



智能科学技术著作丛书

泛逻辑学语构理论

罗敏霞 何华灿 著



科学出版社

www.sciencep.com

智能科学技术著作丛书

泛逻辑学语构理论

罗敏霞 何华灿 著

科学出版社

北京

B81
L957

内 容 简 介

本书内容可分为四个部分。第一部分讲述泛逻辑学的主要思想以及格与布尔代数的基本知识。第二部分讲述泛逻辑运算模型的基本性质以及基于泛与运算模型的几个模糊逻辑系统。第三部分讲述泛逻辑理想状态下的命题演算系统以及基于零级运算模型的泛逻辑命题演算理论。第四部分讲述集合、逻辑与代数的三位一体关系,同时介绍基于伪 t -模的三个非可换模糊逻辑系统及其扩张。

本书可供计算机、应用数学、人工智能、信息处理等相关专业的研究人员、高校教师、研究生和高年级本科生学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

泛逻辑学语构理论/罗敏霞,何华灿著. —北京:科学出版社,2010
(智能科学技术著作丛书)

ISBN 978-7-03-026348-3

I. 泛… II. ① 罗… ② 何… III. 逻辑-研究 IV. B81

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009) 第 243984 号

责任编辑:魏英杰 余 丁/责任校对:陈玉凤

责任印制:赵 博/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 1 月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2010 年 1 月第一次印刷 印张: 11 1/2

印数: 1—3 000 字数: 214 000

定价: 40.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《智能科学技术著作丛书》序

“智能”是“信息”的精彩结晶，“智能科学技术”是“信息科学技术”的辉煌篇章，“智能化”是“信息化”发展的新动向、新阶段。

“智能科学技术”(intelligence science & technology, IST)是关于“广义智能”的理论方法和应用技术的综合性科学技术领域，其研究对象包括：

- “自然智能”(natural intelligence, NI)，包括：“人的智能”(human intelligence, HI)及其他“生物智能”(biological intelligence, BI)。

- “人工智能”(artificial intelligence, AI)，包括：“机器智能”(machine intelligence, MI)与“智能机器”(intelligent machine, IM)。

- “集成智能”(integrated intelligence, II)，即：“人的智能”与“机器智能”人机互补的集成智能。

- “协同智能”(cooperative intelligence, CI)，指：“个体智能”相互协调共生的群体协同智能。

- “分布智能”(distributed intelligence, DI)，如：广域信息网，分散大系统的分布式智能。

1956年，“人工智能”学科诞生，50年来，在起伏、曲折的科学征途上不断前进、发展，从狭义人工智能走向广义人工智能，从个体人工智能到群体人工智能，从集中式人工智能到分布式人工智能，在理论方法研究和应用技术开发方面都取得了重大进展。如果说，当年“人工智能”学科的诞生是生物科学技术与信息科学技术、系统科学技术的一次成功的结合，那么，可以认为，现在“智能科学技术”领域的兴起是在信息化、网络化时代又一次新的多学科交融。

1981年，“中国人工智能学会”(Chinese Association for Artificial Intelligence, CAAI)正式成立，25年来，从艰苦创业到成长壮大，从学习跟踪到自主研发，团结我国广大学者，在“人工智能”的研究开发及应用方面取得了显著的进展，促进了“智能科学技术”的发展。在华夏文化与东方哲学影响下，我国智能科学技术的研究、开发及应用，在学术思想与科学方法上，具有综合性、整体性、协调性的特色，在理论方法研究与应用技术开发方面，取得了具有创新性、开拓性的成果。“智能化”已成为当前新技术、新产品的发展方向 and 显著标志。

为了适时总结、交流、宣传我国学者在“智能科学技术”领域的研究开发

及应用成果，中国人工智能学会与科学出版社合作编辑出版《智能科学技术著作丛书》。需要强调的是，这套丛书将优先出版那些有助于将科学技术转化为生产力以及对社会和国民经济建设有重大作用和应用前景的著作。

我们相信，有广大智能科学技术工作者的积极参与和大力支持，以及编委会们的共同努力，《智能科学技术著作丛书》将为繁荣我国智能科学技术事业、增强自主创新能力、建设创新型国家做出应有的贡献。

祝《智能科学技术著作丛书》出版，特赋贺诗一首：

智能科技领域广

人机集成智能强

群体智能协同好

智能创新更辉煌

《智能科学技术著作丛书》编委会

2005年12月18日

序

逻辑学是计算机科学、信息科学和人工智能的重要基础。随着这些学科研究的深入及复杂性科学的发展,原有的标准逻辑理论的局限逐渐显露,导致各种非标准逻辑理论大量涌现,而标准逻辑及其与各种非标准逻辑理论之间的内在联系尚未理清。

产生这种问题的根源是由于标准逻辑建立在“封闭全信息的确定性世界假设”的基础上。它把信息世界简化成了一个封闭的、全部信息已知的、确定不变的、非此即彼的二值世界。由于标准逻辑不允许任何形式的矛盾、不确定性和演化的存在,只适用于解决数学定理证明等完全静止不变的理想化问题。然而,世界是不断发展变化的,而且现实中普遍存在着辩证矛盾、不确定性和演化。为了能够处理各种现实问题,非标准逻辑的研究都尝试着在如下三个方向上放宽标准逻辑的某些约束条件:真值的多值性,命题的真值从二值到多值再到连续值变化;真值的多维性,真值空间维数从一维到二维再到多维变化;信息的缺损性,推理需要的信息从完全已知到不完全已知、从固定不变到不断变化,推理过程从封闭到开放、从线性到非线性、从协调到次协调和超协调变化。

遗憾的是,各种非标准逻辑都是就事论事地从局部的个别需求出发建立的,没有从多种不确定性同时并存的全局思考问题,更没有把事物的外在不确定性和内在矛盾性紧密地联系起来研究,因而无法形成综合处理各种辩证矛盾、不确定性和演化统一的柔性逻辑理论新框架。标准逻辑的概念、原理和方法仍然牢固地制约着非标准逻辑的发展。

在现实世界中,辩证矛盾、不确定性和演化过程是千姿百态和千变万化的,它们往往同时存在于一个系统中,并不断地变化和相互转换,要使人工智能机器能够像人脑那样机动灵活地处理这些问题,就必须统一考虑辩证矛盾、不确定性及演化的表示与处理问题。

20 世纪末,何华灿教授提出泛逻辑学理论,其目标是探索逻辑的一般规律,在标准逻辑(又称为刚性逻辑)基础上,提出了能包容各种逻辑形态和推理模式的柔性逻辑学理论新框架。他认为柔性逻辑的基本任务是通过逻辑学的信息本质来把握逻辑的一般规律,充分利用人工智能、计算机科学和非标准逻辑研究中方方面面的经验和成果,把事物外在的不确定性和演化与事物内在的辩证矛盾紧密联系起来

统一研究,用全局的观念进行整体规划,用务实的态度进行每一步具体探索,分层次分阶段地逐步建立柔性逻辑(即数理辩证逻辑)理论体系。所有的柔性逻辑都应该能够在排斥逻辑矛盾的同时,不同程度地包容某些辩证矛盾和不确定性。与标准逻辑只能有一个等价的系统不同,柔性逻辑将有无穷多个不等价的系统,不同的柔性逻辑包容的辩证矛盾和不确定性不同。

为了逐步建立这些系统,何华灿教授提出了泛逻辑学研究目标,它包括以下四个方面:

一个核心目标.任何一个柔性逻辑都应该在排斥逻辑矛盾的同时,不同程度地包容某些辩证矛盾和不确定性。

二条基本路线.首先通过时空定位把逻辑的适应范围缩小到能够正好包容这个辩证矛盾和不确定性的子空间.然后在逻辑运算模型中引入连续可变的柔性参数和调整函数,以表示该辩证矛盾和不确定性带来的全部影响。

三个突破方向.相对于标准逻辑的各种约束来说,各种柔性逻辑的约束条件有三个不同的突破方向,命题真值的数量、真值空间的维数、推理所需信息的完全性。

四大逻辑要素.一个逻辑系统含有四大逻辑要素,即论域、命题连接词、量词和推理模式。

柔性逻辑一般需要建立在连续值逻辑代数基础上,布尔代数和二值柔性逻辑是其特例。目前,他们已经发现了影响连续值命题运算的全部四个不确定性因素:命题真度、命题真度的误差、命题之间的广义相关性和命题之间的相对权重。据此建立了连续值逻辑代数,其中包括在命题演算中可能出现的命题连接词的运算模型簇:泛非、泛与、泛或、泛蕴涵、泛等价、泛平均和泛组合。它们能够全面地反映命题真度、误差系数、广义相关系数和权系数对命题运算结果的各种影响。

该书是作者在人工智能基础理论方面的最新研究成果,在可交换的命题泛逻辑学原理的基础上,进一步建立了可交换(即不考虑相对权重)的命题泛逻辑学的语构理论。书的前一部分说明了可交换的命题泛逻辑学是一个逻辑生成器,由不同的广义相关系数所确定的运算模型可形成不同的模糊逻辑系统。中间部分重点研究理想状态下可交换的泛逻辑命题演算理论及基于零级运算模型的可交换的泛逻辑命题演算理论,分别证明了它们的可靠性与完备性。在最后两章讨论了集合、逻辑和代数的三位一体关系及非可换(即考虑相对权重)的模糊逻辑系统。这些成果为人工智能的不精确推理、非确定推理和常识推理提供了严格的逻辑基础,为人工智能的发展注入新的活力。

这是一本值得推荐的好书, 它用数学方法研究了泛逻辑学的命题演算理论, 是继《泛逻辑学原理》之后的又一本关于人工智能逻辑理论的学术专著. 我向作者表示敬意和祝贺. 相信该书的出版将为逻辑学和人工智能理论的研究者带来惠益, 也可以为相关领域的研究人员和爱好者提供帮助. 我们也希望有更多这样的成果出版, 更好地推动人工智能和逻辑学的发展.

中国人工智能学会理事长

北京邮电大学教授

钟义信

2009 年 8 月 25 日于北京

前 言

21 世纪是智能化的世纪, 智能科技和生物科技将一起主导社会的发展. 智能科技需要认知、脑、生命和复杂系统等科学提供智能机制原型, 也需要逻辑学提供智能活动规律的一般理论. 智能科学涉及信息世界中处理矛盾、不确定性和演化的高级运动规律, 它需要突破数理形式逻辑立论的基本假设, 建立数理辩证逻辑, 以处理各种矛盾、不确定性和演化, 描述真理的相对性和非永恒性. 20 世纪 80 年代中期出现的人工智能理论危机暴露了数理逻辑的局限性, 时代的发展要求数理逻辑由“排斥一切不确定性”的刚性逻辑学向“包容一切不确定性”的柔性逻辑学过渡. 20 世纪末, 何华灿教授提出泛逻辑学理论, 并于 2001 年出版了《泛逻辑学原理》, 给出了泛逻辑二元命题联结词的运算模型及泛非命题联结词的运算模型. 本书就是在《泛逻辑学原理》的基础上展开研究, 在统一的框架下叙述了泛逻辑语构理论的最新成果.

本书共分七章, 第一章绪论与预备知识, 介绍泛逻辑学的主要思想, 部分逻辑系统的发展状况, 经典命题逻辑的语构理论, 偏序集、格及布尔代数的基本知识; 第二章研究泛逻辑的命题联结词的基本性质; 第三章研究基于泛与运算模型的几种模糊逻辑系统; 第四章研究理想状态下泛逻辑命题演算系统; 第五章给出基于泛逻辑零级运算模型的命题演算形式演绎系统, 并证明它的可靠性与完备性; 第六章阐述集合、逻辑与相应代数的三位一体关系; 第七章简要介绍基于伪 t -模的三种非可换模糊逻辑系统及其一些扩张.

在该领域的研究中, 先后得到中国人工智能学会理事长、北京邮电大学钟义信教授, 北京航空航天大学马世龙教授, 浙江理工大学裴道武教授, 陕西师范大学李生刚教授, 西安电子科技大学刘三阳教授的鼓励与帮助, 在此向他们表示衷心的感谢! 感谢王三民、马盈仓、薛占熬、张小红等给予的帮助!

本书的出版得到中国计量学院学术著作出版基金、国家自然科学基金重大项目(编号: 90818020)、西北工业大学基础研究基金重点项目(编号: W018101)、中国计量学院应用数学学科建设经费的支持, 特此致谢!

由于作者学术水平所限, 书中不妥或错误之处在所难免, 敬请各位专家与广大读者不吝赐教.

作 者

2009 年 6 月于杭州

目 录

《智能科学技术著作丛书》序

序

前言

第一章 绪论与预备知识	1
1.1 泛逻辑学的主要思想	1
1.2 泛逻辑命题联结词运算模型	5
1.3 现有部分非经典逻辑系统的发展状况	7
1.4 偏序集、格与 Boole 代数	11
1.5 经典逻辑的命题演算	15
第二章 泛逻辑运算模型的代数性质	20
2.1 引言	20
2.2 预备	20
2.3 泛逻辑零级运算模型 $h \in (0, 0.75)$ 的代数性质	24
2.4 泛逻辑零级运算模型 $h \in (0.75, 1)$ 的代数性质	28
2.5 零级泛与运算模型的表示	31
2.6 零级泛或运算模型的表示	34
2.7 泛逻辑一级运算模型的代数性质 (一)	37
2.8 泛逻辑一级运算模型的代数性质 (二)	42
2.9 泛逻辑泛与运算谱系	48
2.10 泛逻辑泛或运算谱系	54
2.11 泛逻辑运算模型之间的关系	60
第三章 基于泛与运算模型的模糊命题逻辑	67
3.1 引言	67
3.2 基于幂零泛与运算模型的模糊命题逻辑	67
3.3 基于严格泛与运算模型的模糊命题逻辑	70
3.4 基于一类严格三角范数的模糊命题逻辑	74
3.5 命题演算形式演绎系统 UBC	77
3.6 UBC 逻辑的几种扩张	84
3.7 命题演算形式系统 $SUBC$	94

第四章 理想状态下泛逻辑的命题演算系统	101
4.1 引言	101
4.2 理想状态下泛逻辑的形式演绎系统 B	101
4.3 UB 代数的性质	110
4.4 形式演绎系统 B 的完备性	117
第五章 泛逻辑命题演算形式演绎系统	121
5.1 引言	121
5.2 UL 代数的主要性质	121
5.3 泛逻辑命题演算形式演绎系统 $\mathcal{L}^U$	125
5.4 形式系统 $\mathcal{L}^U$ 的完备性	135
5.5 基于一级运算模型的命题演算形式演绎系统	139
第六章 集合、逻辑与代数的三位一体关系	140
6.1 引言	140
6.2 经典集合、经典逻辑与二值 Boole 代数的对应关系	140
6.3 模糊集、模糊逻辑与相应代数的对应关系	142
6.4 Rough 集、Rough 逻辑和相应代数的对应关系	149
6.5 泛集合、泛逻辑和相应代数的对应关系	154
第七章 基于伪 t-模的非可换模糊逻辑系统	157
7.1 引言	157
7.2 非可换模糊逻辑系统 PL	158
7.3 非可换模糊逻辑系统 psBL	160
7.4 非可换模糊逻辑系统 psMTL	161
参考文献	164

第一章 绪论与预备知识

1.1 泛逻辑学的主要思想

1.1.1 标准逻辑的局限性

逻辑学研究判断和推理的真伪性,粗分为形式逻辑和辩证逻辑两部分.早在公元前四世纪古希腊哲学家 Aristotle(384—322 B. C) 就集前人之大成,把逻辑学从哲学中分离出来,建立了第一个演绎推理的公理系统,创立了古典形式逻辑体系.其主要贡献是系统总结了推理中的各种概念和规则,使演绎推理有章可循.但它是建立在自然语言基础上的,而自然语言的多义性影响了古典形式逻辑的严谨性和广泛应用.经历了两千多年的相对稳定之后,于 290 多年前开始了第一次逻辑学革命,使逻辑学发生了质的飞跃.第一次逻辑学革命从 18 世纪德国大数学家 Leibniz(1646—1716) 倡导使用通用符号和推理演算改造逻辑学开始,到 19 世纪德国大数学家 Frege(1848—1925) 等建立命题演算和一阶谓词演算系统,共同创立了数理逻辑学体系,历经 250 余年.数理逻辑用精确的数学方法研究形式逻辑问题,彻底改变了古典形式逻辑的哲学式研究和论述风格,将形式逻辑的概念、规则和推理过程的自然语言描述,转化为抽象的形式语言描述和符号演算,把推理的形式和内容严格地区分开来,使形式逻辑的表达有了严谨的数学形式,推理的全过程有了严格的数学保证,这大大促进了形式逻辑研究的深入、完善和广泛应用.20 世纪初在“两算”的基础上又建立了公理集合论、递归函数论、模型论和证明论.“两算四论”的建立是数理逻辑在理论上完全成熟的标志^[1,2],现在常把传统的数理逻辑称为经典逻辑或标准逻辑.经典逻辑学实现了大部分形式逻辑学的数学化或符号化,是一个完整的理论体系,在描述真理的绝对性和永恒性方面十分有效,可以解决许多理想化的二值类推理问题,如证明数学定理的成立、是/非类问题的形式推理等,在自然科学和社会科学中得到了广泛应用.现在数理逻辑不仅被公认为数学的一个重要分支,不少人还认为它是整个数学的基础,数学只不过是应用数理逻辑.

标准逻辑并没有解决现实世界中的全部逻辑学问题,它不是“放之四海而皆准的理论”,因为标准逻辑的立论基础是“封闭全息的确定性世界假设”.它排除了一切可能存在的不确定性,导致了标准逻辑的“三律一性”,即

(1) 二值律: $p \in \{0, 1\}$, 命题的真值域是二值的,一个命题要么为真,要么为假,没有中间过渡状态存在.命题真值的二值性带来了命题联结词运算模型的唯一性.

(2) 矛盾律: $\neg P \wedge P = 0$, 命题和它的否定命题不能同时为真.

(3) 排中律: $\neg P \vee P = 1$, 命题和它的否定命题必有一个为真.

(4) 封闭性: 推理所需要的证据完全已知且固定不变, 因而推理过程具有封闭性、非时变性、演绎性和单调性.

“三律一性”决定了标准逻辑的适用范围是解决确定性世界中封闭全息的二值类推理问题. 这是对信息世界的一种近似描述, 只在理想化的确定性问题 (如数学定理证明) 中有效, 它无法处理经验知识、常识和机器学习中的各种推理问题. 在计算智能和群体智能中涌现出的各种智能模拟方法, 更无法用标准逻辑进行描述和抽象. 可见传统的数理逻辑是刚性逻辑学 (rigid logics)^[3].

1.1.2 柔性逻辑学的产生背景

从 20 世纪中叶开始, 随着复杂性问题研究的深入, 传统数理逻辑的局限性逐渐暴露, 逻辑学开始进入第二次革命时期, 主要表现是越来越多的人试图从各个方面突破标准逻辑的“三律一性”, 提出了各种非标准逻辑和现代逻辑.

第一个突破的方向是命题的真值域. 1920 年 Łukasiewicz (1878—1956) 就拓展了真值域 $\{0, 1\}$, 提出了包含不分明 (vague) 状态 u 的 Łukasiewicz 三值逻辑, 随后又出现了包含不可知状态 u 的 Kleene 强三值逻辑和计算三值逻辑^[2,4]. 1965 年 Zadeh 首先发现并阐明了模糊集合的概念, 并引入隶属函数来描述模糊世界的各种中间过渡状态^[5], 据此他提出了一种全新的数学和逻辑学, 分别命名为模糊数学和模糊逻辑. 在模糊逻辑中, 命题的真值域 $\{0, 1\}$ 被拓展为连续变化的区间 $[0, 1]$. 在连续值域 $[0, 1]$ 上, 还有人提出过概率逻辑^[6,7]. 命题真值域的连续可变性表明, 在逻辑学中可引入真值柔性, 用来描述命题真值的不确定性.

纵观 $\{0, 1\}$ 上的二值逻辑、 $\{0, u, 1\}$ 上的三值逻辑、 $[0, 1]$ 上的模糊逻辑和概率逻辑, 它们都是一维空间的线序逻辑. 为了描述多维偏序空间和伪多维偏序空间的逻辑规律, 又出现了多维偏序逻辑, 如 $\{0, 1\}^2$ 上的四值逻辑, $\{0, 1\}^3$ 上的八值逻辑^[8], $[0, 1]^2$ 上的灰色逻辑^[9] 和区间逻辑^[10], $[0, 1]^3$ 上的未确知逻辑^[11] 等. 还有一些问题涉及无定义状态或真值的附加特性, 它们都超出了多维偏序空间, 叫超序逻辑, 如 $\{\perp\} \cup \{0, 1\}$ 上的超序二值逻辑即 Bochvar 三值逻辑. 这些逻辑都涉及命题真值域空间维数的多样性, 它们是正整数维偏序空间. 混沌科学涉及分维偏序空间, 其中的逻辑规律应该用分维偏序逻辑学来描述, 这种逻辑学正等待着人们去揭开它的面纱^[3,13]. 命题真值域空间维数的连续可变性表明, 在逻辑学中可引入维数柔性, 用来描述命题真值域空间维数的不确定性.

第二个突破的方向是如何由原子命题构造分子命题, 由相对简单的命题构造更为复杂的命题. 这涉及命题联结词的运算模型和相应的推理规则集. 三角范数理论给出了可连续变化的命题联结词运算模型, 使其不唯一性被揭示出来. 这些研究已

触及命题联结词运算模型的连续可变性,它表明在逻辑学中可引入关系柔性,用来描述命题之间关系的不确定性。

第三个突破的方向是引入新的量词。量词的功能是约束个体变元、谓词和命题。在标准逻辑中只有约束个体变元的全称量词和存在量词,这些量词的逻辑意义都是刚性的。为了描述真实世界中的不确定性约束,一部分非标准逻辑是在标准逻辑中引入了新的量词和相应的推理规则。在模糊逻辑中,还有修饰模糊谓词的量词,如“十分”、“不太”等,它们的实际作用是影响模糊谓词在个体变域 U 上的真值分布,改变其过渡特性的急缓程度。这些研究已经触及量词含义的连续可变性,它表明在逻辑学中可引入程度柔性,用来描述对命题约束程度的不确定性。

第四个突破的方向是引入新的推理模式。在标准逻辑中只有演绎推理模式,它是从一般到特殊的推理过程,即从已知的一般性知识(前提)出发,根据推理规则得出某个特殊性知识(结论)。如果这个结论是我们事先不知道的,如一个待证的定理,我们就获得了一个“新”的知识。但严格地讲,这个特殊性的“新”知识已经逻辑地蕴涵在已知前提和推理规则之中,所以演绎推理模式只能解决如何有效地运用已知知识的问题,而不能真正发现新的知识。如果逻辑中包含了演绎推理以外的其他推理模式,则属于非标准逻辑。在思维中使用最多也最基本的推理是归纳推理模式,它是从特殊到一般的推理过程,能根据某些已知的特殊性知识,归纳出未知的一般性知识。如果这些特殊性知识已经直接或间接包含了未知的一般性知识的所有可能情况,则归纳推理的结论完全有效,是完全归纳推理,仍然属于形式逻辑;否则结论可能有效,也可能无效,是不完全归纳推理。在人类思维中还经常使用类比推理模式和假设推理模式,类比推理是从特殊到特殊的推理过程,它根据相似性原理,由一个已知系统具有某些属性,猜想另一个未全知系统也具有这些属性,类比的结论可能有效,也可能无效,需要客观验证^[15]。假设推理模式是由于推理需要的前提知识不完全,不得不根据经验或信念加以补充,进行含有不一定可靠的假设性知识的推理,待获得新的知识或推出矛盾时再行调整,各种非单调推理和开放逻辑都属于假设推理模式^[16~25]。人们提出这些非标准逻辑和现代逻辑都有着很强的应用背景,这充分显示出时代要求数理逻辑进一步革命,尽快从“封闭全息的确定性世界假设”和“三律一性”中解脱出来。

在现实世界中,人类的思维存在各种各样的不确定性,确定性只是一种理想化或近似,时间是不可逆的。人工智能学科的主要任务是研究和制造对演化环境有很强识别和适应能力的智能机器,人工智能系统本身也要以演化为中心,以解决不确定性问题为重点,重视时间之矢。20世纪80年代中期出现人工智能理论危机的根本原因是人们发现长期以来人工智能赖以存在的标准逻辑无法描述思维中的各种不确定性,而现实的许多智能模拟问题又不允许忽略这些不确定性。数理逻辑的“万能”和人工智能的“无奈”,把人工智能学科推到了生死存亡的边缘。我们认

为人工智能学科既不能因此而消亡,也不应该放弃逻辑学这个重要的理论基础,出路只有一条,那就是突破标准逻辑的“三律一性”,进行第二次逻辑学革命,以适应新兴科学技术体系研究各种不确定性的需要^[26]。由此可见,时代的发展要求数理逻辑由“排斥一切不确定性”的刚性逻辑学向“包容一切不确定性”的柔性逻辑学(flexibility logics)过渡。

1.1.3 柔性逻辑学的研究目标

近几十年来,为了在逻辑学中描述某种不确定性,国内外学者已先后提出了数十种不同形式和用途的逻辑,它们分别包含在非标准逻辑和现代逻辑之中,还有不少逻辑正在科学家的头脑中酝酿。受到抽象代数的启发,我们提出的研究柔性逻辑学的新思路是在现有各种逻辑(不管它是否已经形成完美的理论体系)的基础上,从高层入手抽象出逻辑学的一般规律,建立能尽可能包容一切逻辑形态和推理模式的泛逻辑学雏形。然后利用得到的构造一个具体逻辑的原则和方法,指导研究描述某些不确定性推理的柔性逻辑学;将柔性逻辑学研究中的新发现加入到泛逻辑学雏形中去,并应用到其他已有逻辑中去验证,如此不断往复提高。泛逻辑学研究的最终目标是建立一个具有最大包容性的抽象逻辑学(abstract logics)。它最小的不变内核是刚性逻辑学,柔性逻辑学能根据需要自由伸缩变化于其中,但它们都必须能够退化到刚性逻辑学。我们提出建立泛逻辑学的出发点是承认真实世界客观存在的一切不确定性,并把确定性看成是各种不确定性共同的最小特例。所以尽管泛逻辑学最小的不变内核仍然是刚性逻辑学,但它在核外已经形成了允许各种不确定性存在的柔性逻辑要素。这是通过泛逻辑学来研究整个柔性逻辑学体系的根本原因^[26]。以下是柔性逻辑学研究的具体目标:

- (1) 建立能描述命题真值不确定性的柔性真值域。
- (2) 建立能描述命题间关系不确定性的柔性联结词运算模型。
- (3) 建立能描述约束程度不确定性的柔性量词运算模型。
- (4) 建立能描述推理过程不确定性的柔性推理模式。
- (5) 通过坐标变换可以得到其他真值域上的逻辑。
- (6) 建立柔性逻辑学的新四论。

1.1.4 泛逻辑学的研究目标

泛逻辑学是研究逻辑一般规律的科学。目前已经出现的数十种不同形态和用途的逻辑为泛逻辑学提供了研究素材,但这个目标不是少数几个人,花几年时间就可以完成的,它可能需要几代人持续不断地努力,才能达到目的。所以我们只想在这里提出泛逻辑学的研究目标,构造包含刚性逻辑学在内的柔性逻辑学的理论框架,并示范性地将这个框架中装入一些内容。

泛逻辑学的近期研究目标是在二值逻辑、多值逻辑和模糊逻辑的基础上, 研究柔性逻辑学的命题真值域, 统一柔性逻辑学中各种柔性命题连接词的定义, 研究有关柔性量词的定义, 根据这些定义推导出各种命题逻辑公式和标准推理模式, 建立标准命题泛逻辑学, 并研究它的各种应用。

泛逻辑学的中期研究目标是在标准命题泛逻辑学的基础上, 进一步研究柔性逻辑学的谓词和它的论域, 统一柔性逻辑学中各种柔性量词的定义. 根据这些定义推导出各种谓词逻辑公式和标准推理模式, 建立标准谓词泛逻辑学, 并研究它的各种应用。

泛逻辑学的远期研究目标是在标准谓词泛逻辑学的基础上, 进一步研究它的各种非标准推理模式和泛逻辑学的“新四论”. 在条件成熟时, 还要建立描述混沌世界逻辑规律的混沌泛逻辑学^[3].

1.2 泛逻辑命题联结词运算模型

任何逻辑学都需要解决如何用原子命题构造分子命题, 用简单命题构造复杂命题的问题, 这涉及命题联结词. 命题联结词的功能是由其运算模型实现的, 我们已经突破命题联结词运算模型唯一的传统思想, 根据模糊测度的逻辑性质研究发现了柔性逻辑学在 $W = [0, 1]$ 上定义的泛非、泛与、泛或、泛蕴涵、泛等价、泛平均和泛组合等命题联结词的运算模型簇, 它可以描述柔性命题之间关系的不确定性 (又称为关系柔性). 关系柔性包括广义相关性 (用广义相关系数 $h \in [0, 1]$ 来刻画)、测度误差 (用误差系数 $k \in [0, 1]$ 来刻画) 和偏袒性 (用偏袒系数 $p \in [0, 1]$ 来刻画) 等。

相关文献^[3]详细给出每种运算的运算模型及生成元完整簇, 进一步给出二元泛命题联结词的定义及物理意义. 这些运算模型我们在后面的章节中要用到。

泛逻辑零级泛非命题连接词及零级二元命题联结词如下^[3]:

零级泛非命题连接词

$$N(x) = 1 - x$$

零级泛与命题联结词

$$T(x, y, h) = \text{ite}\{0 | x = 0 \text{ 或 } y = 0; (\max(0, x^m + y^m - 1))^{1/m}\}$$

零级泛或命题联结词

$$S(x, y, h) = \text{ite}\{1 | x = 1 \text{ 或 } y = 1;$$

$$1 - (\max(0, (1 - x)^m + (1 - y)^m - 1))^{1/m}\}$$

零级泛蕴涵命题联结词

$$I(x, y, h) = \text{ite}\{1|x \leq y; 0|m \leq 0 \text{ 且 } y = 0; (1 - x^m + y^m)^{1/m}\}$$

零级泛等价命题联结词

$$Q(x, y, h) = (1 \pm |x^m - y^m|)^{1/m}$$

其中, $h > 0.75$ 为 +, 否则为 -.

零级泛平均命题联结词

$$M(x, y, h) = 1 - (((1 - x)^m + (1 - y)^m)/2)^{1/m}$$

零级泛组合命题联结词

$$C^e(x, y, h) = \text{ite}\{\Gamma^e[(x^m + y^m - e^m)^{1/m}]|x + y < 2e;$$

$$1 - (\Gamma^{1-e}[(1 - x)^m + (1 - y)^m] - (1 - e)^m)^{1/m}|x + y > 2e; e\}$$

其中, $m = (3 - 4h)/4h(1 - h)$, $h = ((1 + m) - ((1 + m)^2 - 3m)^{1/2})/(2m)$, $h \in [0, 1]$, $m \in \mathbf{R}$. $A = \text{ite}\{\beta|\alpha; \gamma\}$ 是条件表达式, 表示如果 α 为真, 则 $A = \beta$; 否则 $A = \gamma$. $\Gamma^e[x]$ 表示把 x 限制在 $[0, e]$ 内, 即 $\Gamma^e[x] = \text{ite}\{e|x > e; 0|x < 0 \text{ 或为虚数}; x\}$.

同时, 相关文献^[3]也给出如下一级泛非命题连接词及一级二元命题联结词:

一级泛非命题联结词

$$N(x, k) = (1 - x^n)^{1/n}$$

一级泛与命题联结词

$$T(x, y, h, k) = \text{ite}\{0|x = 0 \text{ 或 } y = 0; (\max(0, x^{nm} + y^{nm} - 1))^{1/nm}\}$$

一级泛或命题联结词

$$S(x, y, h, k) = \text{ite}\{1|x = 1 \text{ 或 } y = 1;$$

$$(1 - (\max(0, (1 - x^n)^m + (1 - y^n)^m - 1))^{1/m})^{1/n}\}$$

一级泛蕴涵命题联结词

$$I(x, y, h, k) = \text{ite}\{1|x \leq y; 0|m \leq 0 \text{ 且 } y = 0; (1 - x^{nm} + y^{nm})^{1/nm}\}$$

一级泛等价命题联结词

$$Q(x, y, h, k) = (1 \pm |x^{nm} - y^{nm}|)^{1/nm}$$