人所受的压力时，钢管的变形就成为主要因素，而必须以另一模型——变形固体来代替。静力学主要以刚体为研究对象，所以也称为刚体静力学。

三、平衡的概念

工程上所指的物体的平衡，一般是相对于地球而言的。物体受一力系作用，且相对于地球作匀速直线运动或静止，则称该物体处于平衡状态，这时作用于物体的力系称为平衡力系。应该指出，绝对平衡和绝对静止是不存在的，平衡是有条件的。例如，高压容器在内压力作用下保持平衡是以容器不破坏为条件的，如果压力过高，容器破裂，则容器即由平衡状态转化为运动状态。

§ 1.2 静力学公理

所谓公理，就是人们在生产和生活实践中长期积累的经验总结，又经过大量实验的检验，证明是符合客观实际的普遍规律，为人们所公认。静力学中所有定理和结论都是由以下几个基本公理推演出来的。

公理 1 (二力平衡公理) 一个刚体受两个力作用而处于平衡状态, 其必要和充分条件是: 两个力的大小相等, 方向相反, 且作用在同一直线上(图 1.3)。

公理 1 给出了刚体受最简单的力系作用时的平衡条件, 由经验可知, 自由刚体在只受一个力作用时是不可能平衡的。工程上常用到如图 1.4 所示的一类构件, 其特点是, 构件只受两个力作用而保持平衡, 称之为二力构件。根据二力平衡公理可以断定, 这两个力的方向必定沿着两个力作用点 A 、 B 的连线。

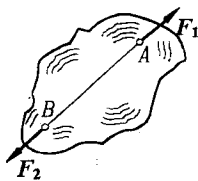


图 1.3

公理 2 (加减平衡力系公理) 在已知力系上加上或减去任何一个平衡力系, 不会改变原力系对刚体的作用。因为平衡力系对于刚体的平衡或运动状态没有影响, 所以, 如果两个力系相互只差一个平衡力系, 则这两个力系是等效的。这个公理是力系简化的理论根据之一。

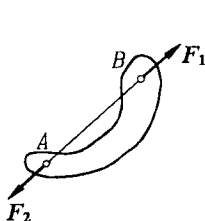


图 1.4

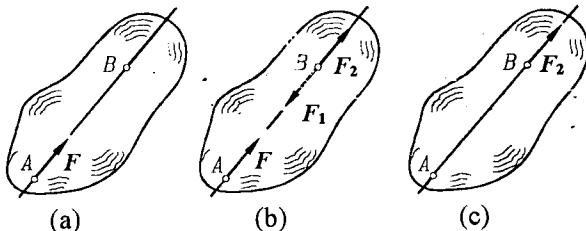


图 1.5

推论 1. 力的可传性

作用在刚体上某点的力, 可以沿其作用线移到刚体内任意一点, 而不会改变该力对刚体的作用效应。

证明: 设力 F 作用于刚体的点 A (图 1.5a), 在该力作用线上任取一点 B , 根据公理 2, 在点 B 加一对平衡力 F_1 和 F_2 , 且使 $-F_1 = F_2 = F$ (图 1.5b), 式中负号表示 F_1 的方向与 F_2 、 F 的方向相反。由于 F_1 和 F 也是一对平衡力, 根据公理 2, 可将它们从力系中去掉, 而不改变刚体的运动状态。于是刚体上只剩下力 F_2 (图 1.5c), 它的大小和方向与力 F 相同, 只是作用点移到了 B 点。

对于刚体而言, 由于力的可传性, 力的作用点已不是决定力的作用效果的一个要素, 它可被其作用线所代替。因此, 在研究力对物体的运动效应时, 力可沿其作用线滑动, 故可将力视为滑动矢量。

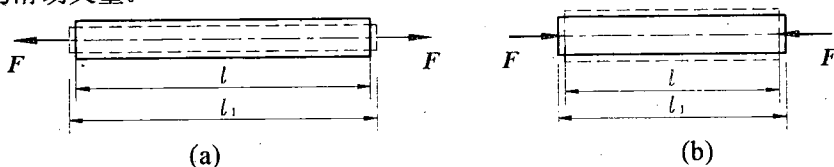


图 1.6

必须注意, 力的可传性不适用于研究力对物体的变形效应。例如, 一根直杆受到一对平衡拉力 F 和 F' 作用时, 它将沿轴线伸长(图 1.6a); 若将两力按力的可传性而互相移位, 则杆将受压力作用而沿轴向缩短(图 1.6b)。显然, 伸长和缩短是两种完全不同的变形效应。因此在这种情况下, 力的作用点仍是决定力的作用效应的一个因素, 必须将力视为固定矢量。

公理 3 (力的平行四边形法则) 作用于物体上一点的两个力可以合成为一个力, 其大小和方向可以用这两个力矢量所构成的平行四边形的对角线来表示, 其作用点即为原来

两力的交点。这个力和原来的两个力等效，称为原来两力的合力。

如图 1.7a 所示， R 即为力 F_1 和 F_2 的合力， A 为其作用点。合力 R 等于 F_1 和 F_2 的矢量和或几何和，即

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

这个公理总结了最简单力系的简化规律，它是其它复杂力系简化的基础。由此，也可以用三角形法则求力 F_1 和 F_2 的合力 R ，即画出力 F_1 或 F_2 中的一力，再以该力的终点为起点画第二个力，连接第一个力的起点和第二个力的终点，形成力三角形，力三角形的封闭边即为力 F_1 和 F_2 的合力 R 。如图 1.7b 所示。

推论 2. 三力平衡汇交定理

如果一个物体在三个互不平行的共面力作用下处于平衡状态，则这三个力的作用线必定汇交于一点。

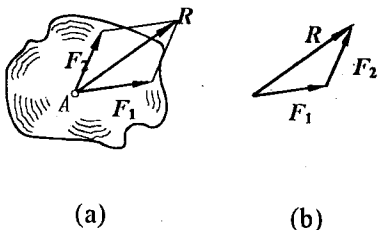


图 1.7

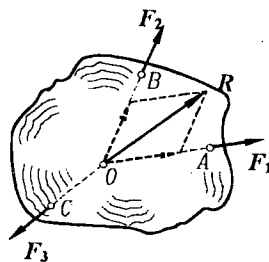


图 1.8

证明：设有三个共面、互不平行的力 F_1 、 F_2 、 F_3 分别作用于物体的 A 、 B 、 C 三点，使物体处于平衡状态(图 1.8)。延长 F_1 和 F_2 的作用线，得交点 O 。根据力的可传性，可将 F_1 及 F_2 移至点 O (图中用虚线表示其力矢)，并按平行四边形法则求得其合力 R ，以代替 F_1 和 F_2 。根据二力平衡公理，力 F_3 和 R 必在同一直线上，且大小相等、方向相反，所以力 F_3 的作用线也必通过点 O 。

若物体受三个互不平行的共面力作用而平衡，则根据三力平衡汇交定理，通常只要知道两个力的方向，第三个力的方向便可推知。

公理 4 (作用和反作用定律) 一物体对另一物体有一作用力时，另一物体对此物体必有一反作用力。这两个力大小相等，方向相反，且沿同一直线作用。

此公理概括了任何两物体间相互作用的关系，不论物体是处于静止状态还是运动状态，研究对象是刚体还是变形体，它都普遍适用，即所有的力都是成对存在的，有作用力就必然有反作用力。在研究由几个物体构成的系统的受力关系时，作用力与反作用力的分析尤为重要。

必须注意，作用力和反作用力不能与二力平衡公理中的一对平衡力相混淆。一对平衡力是作用在同一研究对象上的，而作用力与反作用力则是分别作用在两个不同的研究对象上的。

公理 5 (硬化原理) 变形体在某一力系作用下处于平衡时，若将变形体硬化为刚体，其原来的平衡状态并不改变。

这个公理建立了刚体的平衡条件和变形体的平衡条件之间的联系，即刚体平衡所需满足的条件，对于变形体仍然是需要的。对刚体是必要而且是充分的平衡条件，对变形体则只是必要的，并不一定是充分的。不过，由此公理，我们可以把刚体平衡所需的条件，全部应用到变形体的平衡上去。所以，硬化原理为刚体力学向变形体力学过渡提供了条件。

§ 1.3 约束与约束反力

有些物体,如飞行中的飞机、炮弹等,能在空中任何方向运动,这类位移不受任何限制的物体称为自由体;而有些物体,如在轨道上行驶的火车,只能沿轨道行驶,这类位移受到某些限制的物体称为非自由体。静力学研究的主要对象是非自由体,非自由体的位移之所以受到限制,是由于其它物体的阻碍。对非自由体在某些方向上的位移起阻碍或限制作用的任何物体称为约束。约束可能是轨道、地面,也可能是一些其它物体,如轴承、撑架、绳索等,这些约束在与被约束物体相连接的地方,对被约束物体的某些运动起了阻碍作用。

物体之所以有运动状态改变的趋势,是因为在物体上作用有能主动引起物体运动状态改变或使物体有运动状态改变趋势的力,称为主动力。例如物体受到的重力、风力、人们作用于物体上的拉力等,都是主动力。对非自由体,由于主动力的作用,使其运动状态有改变的趋势,而约束阻碍了物体的运动,使物体受到阻碍其运动的力的作用,这种力称为约束反力,简称反力。约束反力的大小和方向,取决于主动力的作用情况和约束的形式。约束反力的方向,总是与该约束所能阻碍的物体运动的方向相反。与主动力相比,约束反力是被动的,在工程实际中,主动力通常是给定的或可测定的,而约束反力一般是未知的。静力学的重要任务之一就是确定未知的约束反力,而正确地判断约束反力的方向是十分重要的。下面分析几种常见约束形式的性质及确定约束反力方向的方法。

1. **光滑面约束** 当物体与平面或曲面接触时,如果摩擦力很小,可以忽略不计,就可以认为接触面是“光滑”的。光滑面约束只能阻止物体沿着接触面的公法线向支承面的运动,而不能阻止物体离开支承面和在支承面的切平面内的运动。因此,约束反力应通过接触点,并沿着接触面的公法线,指向被约束物体。在轮与轨道接触时(图 1.9),若不计钢轨的摩擦,则钢轨可视为光滑面约束,车轮在主动力 G 作用下有向下运动的趋势,而约束反力 N 则沿公法线且铅直向上。

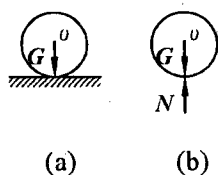


图 1.9

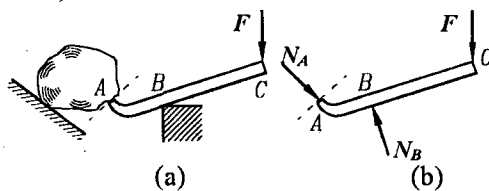


图 1.10

若具有光滑面的物体搁在支承物的尖端上,则约束对物体的约束反力的方向应垂直于物体和尖端的公切线。由于尖端处的切线是不定的,所以这时公切线的方位要根据物体来确定。如图 1.10a 所示,用一直杆 AC 撬一块石头,在 A 端,接触点的支承反力应垂直于接触点处石头的公切线;在 B 端,接触点的约束反力应垂直于直杆在该接触点处的公切线,如图 1.10b 所示。

2. **柔性约束** 由绳索、皮带、链条等柔性物体构成的约束称为柔性约束。由于柔性物体本身只能受拉不能受压,因此这种约束只能阻止被约束物体沿柔性物体伸长方向的运动。因此,柔性约束的约束反力,应沿着柔性物体的轴线方向作用于连接点处,并背离被约束物体。如图 1.11a 所示,绳子悬挂一重物,绳子可阻止物体向下(即沿绳

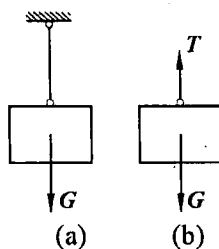


图 1.11

子伸长的方向)运动, 它所产生的约束反力 T 竖直向上(图 1.11b)。

3. 圆柱铰链约束 圆柱铰链约束也是一种常见约束, 其主要结构是在被约束物体和固定支座上各钻一圆孔, 再用一圆柱形销钉将二者连接, 如图 1.12a 所示。被约束物体只能绕销钉轴线转动, 而不能在与销钉轴线垂直的平面内产生任何方向的移动, 这种约束又称为平面固定铰链支座, 简称铰支座。

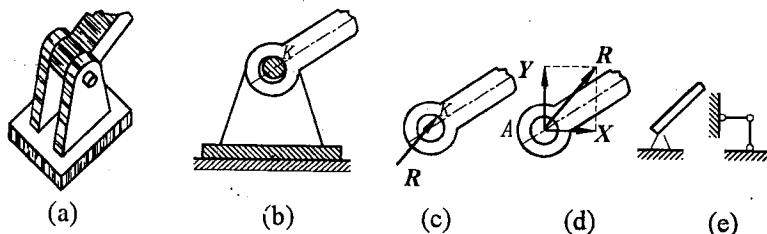


图 1.12

若销钉与被约束物体间为两个光滑圆柱面的接触(图 1.12b), 则根据光滑面约束的性质, 销钉给被约束物体的约束反力 R 应通过接触点 K 并沿接触面的法线方向, 即通过圆孔中心(图 1.12c)。但因接触点 K 的位置与被约束物体的受力有关, 往往不能预先确定, 所以约束反力 R 的方向亦不能确定。这种约束反力通常可以用通过铰链中心的两个互相垂直的分力 X 和 Y 表示(图 1.12d), 只要确定了这两个分力, 便确定了约束反力 R 。平面固定铰链支座通常用图 1.12e 所示的简化符号表示。

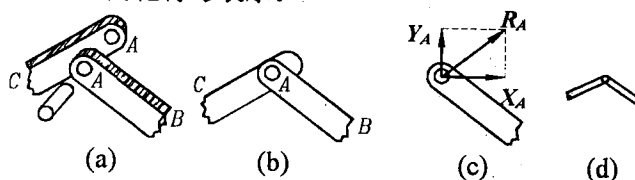


图 1.13

实际结构中, 常用圆柱形光滑销钉连接两个构件, 称为中间铰, 如图 1.13a、b 所示, 如将其中任一构件作为被约束物体, 则约束反力同样具有上述特点, 因而也可用两个互相垂直的分力来表示约束反力, 如图 1.13c 所示。中间铰通常用图 1.13d 所示的简化符号表示。

4. 辊轴约束 辊轴约束的结构是在圆柱铰链的底座下安装一些圆柱形的滚子, 如图 1.14a 所示。如果接触面是光滑的, 则约束反力必通过铰链中心, 如图 1.14b 所示。这表明, 辊轴约束只限制物体在垂直于接触面方向的移动, 而不限制物体的转动和沿接触面切线方向的移动。图 1.14c 所示为辊轴约束的简化符号。

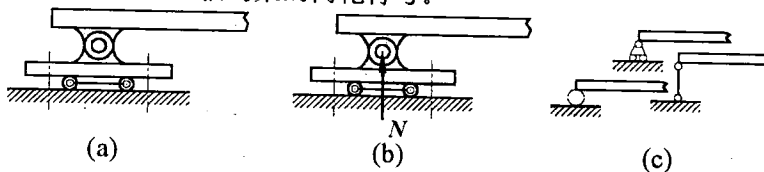


图 1.14

5. 球形铰链约束 球形铰链约束是将连在物体上的圆球装在支承物的球窝里而构成的一种空间约束(图 1.15a), 简称球铰。球和球窝的半径近似相等, 且假定接触是光滑的。球铰可阻止球心点沿任何方向的移动, 但不能阻止物体绕该点的转动。与圆柱铰链约束类似, 球和球窝的接触点位置不能由约束性质来决定, 而取决于被约束物体的受力, 但可以

肯定, 约束反力的作用线必通过球心。通常将其沿坐标轴分解为 X 、 Y 、 Z 三个分力, 如图 1.15b 所示, 图 1.15c 所示为球铰约束的简化符号。

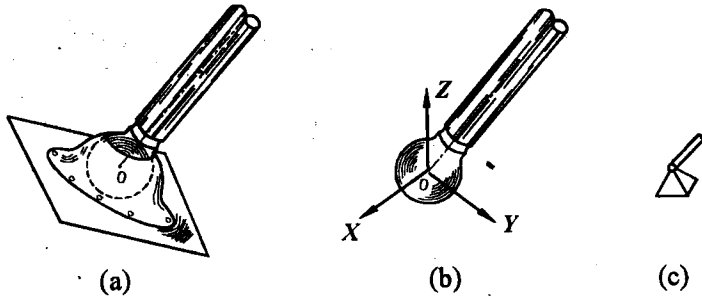


图 1.15

6. 轴承约束 轴承是机器中常见的一种约束, 常用的有向心轴承和向心推力轴承。

向心轴承如图 1.16a 所示, 其性质与圆柱铰链相同, 即轴承限制了轴在垂直于轴线的平面内的径向运动。其约束反力与圆柱铰链约束反力的特点相同, 如图 1.16b 所示, 通常用互相垂直的两个分力 X 和 Y 表示。图 1.16c 所示为向心轴承的简化符号。

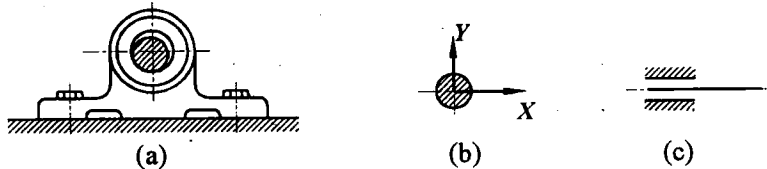


图 1.16

向心推力轴承如图 1.17a 所示, 它不仅限制了轴在垂直于轴线的平面内的径向运动, 而且限制了单方向的轴向运动(止推作用)。其约束反力与球铰的约束反力的特点相同, 如图 1.17b 所示, 通常用互相垂直的三个分力 X 、 Y 和 Z 表示, 与球铰不同的是, 其 z 向的约束反力的方向是确定的。图 1.17c 所示为向心推力轴承的简化符号。

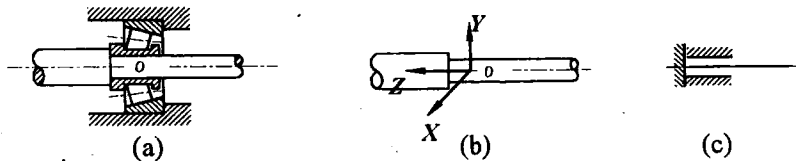


图 1.17

7. 固定端约束 固定端约束常见于工程结构中, 如图 1.18a 中一端插入墙的梁, 在主动动力 P 作用下, 梁的插入部分受到墙的约束, 使梁既不能移动也不能转动, 这样, 在平面一般力系情况下其约束反力可简化为水平分力 X_A 、铅垂分力 Y_A 和约束反力偶矩 M_A , 如图 1.18b 所示。

上述约束均为理想约束, 工程实际结构中, 有些约束与理想约束极为接近, 有些则不然。如某些桁架结构的焊接与铆接处, 严格地讲并不是铰链约束, 但当联结处刚性不很大时, 简化成铰链约束所造成的误差很小, 可以忽略不计, 而这种简化使静力分析简单了许多。因此在实际分析中, 应根据约束对被约束物体运动的限制, 作适当的简化, 使之成为与其接近的理想约束。

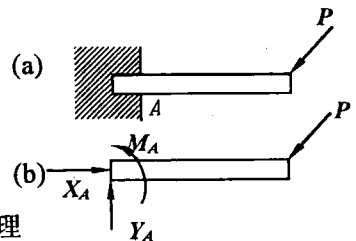


图 1.18

§ 1.4 物体的受力分析及受力图

当一个给定的非自由体受到主动力作用时, 在它与约束相接触的地方将有约束反力作用。取给定物体作为研究对象进行分析时, 必须将其从周围的物体(约束)中分离出来, 即将约束解除, 而以相应的约束反力来代替约束的作用, 这就是所谓解除约束原理。

解除约束后的物体, 称为分离体。作用在分离体上的力一般有两种, 即主动力和约束反力。将分离体视为受力体, 在受力体上画上主动力和周围物体对它的约束反力, 就可得到分离体的受力图。

确定研究对象, 取分离体, 分析其受力情况并画受力图, 这一全过程总称为“受力分析”。其中关键在于分析约束反力, 一般可根据以下原则分析和判断约束反力:

1. **约束的性质** 即根据上一节所述的各类型约束的性质确定相应的约束反力;
2. **平衡条件** 画受力图时应用平衡条件来确定约束反力的作用线, 如二力构件、共面三力构件等;
3. **作用力与反作用力** 两物体间的相互作用必须符合作用力与反作用力定律。

例题 1.1 如图 1.19a 所示的三铰拱桥, 由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计, 在拱 AC 上作用载荷 P , 试分别画出拱 AC 和 BC 的受力图。

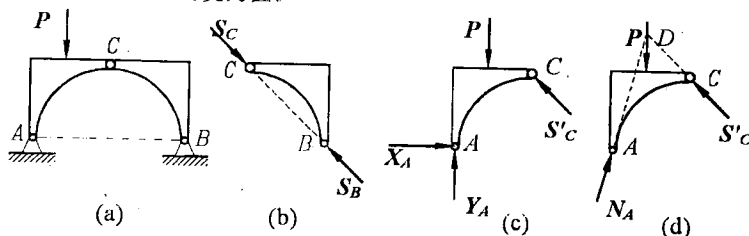


图 1.19

解: 此题是物体系统的平衡问题, 需分别对各个物体进行分析。

先分析 BC 拱的受力。拱 BC 受有铰链 C 和固定铰链支座 B 的约束, 其约束反力 S_C 和 S_B 分别通过铰链 C 、 B 的中心。由于拱 BC 的自重不计, 也无其它主动力作用, 即拱 BC 分别在 B 、 C 两处受到力的作用而平衡, 为二力平衡构件, 根据二力平衡公理, 其 S_C 和 S_B 二力的作用线应沿 C 、 B 两铰中心的连线。至于力的指向, 一般由平衡条件确定, 此处可设拱 BC 受压, 如图 1.19b 所示。

再取拱 AC 为研究对象, 由于自重不计, 因此主动力只有载荷 P , 拱在铰链 C 处受到拱 BC 给它的约束反力 S'_C , S'_C 与 S_C 互为作用力和反作用力, 故可表示为 $S'_C = S_C$ 。拱在 A 处受到固定铰链支座给它的约束反力 N_A , 由于方向未定, 可用两个大小未知的正交分力 X_A 和 Y_A 来表示。此时拱 AC 的受力图如图 1.19c 所示。

对于拱 AC 还可作如下分析: 由于拱 AC 在 P 、 S'_C 、 N_A 三力作用下平衡, 故根据三力平衡汇交定理, 可确定铰链 A 处约束反力 N_A 的方向, 即当拱 AC 平衡时, 反力 N_A 的作用线必通过 P 和 S'_C 二力作用线的交点 D , 如图 1.19d 所示。至于 N_A 的指向, 可由平衡条件确定。

例题 1.2 重量为 G 的管子置于托架 ABC 上。托架的水平杆 AC 在 A 处以支杆 AB 撑住(图 1.20a), A 、 B 、 C 三处均可视为平面铰链连接, 水平杆和支杆的重量较小, 可略去不计。试绘下列物体的受力图: (1) 管子; (2) 支杆; (3) 水平杆。

解: 管子的受力图如图 1.20b 所示。作用力有重力 G 和 AC 杆对管子的约束反力 N 。

支杆的 A 端和 B 端均为平面铰链连接, 在一般情况下, A 、 B 处所受的力, 应分别画成一对互相垂直的力(见图 1.13b); 但在支杆本身重量不计的情况下, 支杆就成为二力构件。根据二力构件的特点, S_A 和 S_B 的方向必沿 AB 连线, 如图 1.20c 所示。在绘二力构件的受力图时, 必须注意这一特点。

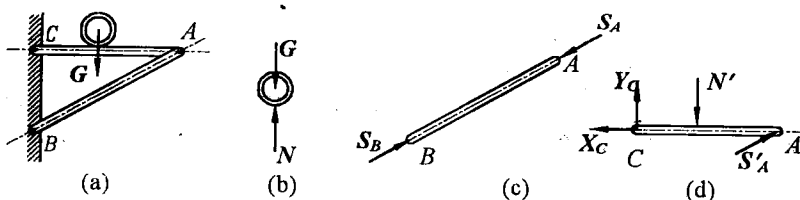


图 1.20

水平杆 AC 的受力图如图 1.20d 所示。其中 N' 是管子对水平杆的作用力，它与作用在管子上的约束反力 N 互为作用力和反作用力，不要将 N' 误解为管子的重力 G ，二者分别作用在杆 AC 和管子上，是两个不同的力。 A 处和 C 处虽然皆为平面铰链约束，但因作用于 A 端的力 S'_A 是二力构件 AB 对杆 AC 的约束反力，所以 S'_A 应沿 AB 连线的方向； C 端约束反力的方向不能预先确定，这是因为杆 AC 不是二力构件，一般只能以垂直的反力 X_C 和 Y_C 来表示。在本例中，由于水平杆 AC 受三个力作用而平衡，故可根据三力平衡汇交定理确定 C 点的约束反力方向，请读者自己分析。

综上所述，受力分析的一般过程如下：

- 1. 取分离体** 根据已知条件和题意要求确定研究对象，解除约束。研究对象可以是一个物体，也可以是几个物体的组合或整个物体系统，注意不要在没有解除约束的图形上画受力图。
- 2. 画主动力** 约束反力的分析与主动力有关，应先在分离体上画出研究对象所受的全部主动力，不能遗漏，也不要多画。
- 3. 画约束反力** 在解除约束的地方，严格按照被去掉的约束的性质，画出其作用在研究对象上的约束反力，并标注恰当的符号。

思考题

- 1-1 两个力相等的条件是什么？说明下列式子的意义和区别：(1) $P_1 = P_2$ ；(2) $P_1 = P_2$ ；(3) 力 P_1 等于力 P_2 。
- 1-2 确定约束反力的原则是什么？光滑铰链约束有什么特点？
- 1-3 分析二力构件受力时与构件的形状有无关系？
- 1-4 两杆连接如图 1.21 所示，能否根据力的可传性原理，将作用于杆 AC 的力 P 沿其作用线移至杆 BC 上而成为 P' ？

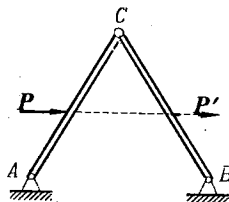


图 1.21

习题

- 1-1 画出下列各指定物体的受力图，假定各物体都处于平衡状态，所有接触面、铰链都是光滑约束，凡未注明者，都不考虑重量。(a) 直杆 AB ；(b) 碾子；(c) 梁 AB ；(d) 横梁 AB 及撑杆 BC ；(e) 棘爪 AB 及棘轮；(f) 翻斗车车厢；(g) 滑轮 C 。
- 1-2 分析下面各组合物体中每个物体的受力，并画出受力图。假定所有接触处都是光滑的，凡未注明者，都不考虑物体的重量。
- 1-3 半径为 R 的曲杆 AC 与支架 BDC 在 C 处用铰链连接。在该铰链的销子上装有滑轮，重物悬挂在滑轮上，如图所示。试绘下列部件的受力图：(1) 曲杆 AC ；(2) 滑轮；(3) 支架 BDC 。设各杆自重不计。